

SPC - LAB1

Paweł Szczepaniak, Marcin Gruchała, Michał Bagiński

16.10.2020

1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie odpowiedzi impulsowych $k(t)$ obiektu II rzędu o transmitancji

$$K(s) = \frac{1}{s^2 + as + b}$$

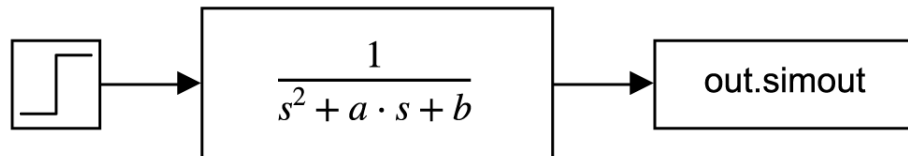
dla różnych przypadków położenia biegunów dla podanych scenariuszy:

- $\Delta > 0$,
- $\Delta = 0$,
- $\Delta < 0$.

Gdzie $\Delta = a^2 - 4b$

2 Schemat układu

W zadaniu zbudowaliśmy model symulacyjny w oprogramowaniu SIMULINK. Schemat symulacyjny wykorzystuje blok Transfer Fcn. Blok modeluje transmitancję operatorową systemu w dziedzinie operatora S .



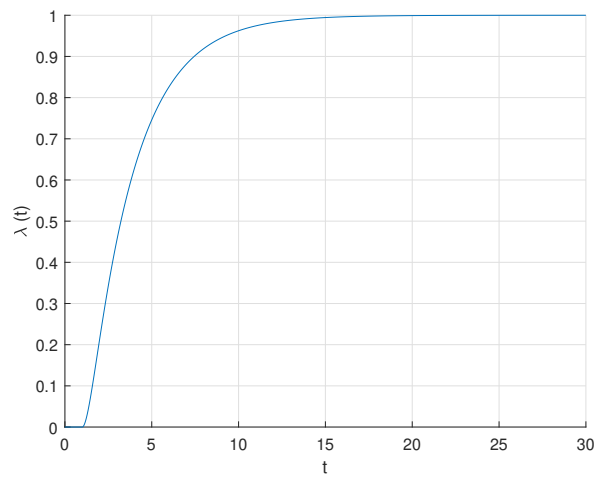
Rysunek 1: Schemat blokowy rozwiązania

3 Wyniki symulacji

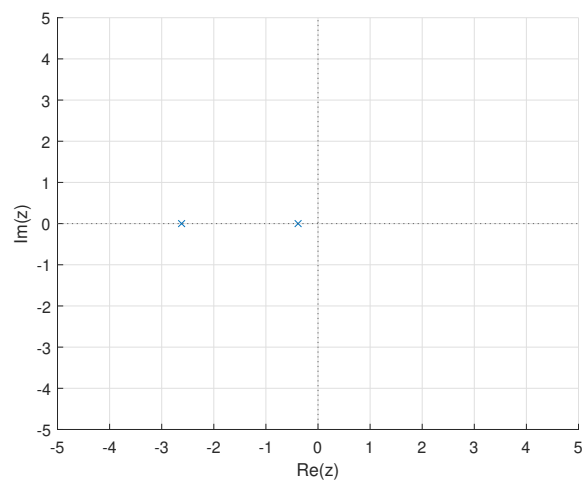
3.1 $\Delta > 0$

3.1.1 Układ stabilny

$$a = 3, \quad b = 1$$



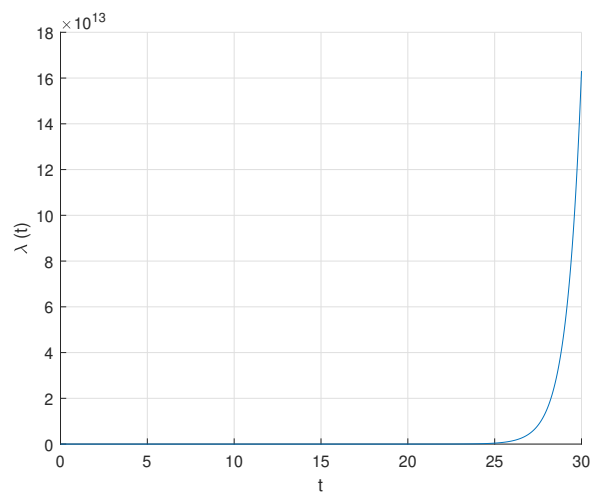
Rysunek 2: Wykres symulacji układu stabilnego dla $\Delta > 0$



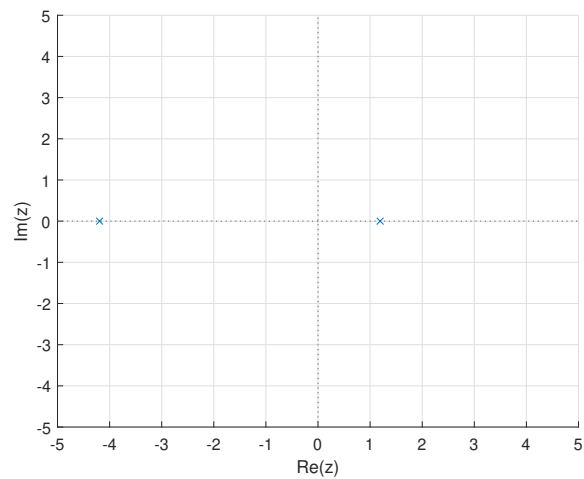
Rysunek 3: Rozkład biegunów transmitancji układu stabilnego dla $\Delta > 0$

3.1.2 Układ niestabilny

$$a = 3, \quad b = -5$$



Rysunek 4: Wykres symulacji układu niestabilnego dla $\Delta > 0$

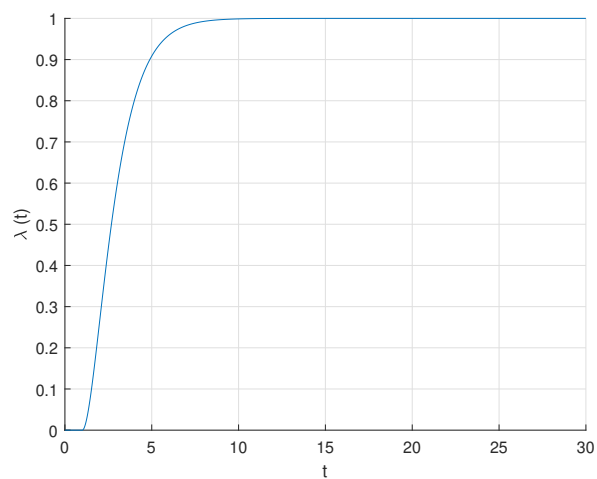


Rysunek 5: Rozkład biegunów transmitancji układu niestabilnego dla $\Delta > 0$

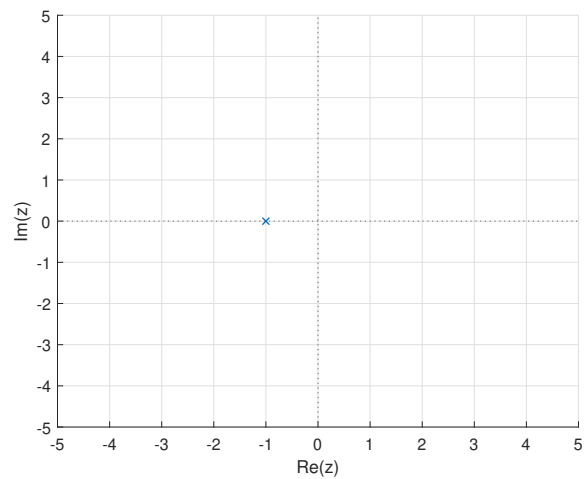
3.2 $\Delta = 0$

3.2.1 Układ stabilny

$$a = 2, \quad b = 1$$



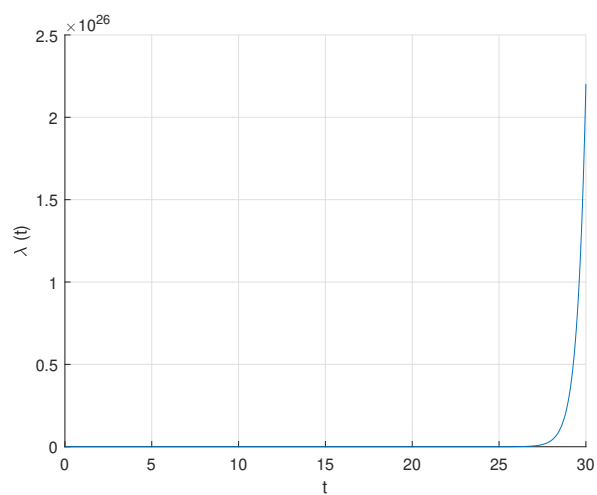
Rysunek 6: Wykres symulacji układu stabilnego dla $\Delta = 0$



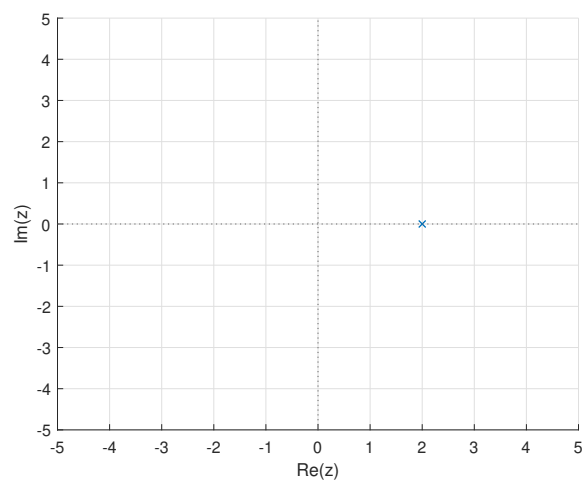
Rysunek 7: Rozkład biegunów transmitancji układu stabilnego dla $\Delta = 0$

3.2.2 Układ niestabilny

$$a = -4, \quad b = 4$$



Rysunek 8: Wykres symulacji układu niestabilnego dla $\Delta = 0$

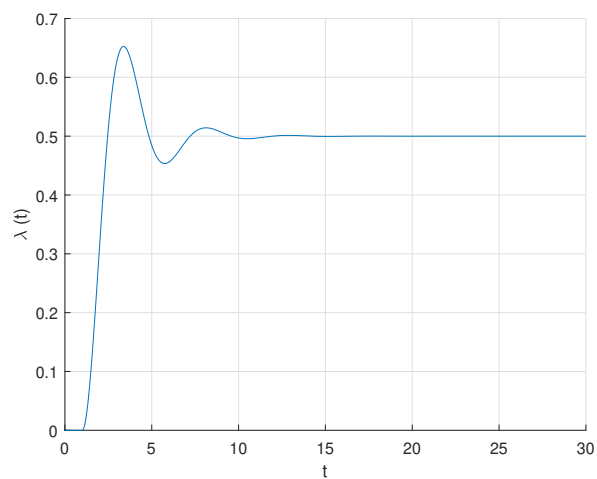


Rysunek 9: Rozkład biegunów transmitancji układu niestabilnego dla $\Delta = 0$

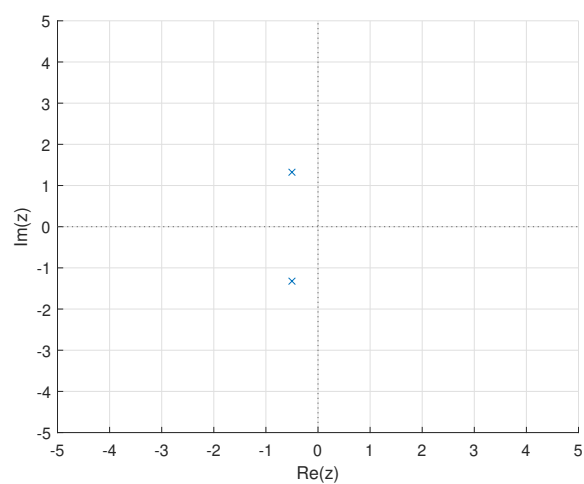
3.3 $\Delta < 0$

3.3.1 Układ stabilny

$$a = 1, \quad b = 2$$



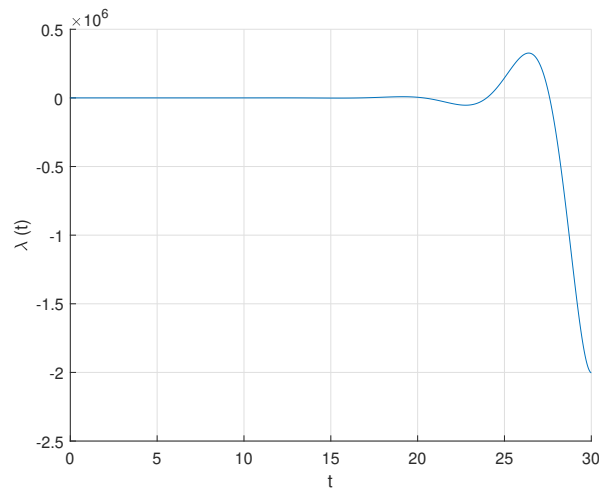
Rysunek 10: Wykres symulacji układu stabilnego dla $\Delta < 0$



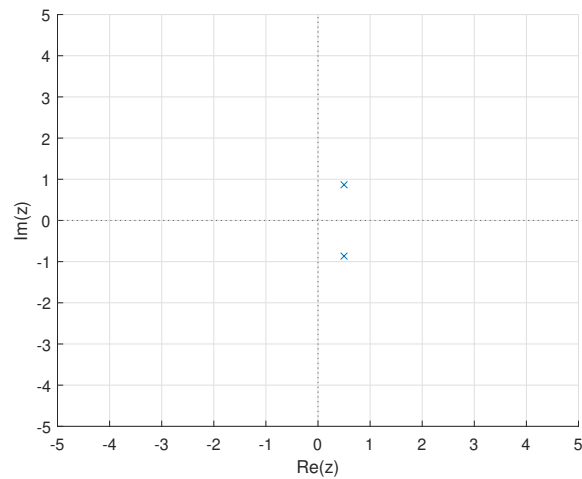
Rysunek 11: Rozkład biegunów transmitancji układu stabilnego dla $\Delta < 0$

3.3.2 Układ niestabilny

$$a = -1, \quad b = 1$$



Rysunek 12: Wykres symulacji układu niestabilnego dla $\Delta < 0$



Rysunek 13: Rozkład biegunów transmitancji układu niestabilnego dla $\Delta < 0$

4 Kod źródłowy

4.1 $\Delta < 0$

4.1.1 Układ stabilny

```
clear all; close all;
a=3;
b=1;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
```

```

yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');

```

4.1.2 Układ niestabilny

```

clear all; close all;
a=3;
b=-5;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');

```

4.2 $\Delta < 0$

4.2.1 Układ stabilny

```

clear all; close all;
a=2;
b=1;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');

```

4.2.2 Układ niestabilny

```

clear; close all;
a=-4;
b=4;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');

```

4.3 $\Delta < 0$

4.3.1 Układ stabilny

```

clear all; close all;
a=1;
b=2;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');

```

4.3.2 Układ niestabilny

```

clear all; close all;
a=-1;
b=1;
p=[1 a b];
delta=a*a-4*b;
s_roots=roots(p);
out=sim('labsim');
t=out.tout;
simout=out.simout;

```

```
figure, hold on, grid on;
plot(t,simout);
xlabel('t');
ylabel('\lambda (t)');

figure, hold on, grid on;
plot(real(s_roots), imag(s_roots), 'x');
yline(0,':');
xline(0,':');
axis([-5 5 -5 5]);
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');
```

5 Wnioski

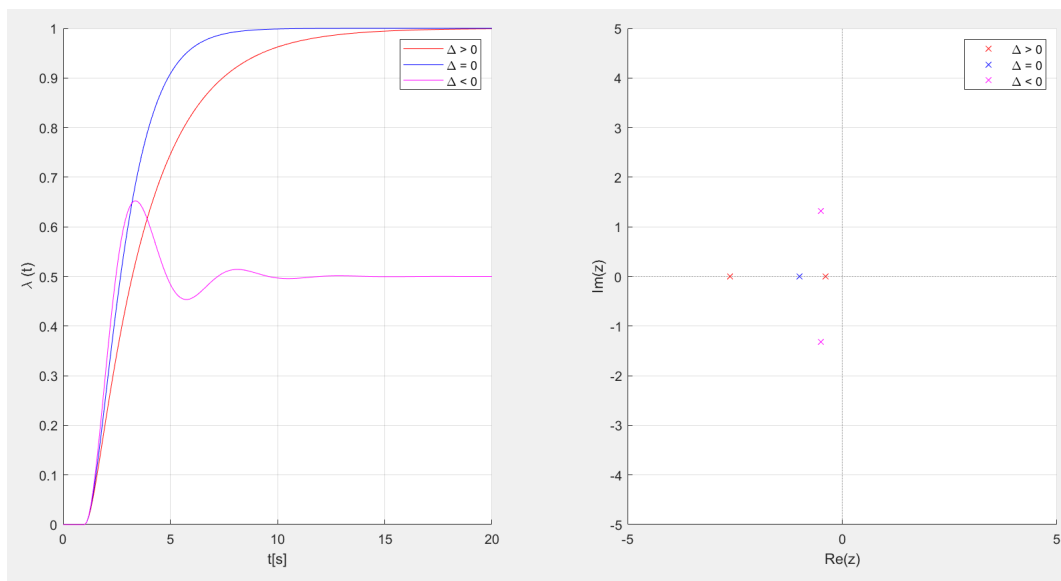
5.1 Skok jednostkowy

Funkcja skokowa Heaviside'a to nieciągła funkcja przyjmująca wartość 0 dla wszystkich ujemnych argumentów oraz wartość 1 w przypadku każdego innego argumentu tj. wszystkich liczb rzeczywistych nieujemnych.

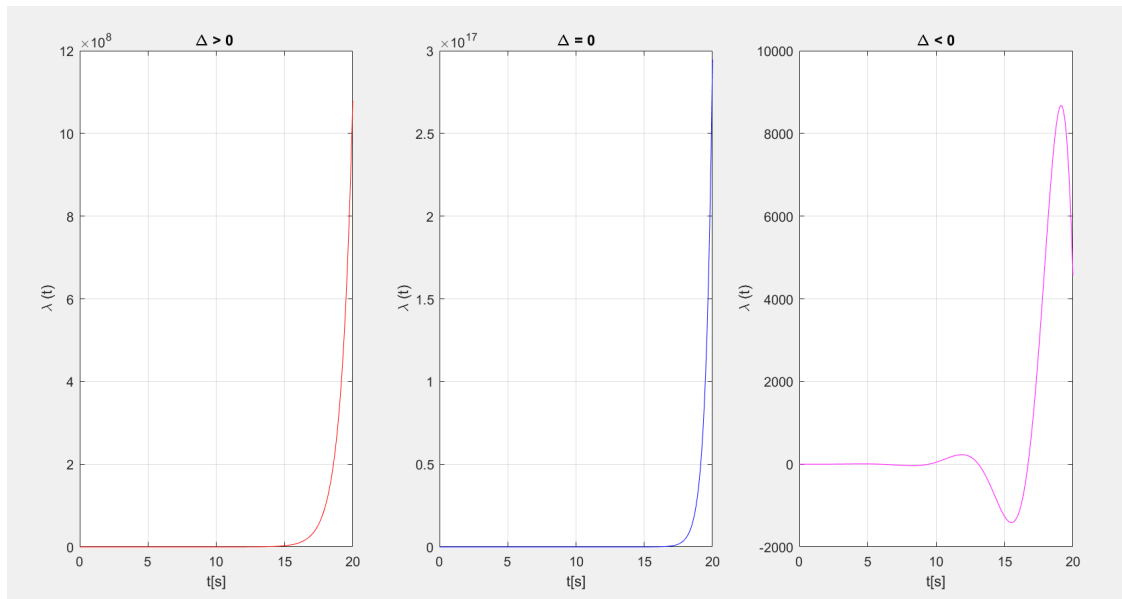
Skok jednostkowy oznacza się często za pomocą symbolu $\mathbf{1}(t)$.

Funkcja ta umożliwia uzyskanie charakterystyki skokowej tj. odpowiedzi układu na wymuszenie w postaci skoku jednostkowego przy zerowych warunkach początkowych. Pozwala to na dokonanie podstawowej analizy układu dynamicznego w prosty sposób.

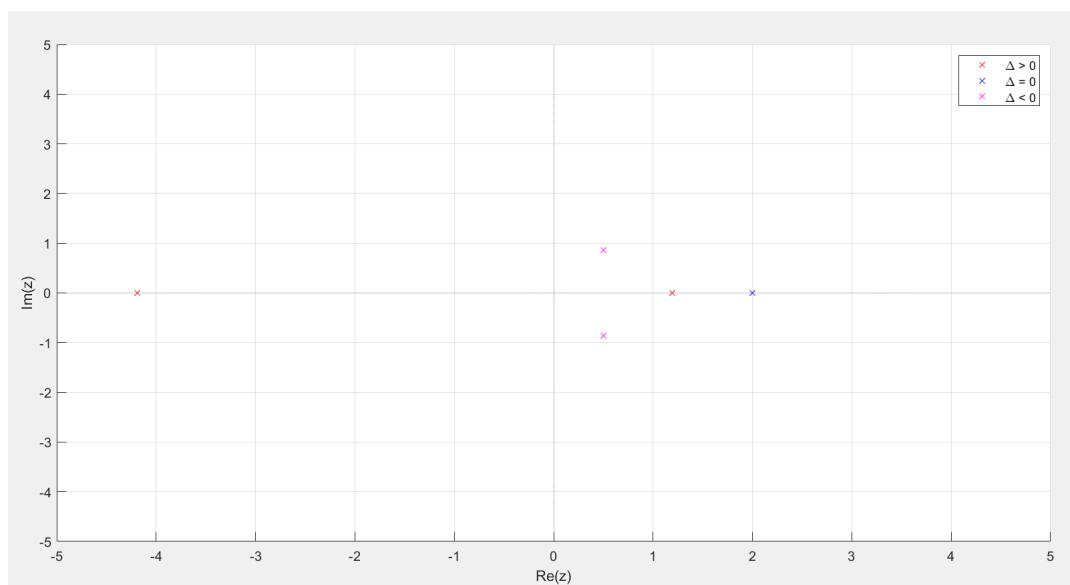
5.2 Analiza rezultatów



Rysunek 14: Porównanie odpowiedzi skokowych i położenia pierwiastków na osi zespolonej dla układów stabilnych



Rysunek 15: Porównanie odpowiedzi skokowych dla układów niestabilnych



Rysunek 16: Porównanie położenia pierwiastków układów niestabilnych na osi zespolonej

Wykresy odpowiedzi skokowej są bardzo przydatne podczas analizy układów, można z nich wywnioskować podstawowe własności układu dynamicznego takie jak stabilność czy czas stabilizacji. Odpowiedź układu na skok jednostkowy jest zależna od pierwiastków mianownika transmitancji opisującej układ.

Aby układ był stabilny pierwiastki mianownika transmitancji muszą się znajdować w lewej półpłaszczyźnie na osi zespolonej. Pojawienie się pierwiastków poza osią liczb rzeczywistych powoduje pojawienie się w układzie oscylacji. Warto zaznaczyć, że w momencie gdy choćby jeden z pierwiastków znajduje się w prawej części osi liczb rzeczywistych tzn. rzeczywista część pierwiastka jest > 0 to układ ten jest niestabilny. // Wyniki doświadczenia potwierdzają wiedzę na temat równania różniczkowego drugiego rzędu, którą posiadaliśmy już na wcześniejszych kursach. Zatem jeśli:

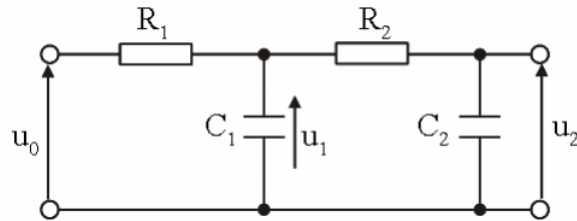
- $\Delta < 0$ - w układzie zachodzą przeregulowania, oscylacje,
- $\Delta \geq 0$ - układ bez oscylacji,
- $Re(\lambda_1), Re(\lambda_2) < 0$ - układ jest stabilny,
- $Re(\lambda_1), Re(\lambda_2) > 0$ - układ jest niestabilny.

6 Realne obiekty

Badany model obiektu drugiego rzędu można zastosować do opisu realnych obiektów. Obiekty te aby nadawały się do opisu równaniem różniczkowym drugiego rzędu powinny być zbudowane z co najmniej dwóch elementów magazynujących energię.

Przykłady realnych obiektów spełniające dane równanie:

- amortyzator,
- masa zawieszona na sprężynie,
- podwójny czwórnik RC,



Rysunek 17: Schemat podwójnego czwórnika RC.

- ogrzewanie centralne:
 - ogrzewanie wody w rurach przez piec,
 - przekazywanie ciepła za pomocą wody do grzejnika,
 - ogrzewanie pomieszczenia poprzez grzejnik.
- szeregowo podłączone elementy układu RLC.