

Algoritmos y Estructuras de Datos III

TP3

29 de mayo de 2015

Integrante	LU	Correo electrónico
Martin Baigorria	575/14	martinbaigorria@gmail.com
Federico Beuter	827/13	federicobeuter@gmail.com
Juan Rinaudo	864/13	jangamesdev@gmail.com
Mauro Cherubini	835/13	cheru.mf@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Introducción

1.1. Definiciones

Antes de enunciar el problema a resolver en este trabajo práctico, es necesario enunciar las siguientes definiciones. Sea $G = (V, E)$ un grafo simple:

Definición Un conjunto $I \subseteq V$ es un *conjunto independiente* de G si no existe ningún eje de E entre los vértices de I . Es decir, los ejes de I no están conectados por las aristas de G .

Definición Un conjunto $D \subseteq V$ es un *conjunto dominante* de G si todo vértice de G está en D o bien tiene al menos un vecino que está en D .

Definición Un conjunto *conjunto independiente dominante* de G es un conjunto independiente que a su vez es dominante del grafo G . Desde un conjunto independiente dominante se puede acceder a cualquier vértice del grafo G con solo recorrer una arista desde uno de sus vértices.

Definición Un *Conjunto Independiente Dominante Mínimo* (CIDM) es el conjunto independiente dominante de G de mínima cardinalidad.

Cada definición debería ser acompañada con un gráfico. Por ejemplo, podemos mostrar dos conjuntos independientes y dominantes del mismo grafo, donde uno es el CIDM.

1.2. Introducción

El objetivo del trabajo es utilizar diferentes técnicas algorítmicas para resolver el problema del Conjunto Independiente Dominante Mínimo, que es un problema de cubrimiento de grafos y optimización combinatoria.

En 1979, Garey y Johnson probaron que el problema de encontrar el CIDM es un problema NP-Hard¹. El objetivo del trabajo es utilizar diferentes técnicas algorítmicas para resolver este problema. En un principio diseñaremos e implementaremos un algoritmo exacto para el mismo. Dada la complejidad del problema, luego propondremos diferentes algoritmos heurísticos para llegar a una solución que sea lo suficientemente buena a fines prácticos en un tiempo razonable.

Si recordamos el problema 3 del TP1, podemos ver claramente que el mismo es un caso particular del problema del conjunto independiente dominante óptimo. Esto se debe a que el problema de los caballos imponía cierta estructura sobre el grafo en el que se efectuaba la búsqueda. El grafo en sí no era completo, dado que cada casilla era representada por un nodo, y un caballo no podía acceder a los nodos adyacentes. El movimiento de los caballos se modelaba con aristas entre nodos. En cambio, el problema de encontrar el CIDM se aplica a cualquier tipo de grafo. Dado que el problema de los caballos era computacionalmente costoso, podemos inferir, como ya lo confirma la literatura, que este problema se resolverá en tiempo no polinomial.

1.3. Maximalidad y dominancia

Las siguientes proposiciones serán útiles a lo largo del trabajo:

Proposición 1.1 Sea M un conjunto independiente maximal de G . $\forall v \in G.V$, si $v \notin M \implies \exists u \in M$ tal que u es adyacente a v .

Demostración Por absurdo. Sea M un conjunto independiente maximal y $v \notin G.V$. $\nexists u \in M$ tal que u es adyacente a v . Por lo tanto, puedo agregar v a M y el conjunto va a seguir siendo independiente. Esto es absurdo, dado que el conjunto era maximal.

Proposición 1.2 Todo conjunto independiente maximal es un conjunto independiente dominante.

Demostración Sea M un conjunto independiente maximal. Por la propiedad anterior, si $v \notin M \implies \exists u \in M$ tal que u es adyacente a v . Por lo tanto, si $v \notin M$ entonces tiene algún vecino que está en M . Esto significa que M es dominante.

¹M.R. Garey, D.S. Johnson, Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness, Freeman and Company, San Francisco (1979).

1.4. Utilidad