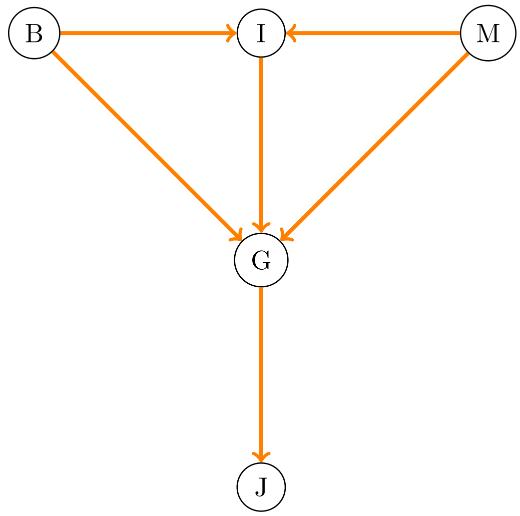
1 Esercitazione 3

1.1 Esercizio 1



P(B)
0.9

P(M)
1

B	M	P(I)
T	T	0.9
T	F	0.5
F	T	0.5
F	F	0.1

B	I	M	P(G)
T	T	T	0.9
T	T	F	0.8
T	F	T	0
T	F	F	0
F	T	T	0.2
F	T	F	0.1
F	F	T	0
F	F	F	0

G	P(J)
T	0.9
F	0

- $P(B, I, M) = P(I) \cdot P(B) \cdot P(M)$

Falso, perchè B, I e M non sono indipendenti e quella richiesta è una relazione che vale per variabili indipendenti.

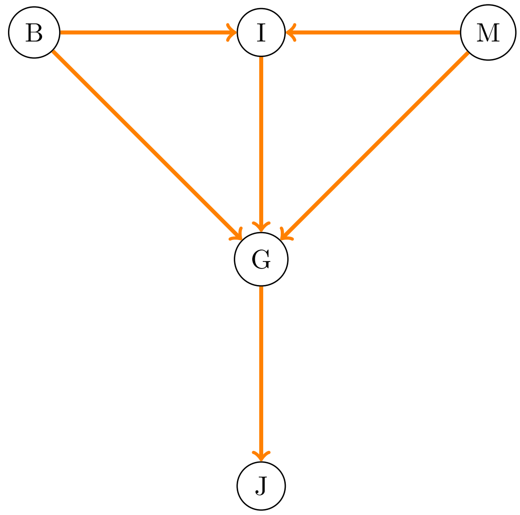
- $P(J|G) = P(J|G, I)$

Se prendiamo un nodo in una rete bayesiana questo è indipendente da tutti gli altri nodi data la sua markov blanket: in altre parole se prendo un nodo e i nodi della sua markov blanket sono osservati (c'è la "|") allora quel nodo è indipendente da tutti gli altri nodi all'interno della rete.

In questo caso la markov blanket di J è G che è osservato per cui J è indipendente da tutti gli altri nodi della rete , pertanto l'affermazione è vera.

- $P(M|G, B, I) = P(M|G, B, I, J)$

Vero, i nodi della markov blanket di M sono I, G, B per cui M è indipendente da tutti gli altri (fra cui J)



P(B)
0.9

P(M)
1

B	M	P(I)
T	T	0.9
T	F	0.5
F	T	0.5
F	F	0.1

B	I	M	P(G)
T	T	T	0.9
T	T	F	0.8
T	F	T	0
T	F	F	0
F	T	T	0.2
F	T	F	0.1
F	F	T	0
F	F	F	0

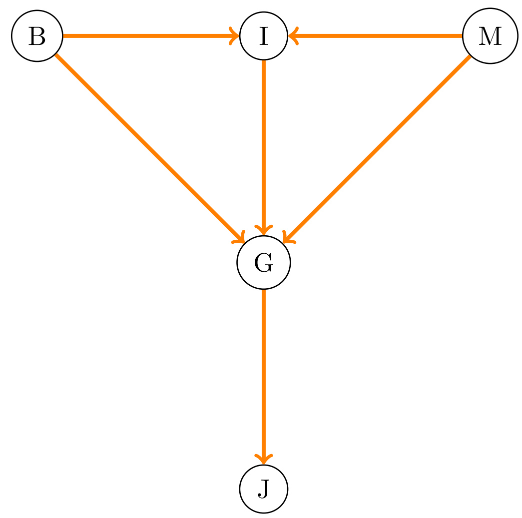
G	P(J)
T	0.9
F	0

- Calcolare $P(b, i, \neg m, g, j)$

$$P(b, i, \neg m, g, j) = P(b) \cdot P(i|b, \neg m) \cdot P(\neg m) \cdot P(g|b, i, \neg m) \cdot P(j|g)$$

$=$

$$0.9 \cdot 0.5 \cdot 0.7 \cdot 0.8 \cdot 0.9 = 0.2268$$



P(B)
0.9

P(M)
1

B	M	P(I)
T	T	0.9
T	F	0.5
F	T	0.5
F	F	0.1

B	I	M	P(G)
T	T	T	0.9
T	T	F	0.8
T	F	T	0
T	F	F	0
F	T	T	0.2
F	T	F	0.1
F	F	T	0
F	F	F	0

G	P(J)
T	0.9
F	0

- Calcolare $P(J|b,i,m)$

In questo caso è richiesto di trovare J maiuscolo, ovvero J è la variabile query e b i m sono le variabili in evidenza. In particolare è richiesto di effettuare un'operazione di inferenza.

La richiesta si può riscrivere come :
$P(J|b,i,m) = P(j|b,i,m) \cup P(\neg j|b,i,m)$
Dobbiamo quindi trovare:

$$P(j|b,i,m) = \alpha \sum_G P(j,b,i,m,G)$$

e

$$P(\neg j|b,i,m) = \alpha \sum_G P(\neg j,b,i,m,G)$$

Dove G è la variabile non osservata.
Iniziamo calcolando

$$P(j|b,i,m) = \alpha \sum_G P(j,b,i,m,G)$$

Da cui

$$= \alpha \sum_G P(j|G) \cdot P(G|b,i,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m)$$

A questo punto possiamo far sparire la sommatoria

$$= \alpha \cdot (P(j|g) \cdot P(g|b,i,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m) + P(j|\neg g) \cdot P(\neg|b,i,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m))$$

$$= \alpha \cdot (0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.3 \cdot 0.9 + 0 \cdot 0.1 \cdot 0 \cdot 0.3 \cdot 0.9) =$$

$$= \alpha \cdot (0.19683)$$

A questo punto andiamo a calcolare

$$P(\neg j|b,i,m) = \alpha \sum_G P(\neg j, b, i, m, G)$$

Avremo quindi che :

$$P(\neg j|b,i,m) = \alpha \sum_G P(\neg j, b, i, m, G) =$$

$$= \alpha \sum_G P(\neg j|G) \cdot P(G|i,b,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m) =$$

$$= \alpha \cdot (P(\neg j|g) \cdot P(g|i,b,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m) + P(\neg j|\neg g) \cdot P(\neg g|i,b,m) \cdot P(b) \cdot P(m) \cdot P(i|b,m)) =$$

$$= \alpha \cdot (0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.3 \cdot 0.9 + 1 \cdot 0.1 \cdot 0.9 \cdot 0.3 \cdot 0.9)$$

$$= \alpha \cdot 0.04617$$

Dovevamo calcolare

$$P(J|b,i,m) = \alpha \cdot < 0.19683; 0.04617 >$$

Da cui

$$\alpha = \frac{1}{0.19683 + 0.04617} = 4.115$$

Infine avremo che

$$P(J|b,i,m) = 4.115 \cdot < 0.19683; 0.04617 > = < 0.81; 0.19 >$$