



[options= -s indexstyle ist]

\$centering

ÁLGEBRA LINEAL APLICADA.

Victoria Vampa

Estoy muy agradecida a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, por avalar la redacción de este texto, y en especial al Dr. Adrián Brunini por haberme invitado en el año 2012 a elaborar una propuesta para que la asignatura Álgebra Lineal se dicte en la facultad.

Agradezco también a la Dra. Ana María Platzeck, por haberme brindado sus notas de clase sobre tensores, ya que constituyeron un aporte importante.

Agradezco especialmente a lxs estudiantes, por las valiosas contribuciones que han realizado a mis cursos con sus comentarios y preguntas.

Este libro es un texto de Álgebra Lineal destinado a estudiantes de la Licenciatura en Astronomía. Es el resultado de enseñar durante muchos años los temas de Álgebra Lineal tanto en la Facultad de Ingeniería como en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas y de las contribuciones importantes que han realizado lxs estudiantes, que han servido notablemente al mejoramiento de mis clases.

He intentado lograr un equilibrio entre los desarrollos teóricos y las técnicas, escribiéndolos en forma detallada y dando ejemplos que ilustran su utilización. Para lograr una mejor comprensión de los conceptos teóricos, he puesto énfasis en la importancia de la interpretación geométrica.

Quiero resaltar que la propuesta original sobre el curso ha sido enriquecida con la contribución de la Licenciada en Astronomía Lucía Rizzo Buschiazzi, quien incorporó por un lado, problemas de aplicación diseñados especialmente

para estudiantes de Astronomía y, por otro, una metodología novedosa promoviendo la exposición oral de los trabajos prácticos.

Creemos que este material elaborado resulta apropiado como apoyo y guía de estudio para el desarrollo de la asignatura Álgebra Lineal que deben cursar lxs estudiantes de la carrera Licenciatura en Astronomía en segundo año. Consideramos que hemos podido conectar los conceptos teóricos del Álgebra Lineal con aplicaciones orientadas especialmente a esa disciplina.

Introducción

El Álgebra Lineal es una rama de la Matemática en la que se introducen numerosos conceptos abstractos. Es una disciplina de gran utilidad en la actualidad, en la resolución de problemas complejos y de grandes dimensiones.

Este libro abarca los temas básicos de Álgebra Lineal como son: espacios vectoriales, transformaciones lineales, diagonalización de una matriz y espacios vectoriales con producto interno. Si bien los temas tratados son los mismos que aparecen en la mayoría de los textos introductorios al Álgebra Lineal, el punto de vista con que se enfoca la teoría y la

ejercitación, se aparta del enfoque tradicional, y se enfatizan las aplicaciones. En todos los temas se establece la conexión fundamental con la interpretación geométrica. Se presenta una gran variedad de ejemplos y se proponen, además de ejercicios, actividades de investigación especialmente diseñadas para estudiantes de Astronomía. El texto tiene además un capítulo de cálculo tensorial y otro capítulo que describe aplicaciones en la resolución de sistemas ecuaciones diferenciales y en la aproximación de funciones.

En cuanto al origen, la palabra *Álgebra* procede del título de un tratado de un matemático, geógrafo y astrónomo persa conocido como Al-Juarismi. Vivió aproximadamente entre los años 780 y 850, en un tiempo de esplendor del mundo islámico. Su tratado, el *Hisab al-yabr wa'l muqabala* es un Compendio de cálculo por restauración y reducción [?]:

Al-yabr


Al-yabr, restauración, la palabra del título que ha dado origen al término álgebra, es una de las operaciones básicas que ofrece para resolver ecuaciones y que consiste en pasar los términos negativos de un lado de la ecuación como positivos al otro. Mientras que la otra operación, la muqabala, consiste en simplificar la ecuación agrupando los términos similares.

La historia del Álgebra Lineal moderna se remonta a mediados del siglo XIX con los trabajos de William Hamilton, quien introdujo el uso del término vector. Sin embargo, fue recién en la segunda mitad del siglo

XX, cuando se incorporó al Álgebra Lineal como una materia básica e introductoria en las matemáticas universitarias.

Por sus múltiples aplicaciones, el estudio del Álgebra Lineal cobra cada día más importancia. Su teoría es extensamente usada en el análisis funcional, en el análisis vectorial y en las ecuaciones diferenciales, entre otras áreas. Cabe señalar que sus numerosas aplicaciones no se restringen al campo de las ciencias exactas, sino que se extienden también al campo de las ciencias naturales y de las ciencias sociales.

Con la escritura de este libro he intentado hacer interesantes y accesibles los temas de Álgebra Lineal, equilibrando los desarrollos teóricos con las técnicas que se utilizan en las aplicaciones, pretendiendo proporcionar a los estudiantes las habilidades algebraicas necesarias para resolver problemas. He resaltado las interpretaciones geométricas de conceptos importantes, como las transformaciones lineales y el producto interno.

El texto tiene siete capítulos, con una breve introducción al comienzo de cada uno de ellos. Para facilitar la lectura, en todos los capítulos se ha indicado con  a las observaciones importantes. Además, para una mejor comprensión de los temas, se han incluido numerosos ejemplos.

En cada capítulo, las actividades propuestas contemplan un problema de aplicación que el estudiante debe realizar y presentar y luego una serie de ejercicios prácticos y teóricos. Al final, se presenta una autoevaluación que le servirá al estudiante para saber qué temas debe reforzar y cuyas respuestas se presentan al final del libro.

En cuanto a los conocimientos previos que se requieren, en el Apéndice se presentan una serie de ejercicios como 'precalentamiento' que facilitarán

al estudiante el abordaje del libro.

Por último y para estimular al lector el interés sobre el desarrollo histórico de los temas, se incluyen varias notas históricas dispersas a lo largo del libro, y semblanzas breves sobre científicos que han realizado aportes muy valiosos al desarrollo del Álgebra Lineal.

Sobre el template

Sobre la imagen de portada

$C([a, b])$ espacio vectorial de las funciones continuas en $[a, b]$

$Col A$ espacio vectorial generado por los vectores columna de la matriz A .

$Det(A)$ o $|A|$ determinante de la matriz A .

$d(\vec{x}, \vec{y}) = \|\vec{x} - \vec{y}\|$ distancia entre los vectores \vec{x} e \vec{y} .

$dim(V)$ dimensión del espacio vectorial V .

\mathbb{E} espacio Euclídeo

E_k proyecciones tales que $Im(E_i) = N(T - \lambda_i I)^{r_i}$.

E_{λ_i} espacio propio correspondiente a λ_i .

f^* transformación adjunta de una transformación lineal f .

$Fil A$ espacio vectorial generado por los vectores fila de la matriz A .

$\mathbf{A}(\vec{x}, \vec{y})$ forma bilineal

$Im(T)$ imagen de la transformación lineal T .

$\langle \vec{z} \rangle$ subespacio generado por el vector \vec{z}

$\mathbf{L}(S)$ subespacio vectorial de V generado por S .

$L(V)$ espacio vectorial de transformaciones lineales de V en V (endomorfismos).

$L(V, W)$ espacio vectorial de transformaciones lineales de V en W .

m_T polinomio minimal.

$N(T)$ núcleo de la transformación lineal T .

$Nul(A)$ espacio nulo de la matriz A .

$P_K[x]$ polinomios en x , con coeficientes en K .

$P_K^{(n)}[x]$ polinomios en x , con coeficientes en K de grado $\leq n$.

$\mathbf{P}_T(\lambda)$ polinomio característico de T .

$P_{B, B'}$ matriz del cambio de base de B' a B .

$P_S(\vec{v})$ proyección ortogonal de \vec{v} sobre el subespacio S .

$\phi(\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x}, \vec{y})$ producto interno

$r(T)$ rango de la matriz T .

$S = \langle \vec{v} \rangle$ subespacio generado por el vector \vec{v} .

S^\perp complemento ortogonal de S en un espacio vectorial (V con producto

interno).

$Tr(A)$ traza de la matriz A

V^* espacio dual de V .

Victoria Vampa, autora

Nació en La Plata, Argentina, en 1960. Obtuvo la Licenciatura en Matemática Aplicada en la Facultad de Ciencias Exactas, UNLP, la Maestría en Simulación Numérica y Control en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires y luego su Doctorado en Matemática en la Facultad de Ciencias Exactas de la UNLP. Su área de investigación es la matemática aplicada. Trabajó en la resolución numérica de ecuaciones diferenciales mediante el método de elementos finitos; en particular, con las ecuaciones de elasticidad, en problemas que describen el comportamiento

membranal de estructuras laminares. Luego estudió el análisis wavelet y desarrolló aportes en la solución de esos problemas. Trabajó también en el uso del análisis multirresolución wavelet proponiendo métodos eficientes para resolver problemas de contorno. Ha participado de una gran cantidad de congresos y reuniones científicas, y ha publicado numerosos trabajos. Los trabajos considerados de mayor relevancia son:

- *Mejoras en el comportamiento membranal del elemento de lámina MITC4*. (ISBN 978-3-8484-6763-1), Editorial Académica Española, 2012.
<https://www.eae-publishing.com/catalog/details/store/es/book/978-3-8484-6763-1/mejoras-en-el-comportamiento-membranal-del-elemento-de-lamina-mitc4>
- *A new refinement Wavelet-Galerkin method in a spline local multiresolution analysis scheme for boundary value problems*. Autores: V. Vampa, M. T. Martín y E. Serrano, Journal on Wavelets, Multiresolution and Information Processing, IJWMIP-120605, Vol. 11, 2, 1350015-1-19, 2013.
<https://doi.org/10.1142/S021969131350015X>
- *Entropy-Based Informational Study of the COVID-19 series of data*. Autores: A. M. Kowalski, M. Portesi, V. Vampa, M. Losada and F.

Holik. Mathematics 2022, 10, 4590.

<https://doi.org/10.3390/math10234590>

Actualmente es Profesora Adjunta Dedicación Exclusiva en la Facultad de Ingeniería, UNLP, en la cátedra Matemática C. Coordina la Unidad de Investigación, Desarrollo, Extensión y Transferencia, UIDET Matemática Aplicada del Departamento de Ciencias Básicas, dedicada al diseño de métodos numéricos para su aplicación en la resolución de ecuaciones diferenciales y en el análisis de series temporales, con especial énfasis en desarrollos sobre aspectos teóricos y aplicados de la Transformada Wavelet. Además, es profesora del curso de posgrado Introducción al Método de Elementos Finitos y directora de proyectos acreditados por la UNLP sobre la aplicación de la transformada wavelet en el estudio de sistemas dinámicos. En la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP, es Profesora Adjunta Dedicación Simple, en la cátedra Álgebra Lineal, cargo en el que se desempeña desde el año 2013.

Otras aficiones de la autora, además de la docencia y la matemática, son el ciclismo, la música, la repostería y la fotografía.

Imagen en la portada de los capítulos: Nebulosa Roseta, IC 1396B, obtenida por el relevamiento fotométrico IPHAS/N, preparada por Nick Wright.

?: 1. V, 2. F, 3. V, 4. F, 5. V, 6. V, 7. V, 8. V, 9. V, 10. V, 11. V

?: 1. V, 2. V, 3. V, 4. F, 5. F, 6. V, 7. F, 8. V, 9. V, 10. V, 11. V,
12. F, 13. F, 14. V, 15. F, 16. F

?: 1. V, 2. V, 3. V, 4. V, 5. V, 6. V, 7. V, 8. V, 9. V, 10. V, 11. V,
12. V, 13. F, 14. V, 15. F, 16. V, 17. V, 18. V, 19. V

?: 1. V, 2. F, 3. F, 4. F, 5. F

?: 1. V, 2. F, 3. V, 4. F, 5. V, 6. V, 7. F, 8. V