La fonction Ishigami

March 14, 2019

1 La fonction Ishigami

On considère la fonction

$$g(X_1, X_2, X_3) = \sin(X_1) + a\sin(X_2)^2 + bX_3^4 \sin(X_1)$$

pour tout $X_1, X_2, X_3 \in [-\pi, \pi]$ où $a = 7$ et $b = 0.1$.

On suppose que les variables sont indépendantes et suivent la loi uniforme entre $-\pi$ et π.

```
In [1]: import openturns as ot
        import openturns.viewer
        import numpy as np
```

```
In [2]: input_names = ["X1","X2","X3"]
        g = ot.SymbolicFunction(input_names,["sin(X1)+7*sin(X2)^2+0.1*X3^4*sin (X1)"])
        X = ot.ComposedDistribution ([ ot.Uniform (-np.pi , np.pi)] * 3 )
        X.setDescription(input_names)
```

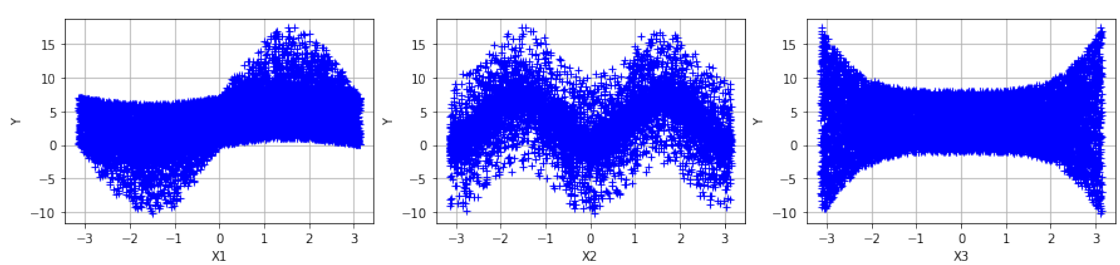
```
In [3]: def ishigamisa(a,b):
            var = 1.0/2 + a**2/8 + b*np.pi**4/5 + b**2*np.pi**8/18
            S1 = (1.0/2 + b*np.pi**4/5+b**2*np.pi**8/50)/var
            S2 = (a**2/8)/var
            S3 = 0
            S13 = b**2*np.pi**8/2*(1.0/9-1.0/25)/var
            exact = {
                    'expectation' : a/2,
                    'variance' : var,
                    'S1' : (1.0/2 + b*np.pi**4/5+b**2*np.pi**8.0/50)/var,
                    'S2' : (a**2/8)/var,
                    'S3' : 0,
                    'S12' : 0,
                    'S23' : 0,
                    'S13' : S13,
                    'S123' : 0,
                    'ST1' : S1 + S13,
                    'ST2' : S2,
                    'ST3' : S3 + S13
                    }
```

```
    return exact

a = 7.
b = 0.1
exact = ishigamisa(a,b)
exact
```

Out[3]:
```
{'expectation': 3.5,
 'variance': 13.844587940719254,
 'S1': 0.3139051911478 1146,
 'S2': 0.4424111447900409,
 'S3': 0,
 'S12': 0,
 'S23': 0,
 'S13': 0.2436836640621477,
 'S123': 0,
 'ST1': 0.5575888552099592,
 'ST2': 0.4424111447900409,
 'ST3': 0.2436836640621477}
```

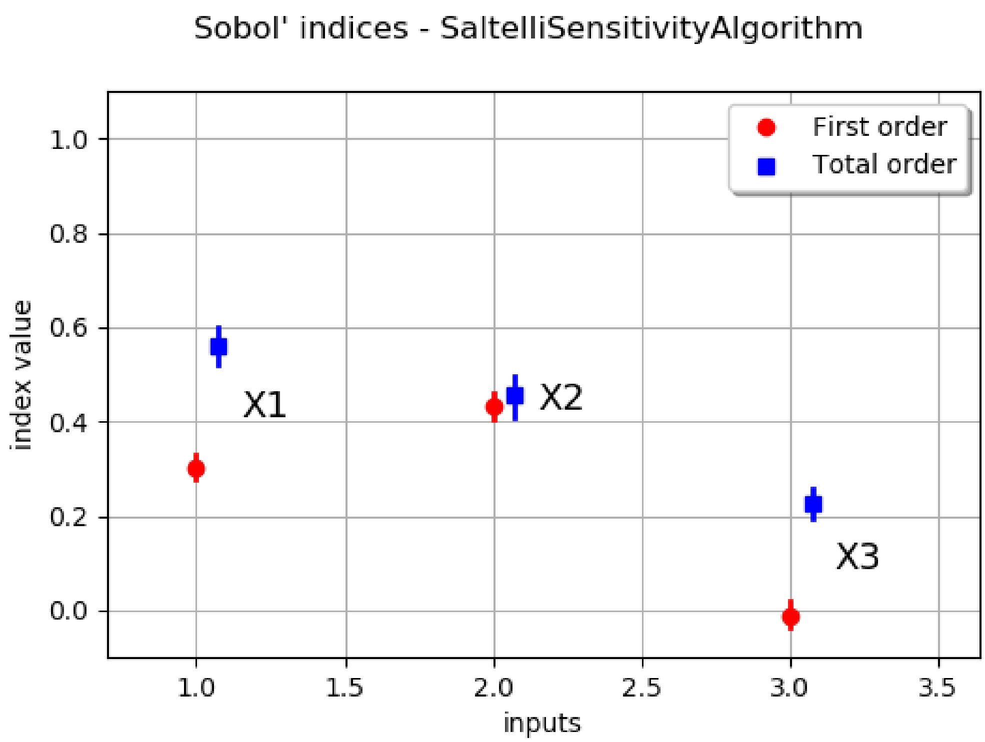
In [4]:
```
n = 10000
sampleX = X.getSample(n)
sampleY = g(sampleX)
```

In [5]:
```
def plotXvsY(sampleX, sampleY, figsize=(15,3)):
    import pylab as pl
    dimX = sampleX.getDimension()
    inputdescr = sampleX.getDescription()
    fig = pl.figure(figsize=figsize)
    for i in range(dimX):
        ax = fig.add_subplot(1, dimX, i+1)
        graph = ot.Graph('', inputdescr[i], 'Y', True, '')
        cloud = ot.Cloud(sampleX[:,i],sampleY)
        graph.add(cloud)
        _ = ot.viewer.View(graph, figure=fig, axes=[ax])

plotXvsY(sampleX, sampleY)
```



In [7]:
```
size = 10000
sie = ot.SobolIndicesExperiment(X, size, True)
inputDesign = sie.generate()
outputDesign = g(inputDesign)
sensitivityAnalysis = ot.SaltelliSensitivityAlgorithm(inputDesign, outputDesign, size)
graph = sensitivityAnalysis.draw()
graph
```

Out[7]:



- On observe que la variable X_1, avec un indice de Sobol' total proche de 0.6, est la variable qui possède le plus d'impact par elle même ou par ses interactions. En effet, sont indice du premier ordre est proche de 0.3, ce qui implique que les interactions entre X_1 et les autres variables comptent pour approximativement 30% de la variance totale.
- La variable X_2 possède un indice du premier ordre proche de l'indice total, ce qui implique qu'elle n'interagit pas avec les autres variables. Son indice total est approximativement égal à 0.4.
- La variable X_3 possède un indice du premier ordre proche de zéro. Elle a un impact sur la variabilité de la sortie uniquement via ses interactions avec les autres variables.