

Elisabetta Fersini

Esercitazione

DISCo

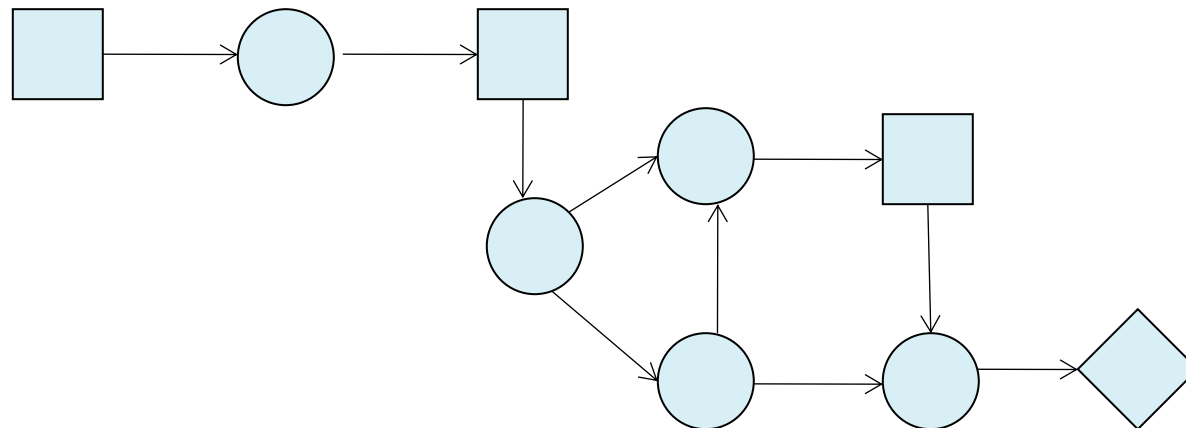
Università degli Studi di Milano-

Bicocca

Viale Sarca, 336

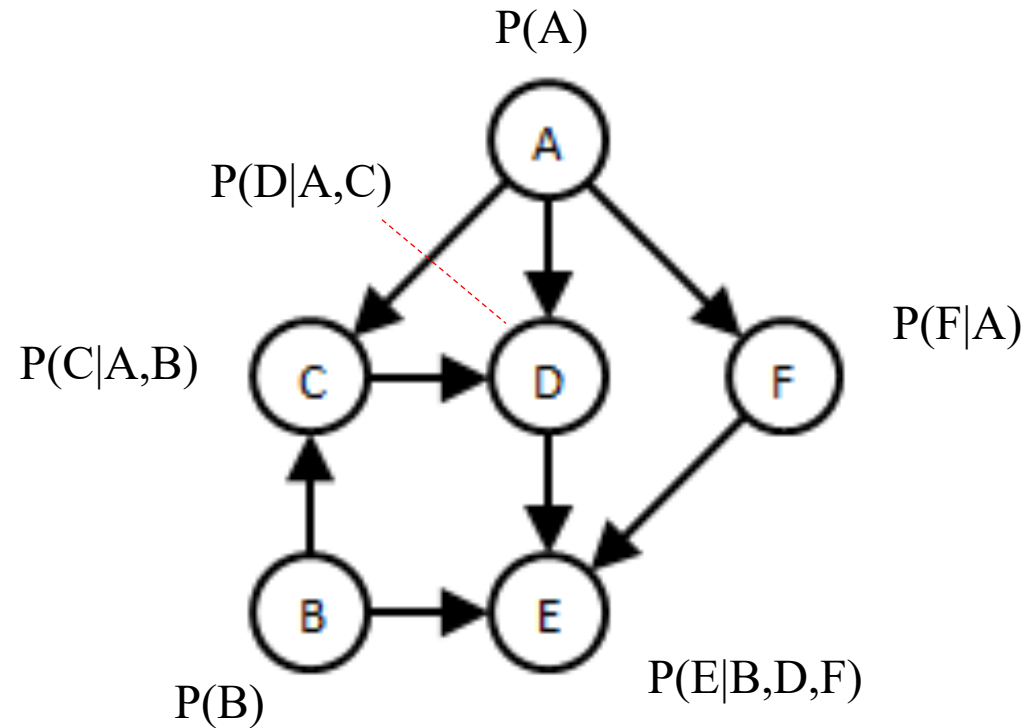
20126 Milano

elisabetta.fersini@unimib.it



Esercizio 1

- Data la seguente rete, indicare quali tabelle di probabilità condizionata devono essere definite affinché il grafo possa essere considerato una rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.
 1. Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana per il problema descritto.
 2. Scrivere la **distribuzione di probabilità congiunta** espressa come prodotto delle probabilità condizionate.
 3. Qual è il numero di **parametri indipendenti** richiesti per descrivere la distribuzione congiunta?
 4. Assumendo che non ci sia indipendenza condizionale tra le variabili, quanti **parametri indipendenti** sarebbero dunque richiesti?

Esercizio 2

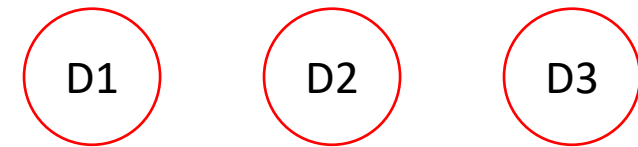
1. Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

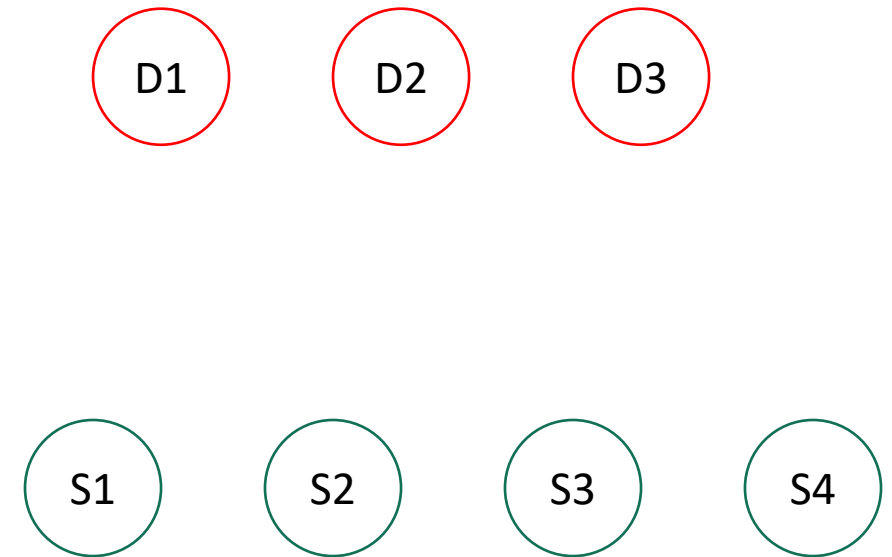
1. Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

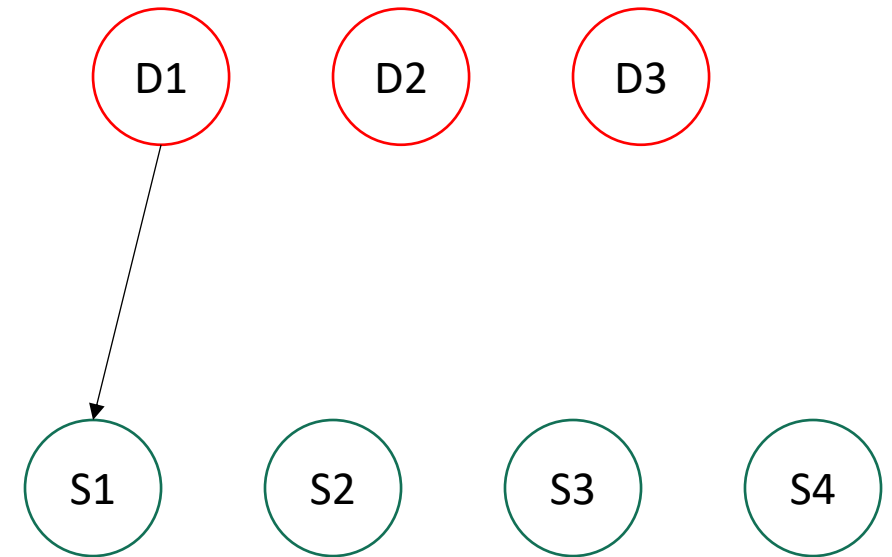
- Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

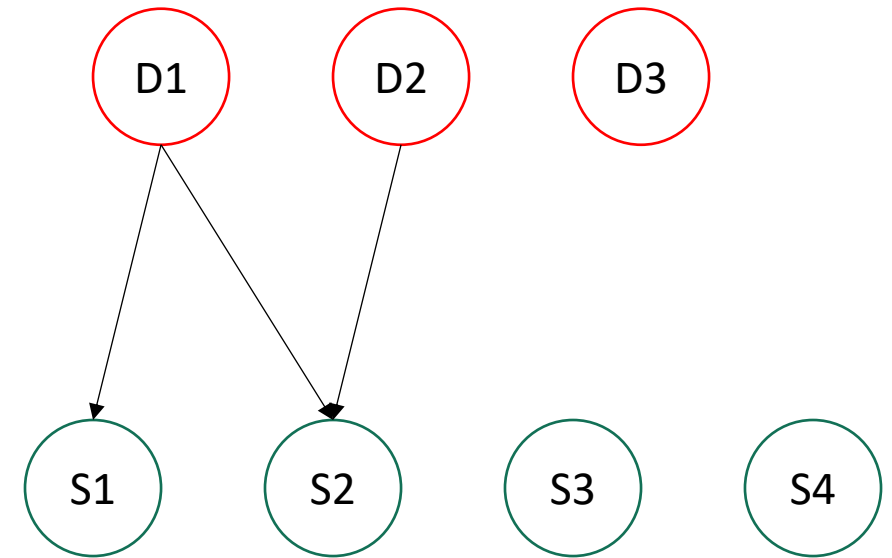
- Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

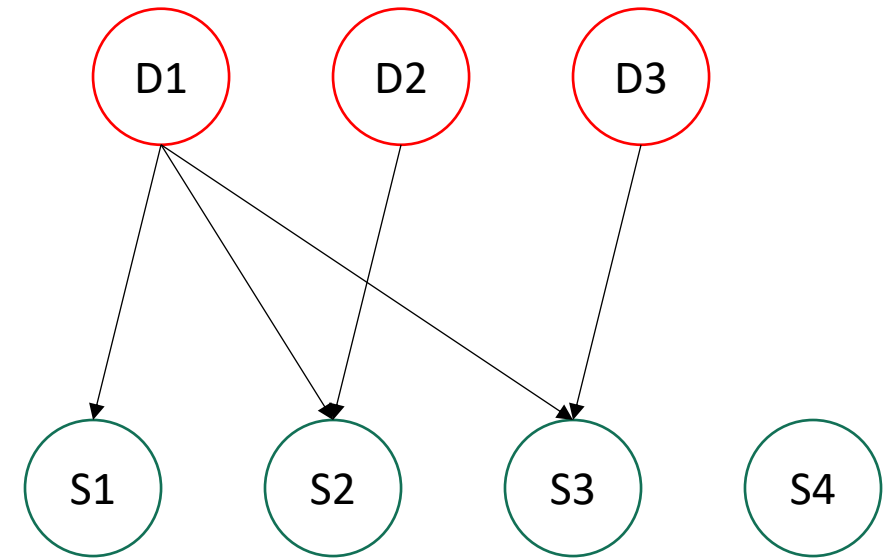
- Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le 3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3 , le quali sono marginalmente indipendenti tra loro. Ci sono 4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono condizionalmente dipendenti alle 3 malattie come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

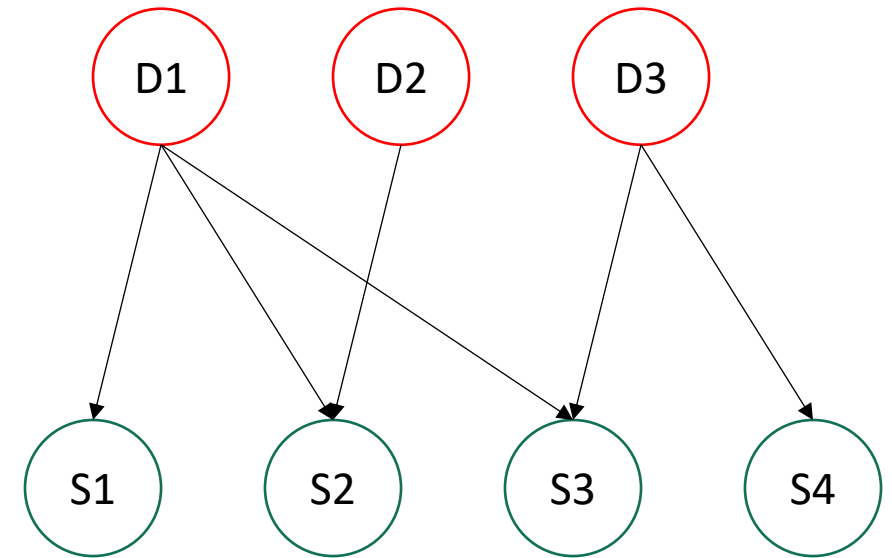
- Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana



Esercizio 2

- Un paziente si reca dal dottore per sottoporre una patologia, il dottore sospetta 3 possibili malattie come causa della condizione patologica. Le **3 malattie sono D_1 , D_2 , e D_3** , le quali sono **marginalmente indipendenti tra loro**. Ci sono **4 sintomi S_1 , S_2 , S_3 , e S_4** di cui il dottore vuole verificare la presenza in modo da trovare la causa più probabile per la condizione patologica. I sintomi sono **condizionalmente dipendenti alle 3 malattie** come segue: S_1 dipende solamente da D_1 , S_2 dipende da D_1 e da D_2 , S_3 dipende da D_1 e da D_3 , e S_4 dipende solamente da D_3 . Si assuma che tutte le variabili casuali siano booleane.

1. Costruire la **struttura topologica** alla rete bayesiana

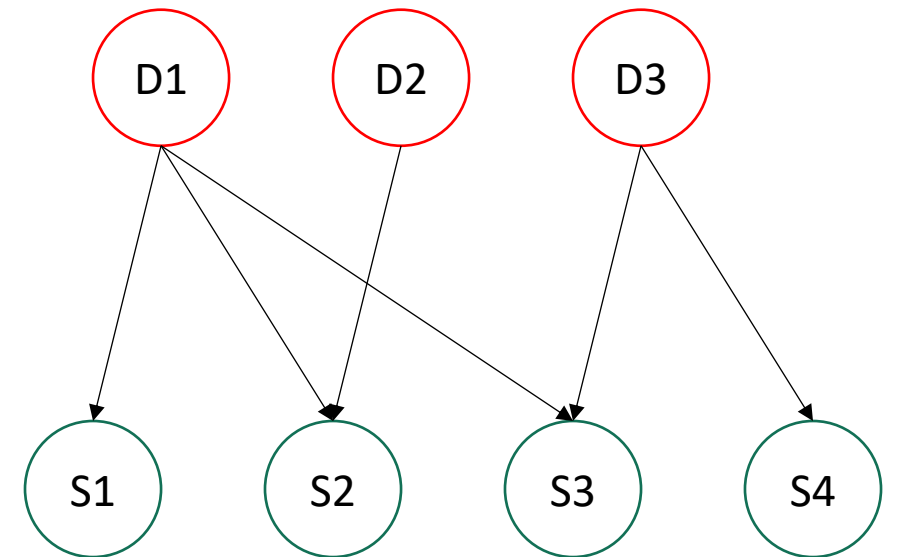


Esercizio 2

2. Scrivere la **distribuzione di probabilità congiunta** espressa come prodotto delle probabilità condizionate.

$$P(D1, D2, D3, S1, S2, S3, S4)=$$

$$= P(D1) * P(D2) * P(D3) * P(S1|D1) * P(S2|D1,D2) * \\ * P(S3|D1,D3) * P(S4|D3)$$

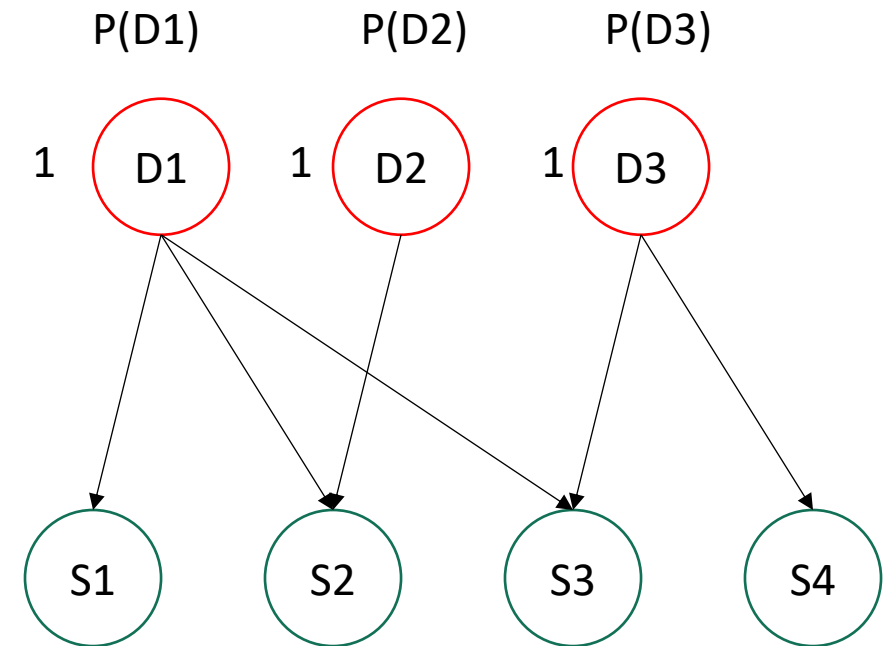


Esercizio 2

3. Qual è il numero di **parametri indipendenti** richiesti per descrivere la distribuzione congiunta?

P(D1)	
Vero	Falso
0.7	0.3

2 parametri di cui
1 parametro indipendente



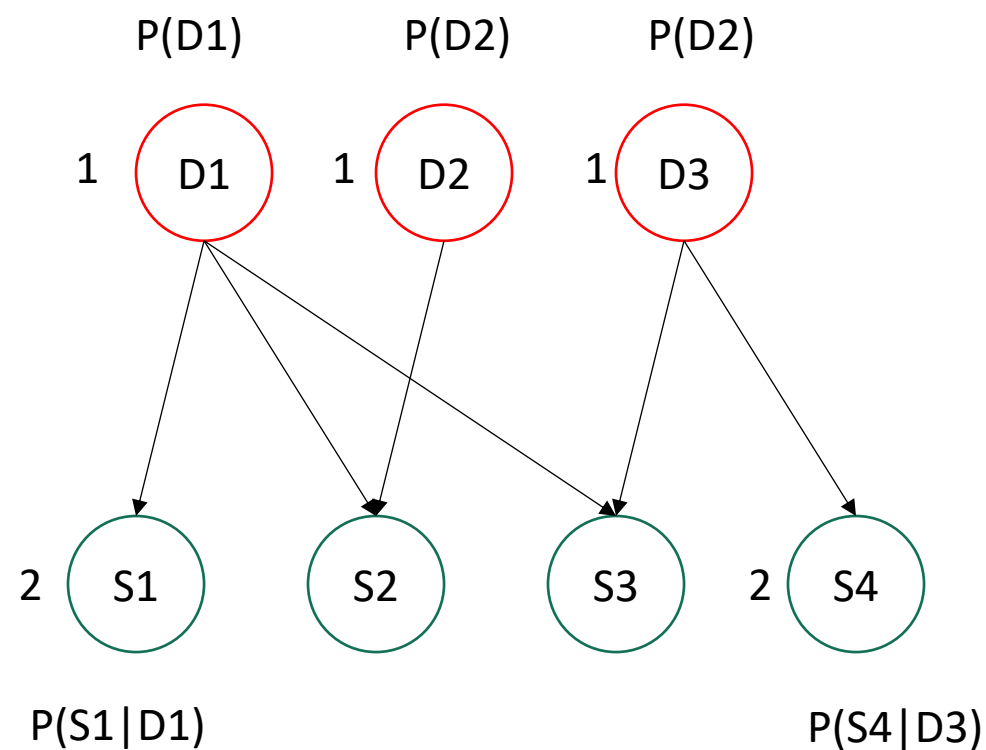
Esercizio 2

3. Qual è il numero di **parametri indipendenti** richiesti per descrivere la distribuzione congiunta?

$P(S1 | D1)$

D1	Vero	Falso
Vero	0.6	0.4
Falso	0.2	0.8

4 parametri di cui
2 parametri indipendenti

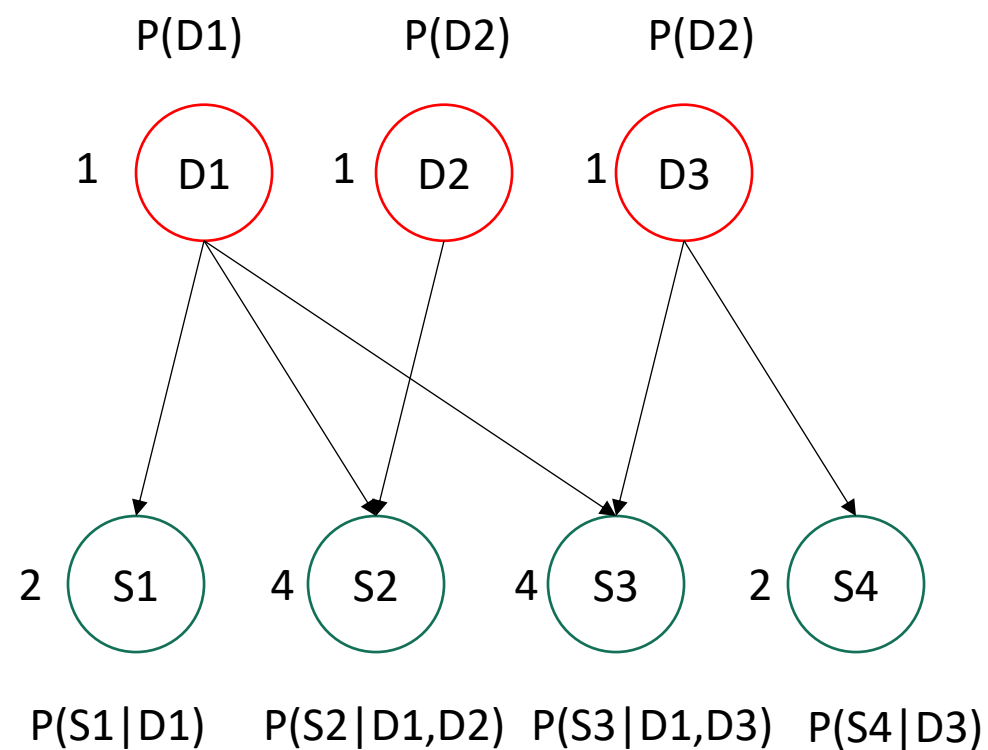


Esercizio 2

3. Qual è il numero di **parametri indipendenti** richiesti per descrivere la distribuzione congiunta?

		$P(S2 D1, D2)$	
D1	D2	Vero	Falso
Vero	Vero	0.6	0.4
Vero	Falso	0.2	0.8
Falso	Vero	0.3	0.7
Falso	Falso	0.9	0.1

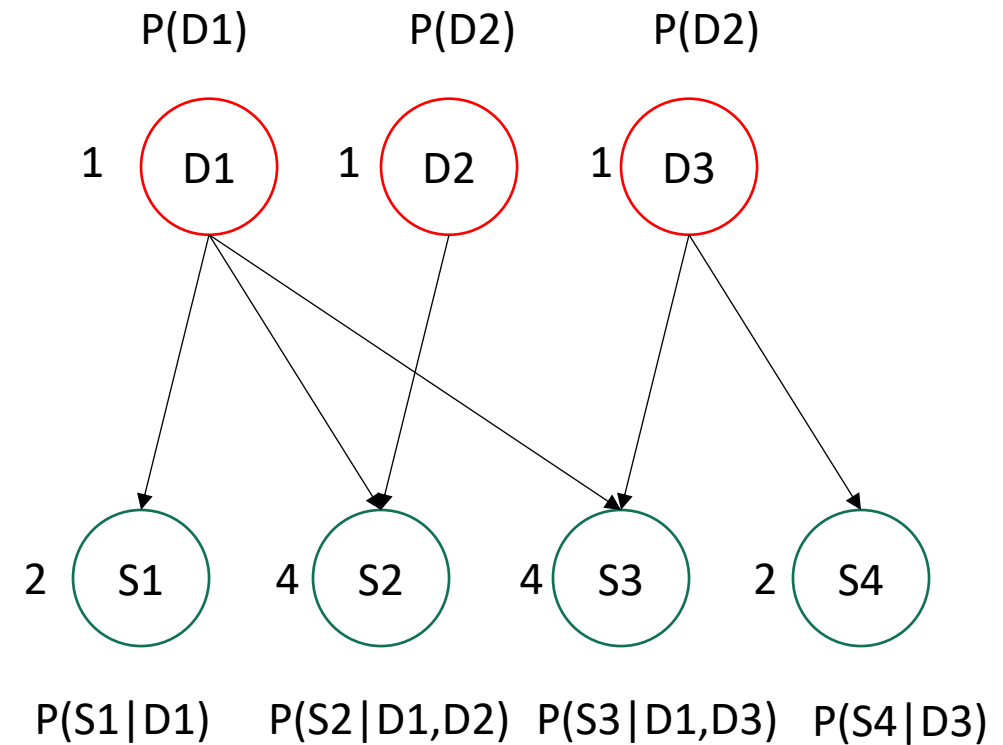
8 parametri di cui
4 parametri indipendenti



Esercizio 2

3. Qual è il numero di **parametri indipendenti** richiesti per descrivere la distribuzione congiunta?

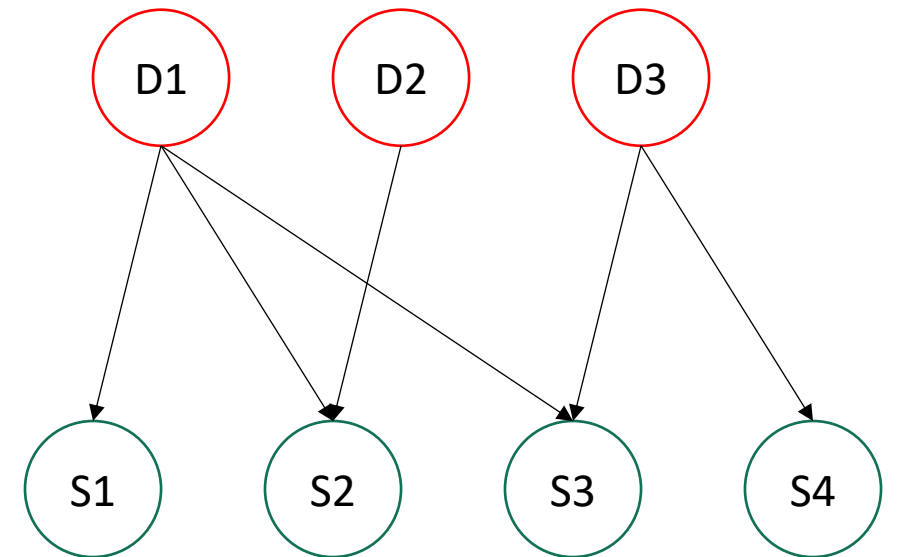
CPT	Numero di parametri indipendenti
$P(D_1)$	1
$P(D_2)$	1
$P(D_3)$	1
$P(S_1 D_1)$	2
$P(S_2 D_1, D_2)$	4
$P(S_3 D_1, D_3)$	4
$P(S_4 D_3)$	2
Numero totale di parametri indipendenti	15



Esercizio 2

4. Assumendo che **non ci sia indipendenza condizionale** tra le variabili, quanti **parametri indipendenti** sarebbero dunque richiesti?

$$2^7 - 1 = 127$$



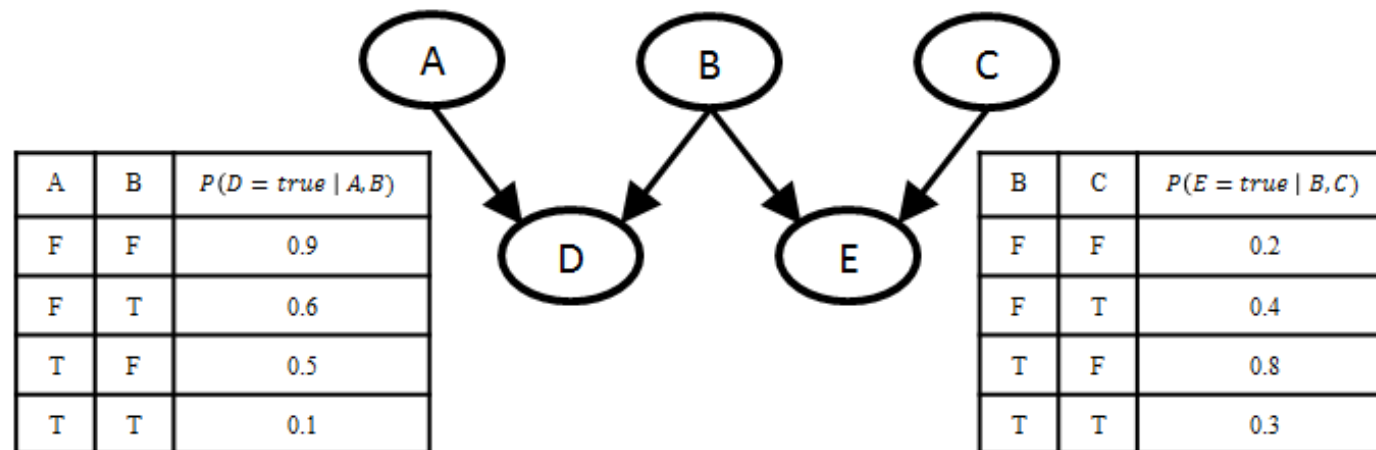
Esercizio 3

- Si consideri la seguente rete bayesiana in cui tutte le variabili sono booleane.
 - Qual è la probabilità che tutte le variabili siano contemporaneamente false?
 - Qual è la probabilità di A, avendo la conoscenza che tutte le altre variabili sono vere?

$$P(A=\text{true}) = 0.2$$

$$P(B = \text{true}) = 0.5$$

$$P(C = \text{true}) = 0.8$$



Esercizio 3

- Qual è la probabilità che tutte le variabili siano **contemporaneamente** false?

$$P(\neg A, \neg B, \neg C, \neg D, \neg E)$$

$$= P(\neg A)P(\neg B)P(\neg C)P(\neg D|\neg A, \neg B)P(\neg E|\neg B, \neg C)$$

$$= (0.8)(0.5)(0.2)(0.1)(0.8)$$

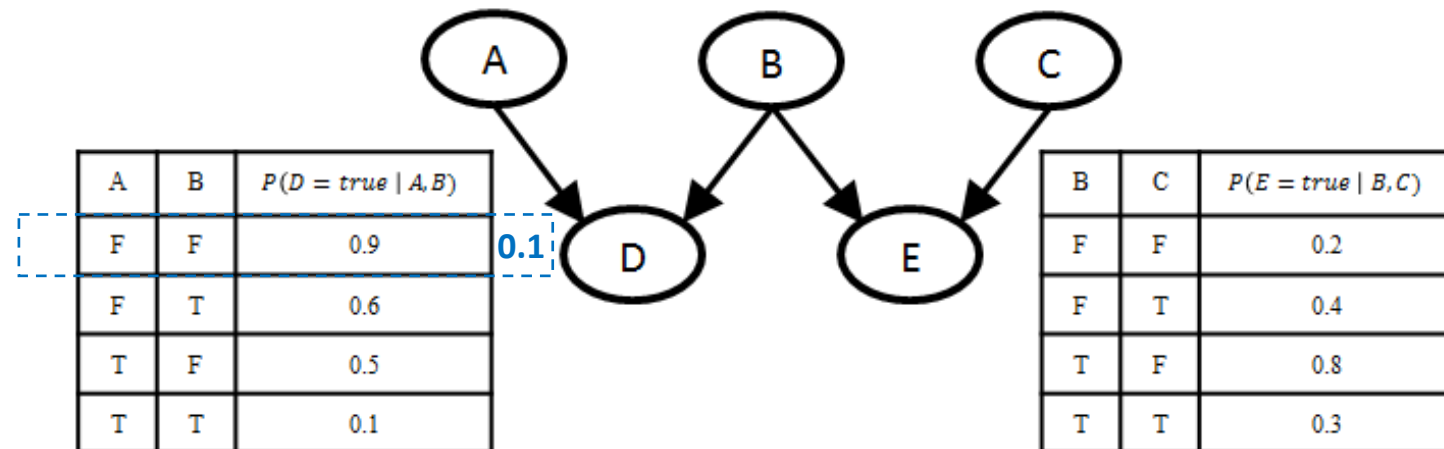
$$= 0.0064$$

$$P(A = \text{false}) = \mathbf{0.8}$$

$$P(A = \text{true}) = 0.2$$

$$P(B = \text{true}) = 0.5$$

$$P(C = \text{true}) = 0.8$$



Esercizio 3

- Qual è la **probabilità di A, avendo la conoscenza** che tutte le altre variabili sono vere?

$$\begin{aligned} P(\neg A|B, C, D, E) \\ &= \alpha P(\neg A)P(B)P(C)P(D|\neg A, B)P(E|B, C) \\ &= \alpha(0.8)(0.5)(0.8)(0.6)(0.3) \\ &= \alpha(0.05760) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A|B, C, D, E) \\ &= \alpha P(A)P(B)P(C)P(D|A, B)P(E|B, C) \\ &= \alpha(0.2)(0.5)(0.8)(0.1)(0.3) \\ &= \alpha(0.00240) \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{1}{0.05760 + 0.00240} = \frac{1}{0.06} = 16.66667$$

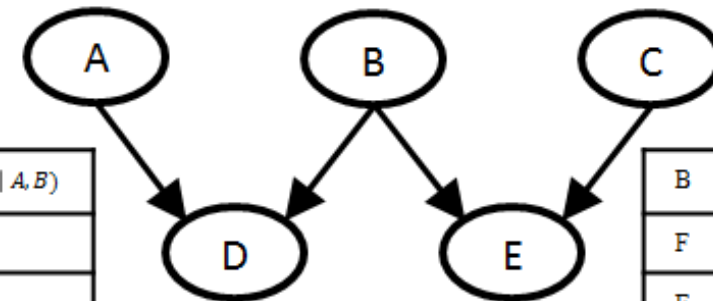
< 0.96; 0.04 >

$$P(A = \text{true}) = 0.2$$

$$P(B = \text{true}) = 0.5$$

$$P(C = \text{true}) = 0.8$$

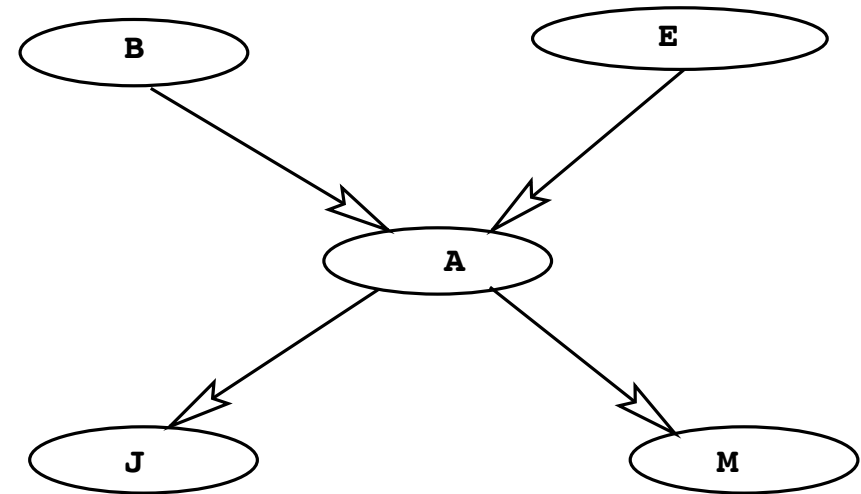
A	B	$P(D = \text{true} A, B)$
F	F	0.9
F	T	0.6
T	F	0.5
T	T	0.1



B	C	$P(E = \text{true} B, C)$
F	F	0.2
F	T	0.4
T	F	0.8
T	T	0.3

Esercizio 4

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

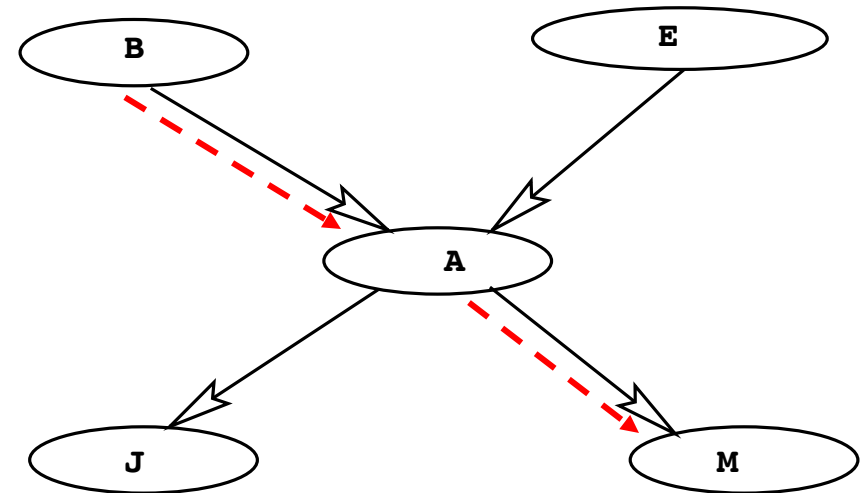


Esercizio 4

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

$B \perp M$? **Falso**

Connessione seriale

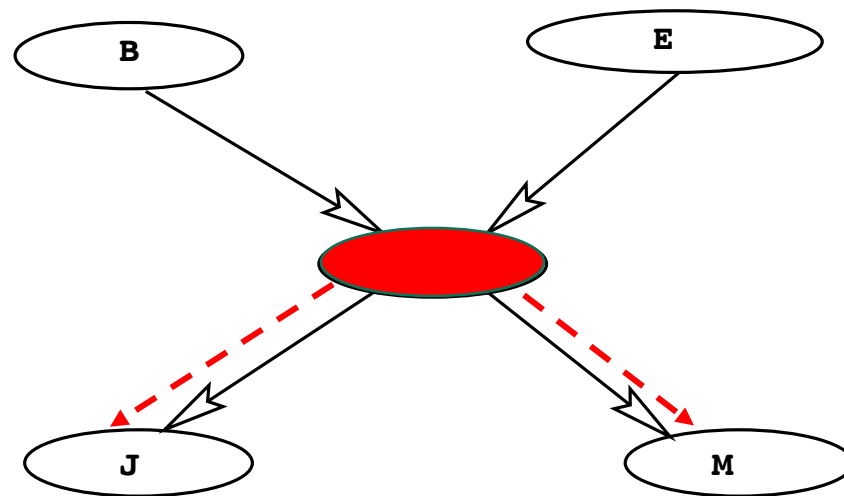


Esercizio 4

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

$J \perp M | A$? Vero

Connessione divergente

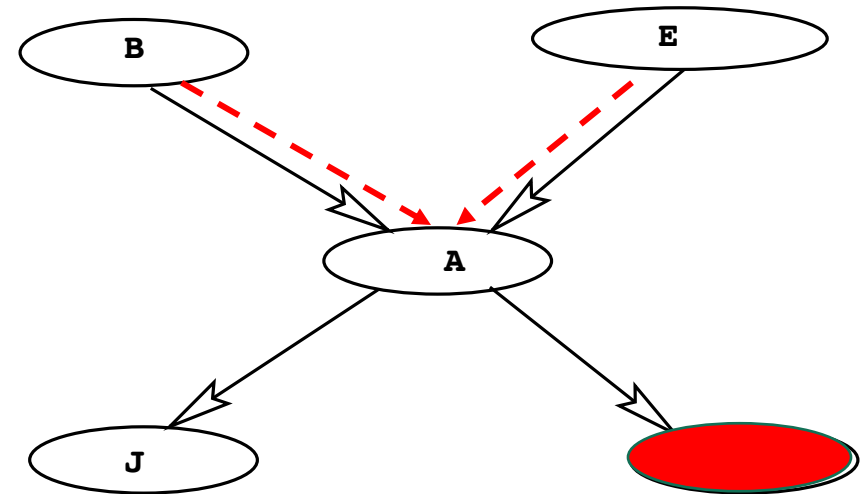


Esercizio 4

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

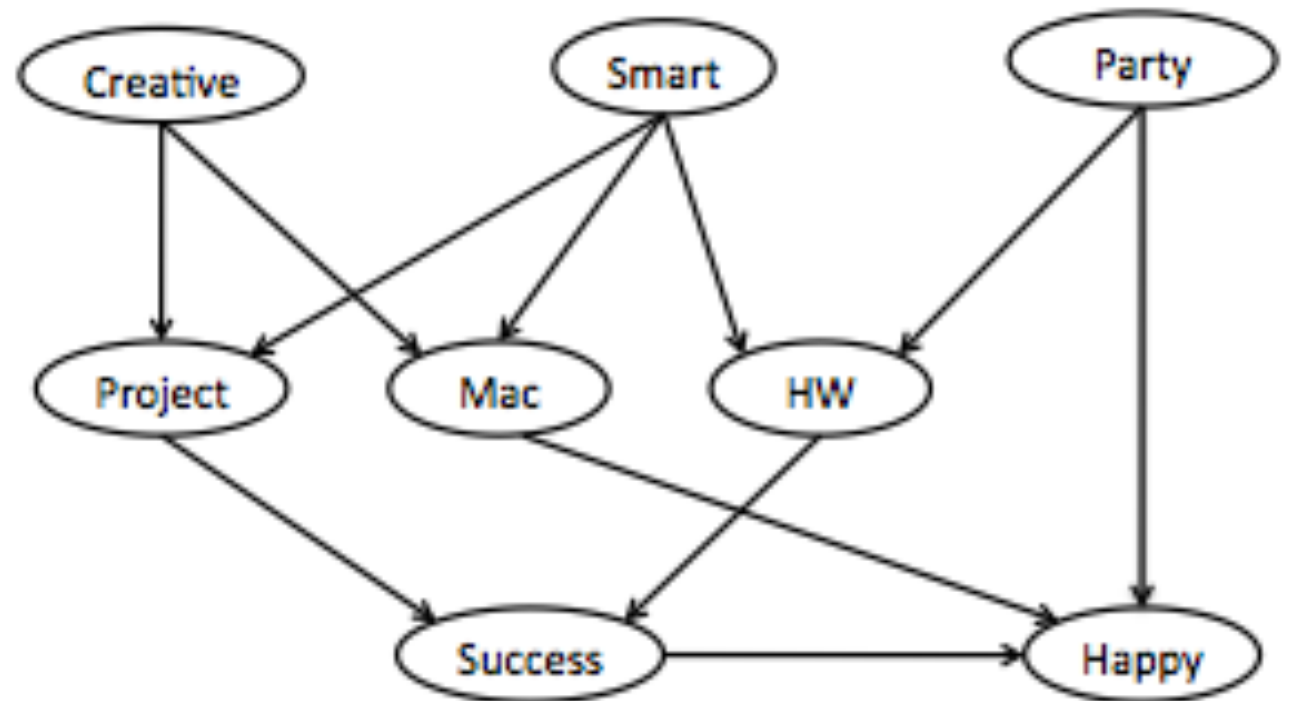
$E \perp B \mid M?$ falso

Connessione convergente



Esercizio 5

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

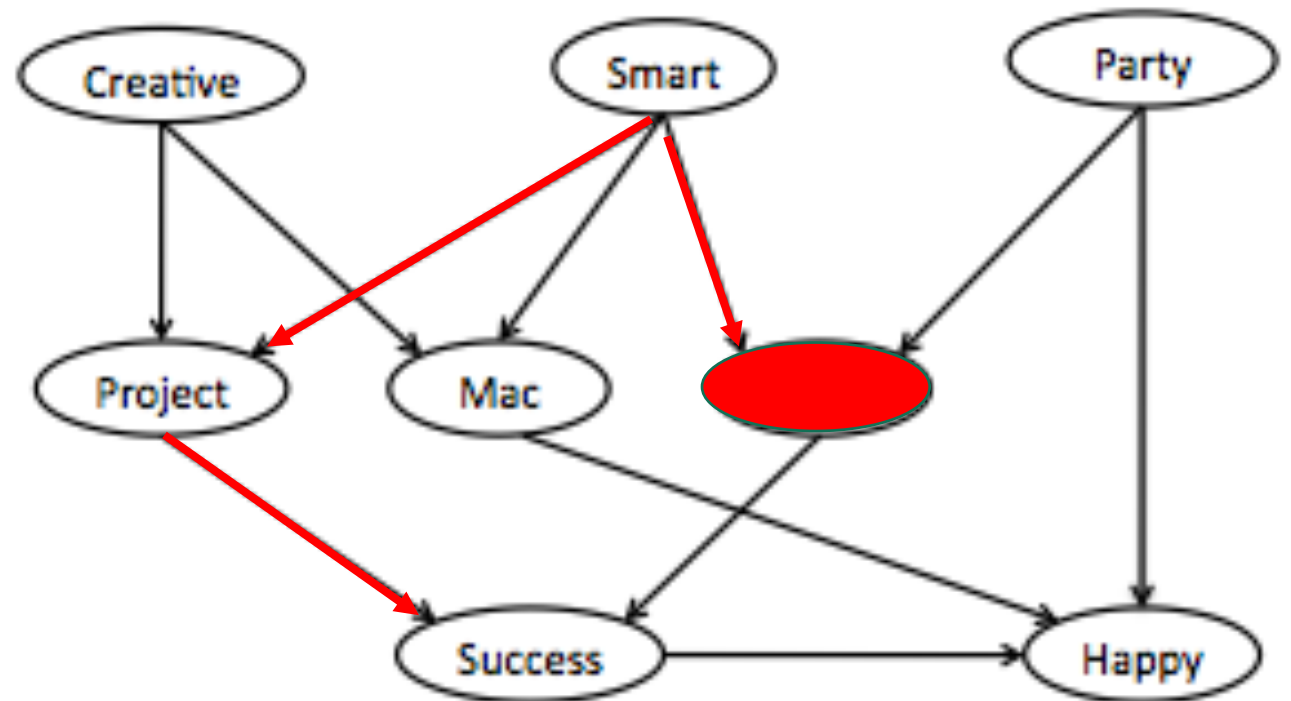


Esercizio 5

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

Party è indipendente da Success dato HW.

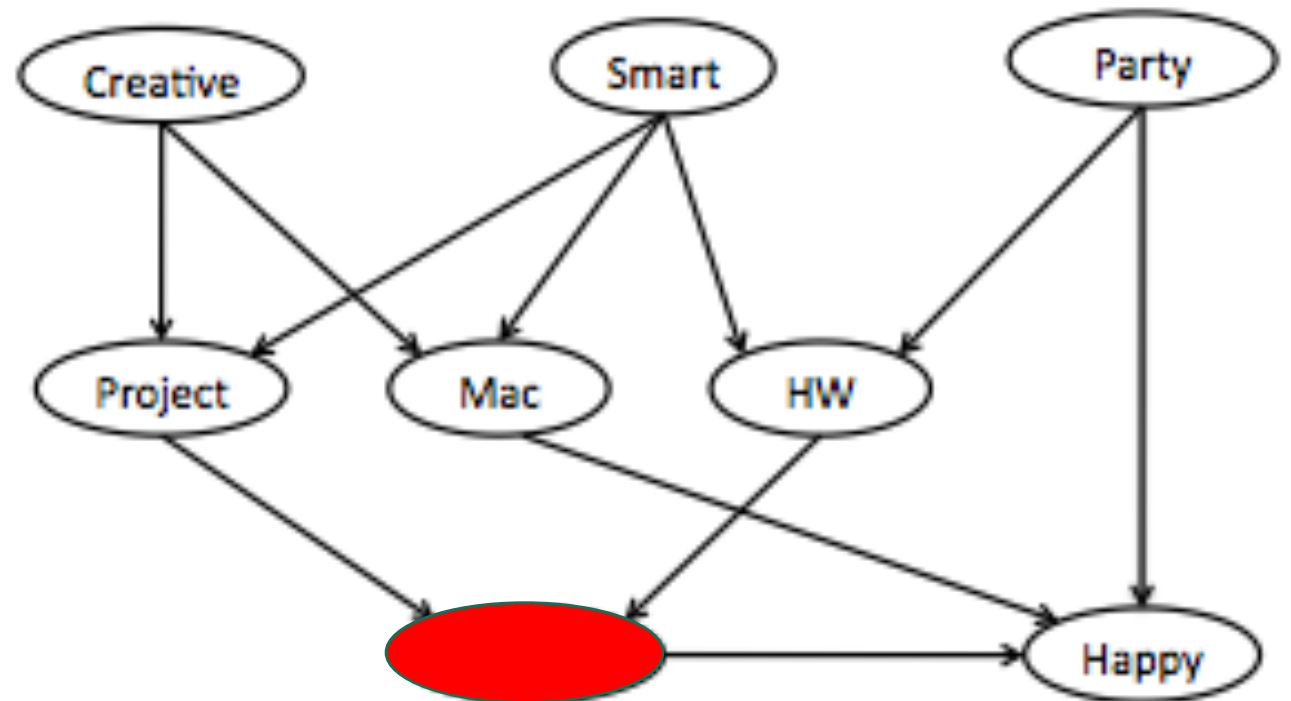
Falso: $HW \leftarrow Smart \rightarrow Project \rightarrow Success$



Esercizio 5

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

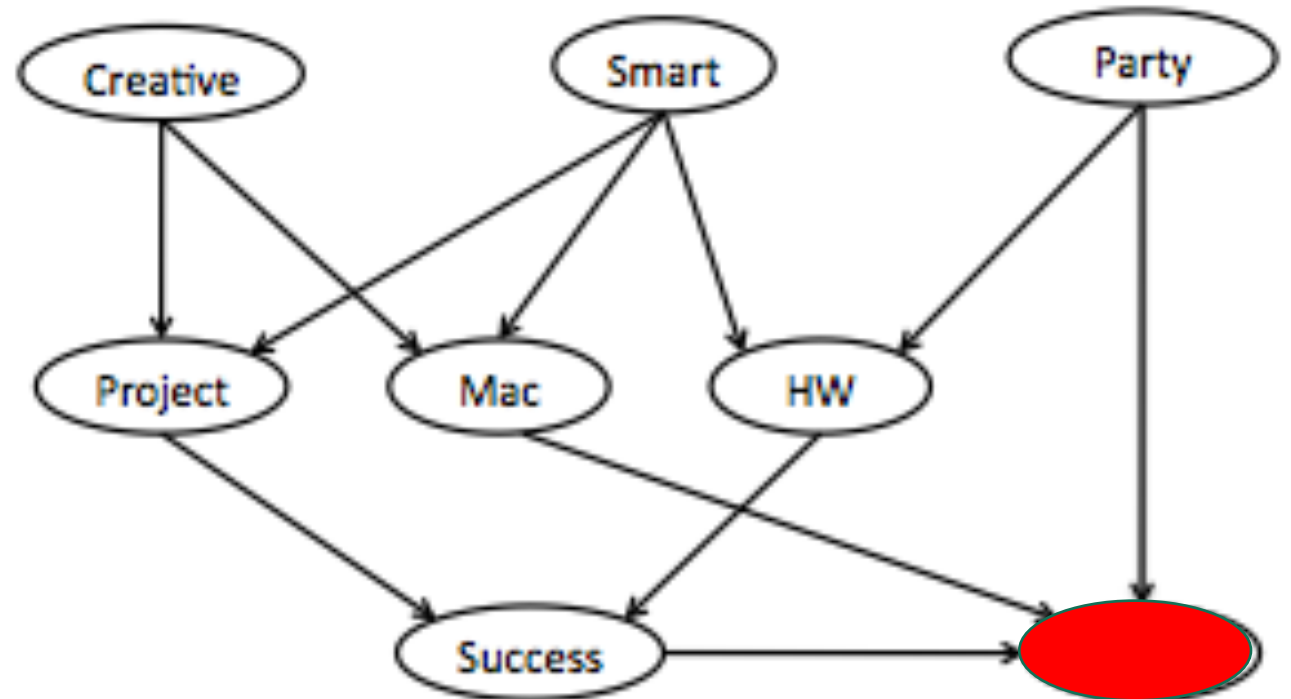
Party è indipendente da Smart dato Success.



Esercizio 5

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

Party è indipendente da Creative dato Happy.



Esercizio 5

- Data la seguente rete bayesiana, indicare quali affermazioni sono vere o false per indicare se due nodi sono condizionalmente indipendenti.

Soluzione durante la prossima lezione WebEx

