

Elisabetta Fersini

Esercitazione

DISCo

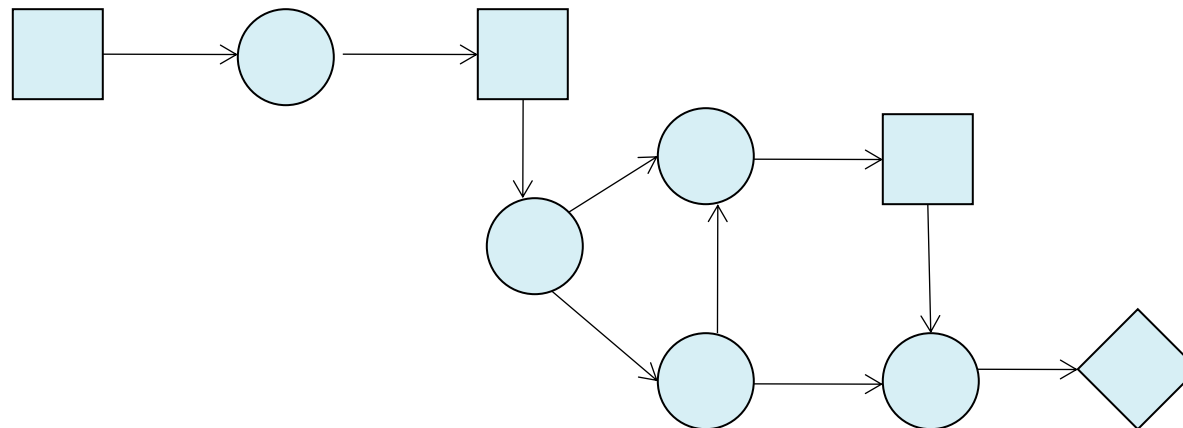
Università degli Studi di Milano-

Bicocca

Viale Sarca, 336

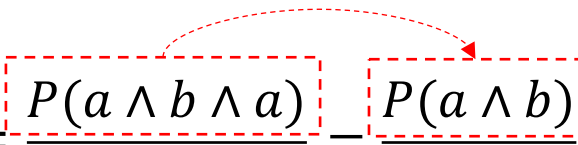
20126 Milano

elisabetta.fersini@unimib.it



Esercizio 1

- Dimostrare che $P(a|b \wedge a) = 1$.

$$P(a|b \wedge a) = \frac{P(a \wedge b \wedge a)}{P(b \wedge a)} = \frac{P(a \wedge b)}{P(b \wedge a)} = 1$$


Esercizio 2

- Date le seguenti belief di un agente razionale

$$P(A) = 0.4$$

$$P(B) = 0.3$$

$$P(A \vee B) = 0.5$$

quale range di probabilità è ragionevole per $A \cap B$?

$$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B) =$$

$$= 0.4 + 0.3 - P(A \wedge B) = 0.5$$

$$P(A \wedge B) = 0.2$$

Esercizio 3

- Consideriamo l'insieme di tutte le possibili mani di una partita a poker con 5 carte, utilizzando un mazzo formato da 52 carte.
 1. Quanti eventi atomici costituiscono la distribuzione di probabilità congiunta?
 2. Qual è la probabilità di ciascun evento atomico?
 3. Qual è la probabilità di avere una scala reale?
 4. E di un poker (4 carte dello stesso tipo)?

Esercizio 3

1. Quanti eventi atomici costituiscono la distribuzione di probabilità congiunta?

$$\binom{52}{5} = \frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 2,598,960$$

2. Qual è la probabilità di ciascun evento atomico?

$$\frac{1}{2,598,960}$$

Esercizio 3

3. Qual è la probabilità di avere una scala reale?

$$\frac{4}{2,598,960} = \frac{1}{649,740}$$

4. E di un poker (4 carte dello stesso tipo)?

$$\frac{13 \cdot 48}{2,598,960} = \frac{1}{4,165}$$

Esercizio 4

- Una società di consulenza ha creato un modello per prevedere le recessioni. Il modello prevede una recessione con l'80% di probabilità quando la recessione avviene realmente e con il 10% di probabilità quando non avviene. La probabilità incondizionata che si entri in una fase di recessione è del 20%. Se il modello prevede la recessione, qual è la probabilità che la recessione avvenga?

Esercizio 4

Il modello prevede una recessione con l'80% di probabilità quando la recessione avviene realmente

$$P(\text{rec. pred.} | \text{rec. coming}) = \frac{8}{10}$$

Il modello prevede una recessione il 10% di probabilità quando non avviene

$$P(\text{rec. pred.} | \text{rec. not coming}) = \frac{1}{10}$$

La probabilità incondizionata che si entri in una fase di recessione è del 20%.

$$P(\text{rec. coming}) = \frac{2}{10}$$

$$P(\text{rec. not coming}) = 1 - P(\text{rec. coming}) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

Esercizio 4

- Se il modello prevede una recessione, qual è la probabilità che la recessione effettivamente avvenga?

$$P(\text{rec. coming} | \text{rec. pred.}) = \frac{P(\text{rec. pred.} | \text{rec. coming}) P(\text{rec. coming})}{P(\text{rec. pred.})}$$

Diagram illustrating the components of the formula:

- $8/10$ (red box) points to $P(\text{rec. pred.} | \text{rec. coming})$
- $2/10$ (green box) points to $P(\text{rec. coming})$
- $24/100$ (blue box) points to $P(\text{rec. pred.})$
- A blue box with a question mark $?$ is connected to the denominator $P(\text{rec. pred.})$ by a dashed line.

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{8}{10} \cdot \frac{2}{10}}{\frac{24}{100}} \\ &= \frac{16}{100} \cdot \frac{100}{24} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

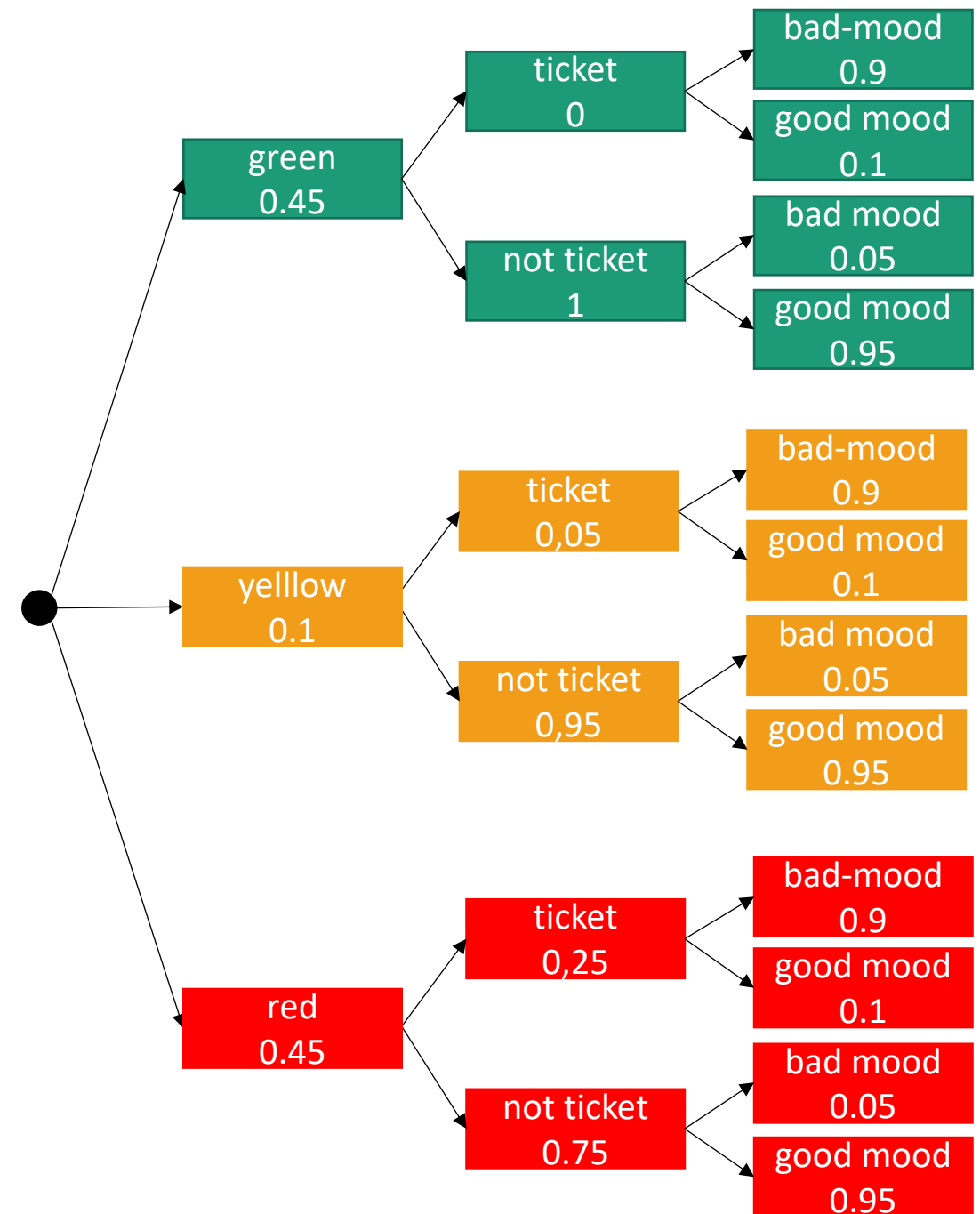
$$\begin{aligned} P(\text{rec. pred.}) &= P(\text{rec. pred.} | \text{rec. coming}) P(\text{rec. coming}) \\ &\quad + P(\text{rec. pred.} | \text{rec. not coming}) P(\text{rec. not coming}) \\ &= \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{8}{10} \\ &= \frac{24}{100} \end{aligned}$$

Esercizio 5

- Supponiamo di conoscere che la probabilità con cui un semaforo diventi verde sia pari a 0.45, arancione pari a 0.1 e che diventi rosso sia pari a 0.45.
- Inoltre, supponiamo di avere la probabilità del 25% di passare con il semaforo rosso senza prendere una multa , e il 5% di probabilità di prendere una multa passando con il semaforo arancione.
- In aggiunta, supponiamo che prendendo una multa, c'è il 90% di probabilità che si sia successivamente di cattivo umore; senza multa la probabilità è del 5%.
- Qual è la probabilità totale di essere di cattivo umore?

Esercizio 5

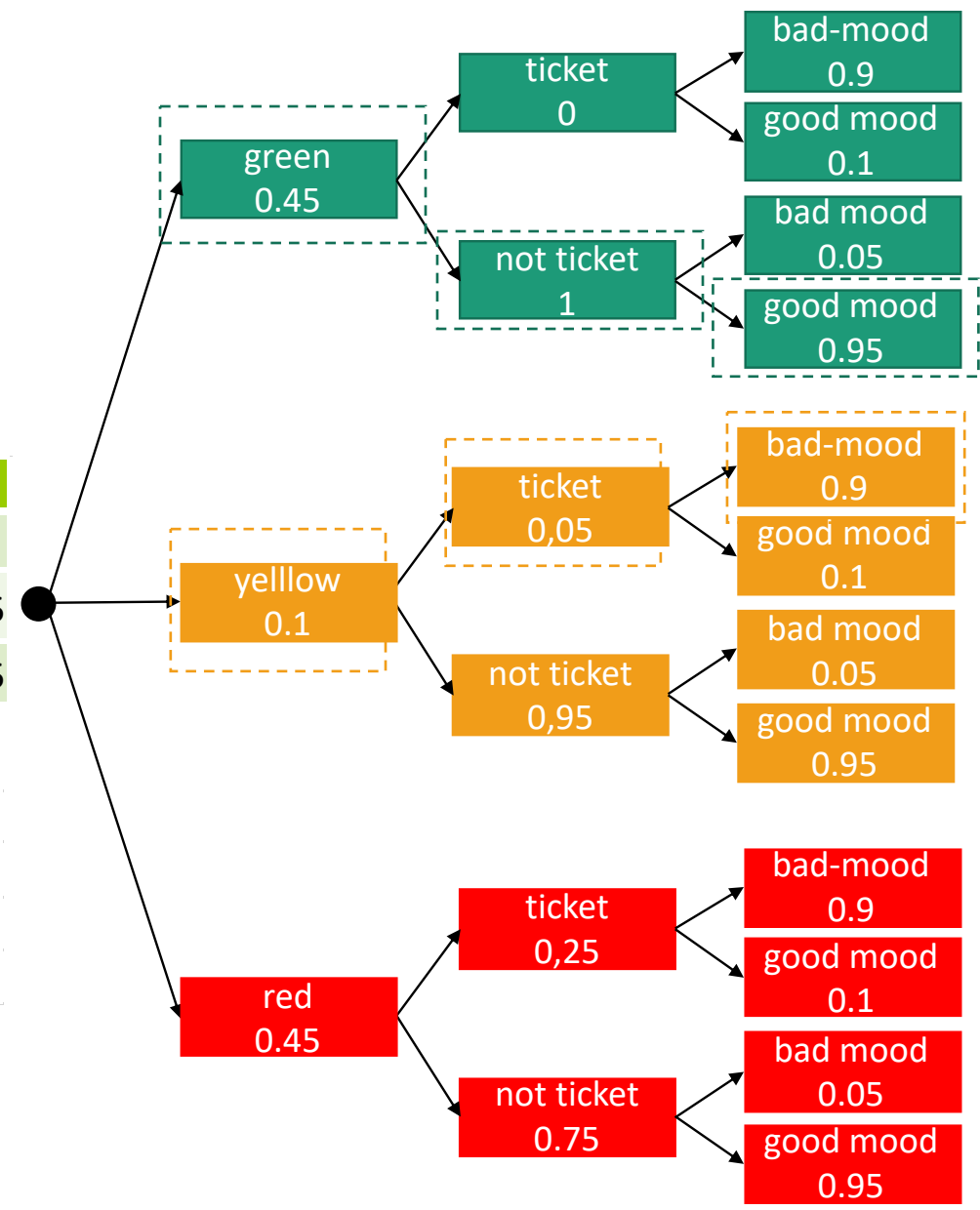
- Supponiamo di conoscere che la probabilità con cui un semaforo diventi verde sia pari a 0.45, arancione pari a 0.1 e che diventi rosso sia pari a 0.45.
- Inoltre, supponiamo di avere la probabilità del 25% di passare con il semaforo rosso senza prendere una multa, e il 5% di probabilità di prendere una multa passando con il semaforo arancione.
- In aggiunta, supponiamo che prendendo una multa, c'è il 90% di probabilità che si sia successivamente di cattivo umore; senza multa la probabilità è del 5%.



Esercizio 5

	green		yellow		red	
	ticket	not-ticket	ticket	not-ticket	ticket	not-ticket
bad mood	$0.45 \cdot 0$	$0.45 \cdot 1 \cdot 0.05$	$0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.9$	$0.1 \cdot 0.95 \cdot 0.05$	$0.45 \cdot 0.25 \cdot 0.9$	$0.45 \cdot 0.75 \cdot 0.05$
good mood	$0.45 \cdot 0$	$0.45 \cdot 1 \cdot 0.95$	$0.1 \cdot 0.05 \cdot 0.1$	$0.1 \cdot 0.95 \cdot 0.95$	$0.45 \cdot 0.25 \cdot 0.1$	$0.45 \cdot 0.75 \cdot 0.95$

	green		yellow		red	
	ticket	not-ticket	ticket	not-ticket	ticket	not-ticket
bad mood	0,0000	0,0225	0,0045	0,0048	0,1013	0,0169
good mood	0,0000	0,4275	0,0005	0,0903	0,0113	0,3206

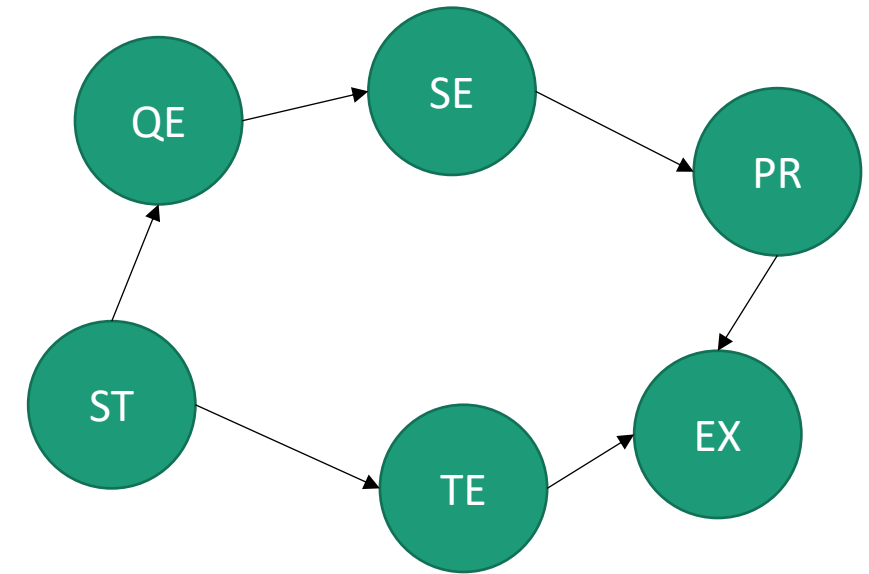


Esercizio 6

- Sviluppare una rete di Bayes, per calcolare la probabilità che uno studente superi l'esame di MPD. Le proprietà di interesse del problema sono:
 - Il superamento dell'esame ($EX \in \{true, false\}$)
 - L'acquisizione di buone capacità pratiche in MPD da parte dello studente ($PR \in \{true, false\}$)
 - L'acquisizione di buone capacità teoriche in MPD da parte dello studente ($TE \in \{true, false\}$)
 - Lo studente è efficientemente studioso ($ST \in \{true, false\}$)
 - La quantità di esercitazioni seguite dallo studente ($QE \in \{molte, poche, nessuna\}$)
 - L'aver fatto un numero sufficiente di esercizi ($SE \in \{true, false\}$)

Esercizio 6

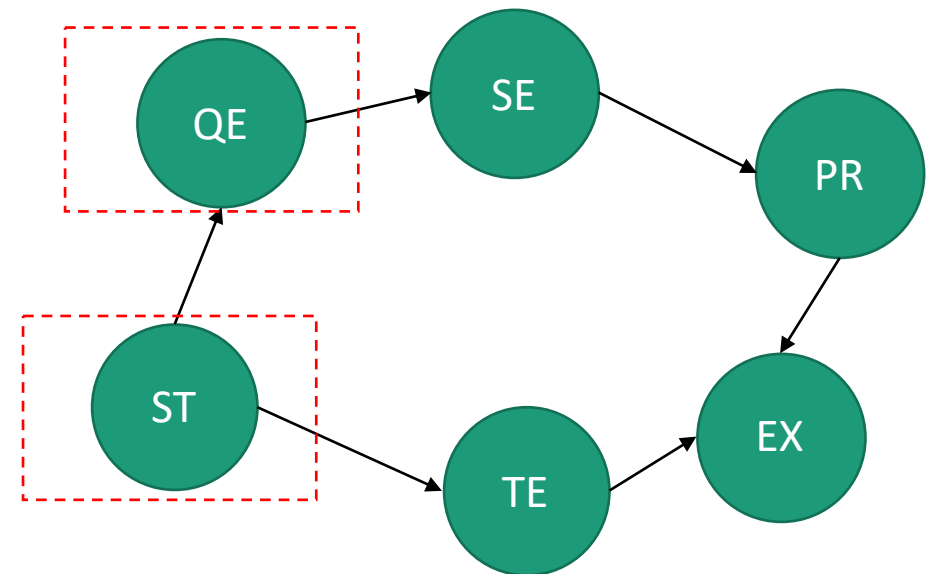
- Costruire una rete bayesiana che rappresenti la conoscenza probabilistica relativa al dominio descritto dalle seguenti relazioni di dipendenza tra le variabili casuali:
 - Il superamento dell'esame dipende dalle capacità teoriche e pratiche dello studente.
 - Se uno studente è studioso ha buone probabilità di acquisire capacità teoriche.
 - Il numero di esercitazioni seguite dipende da quanto uno studente è studioso
 - L'aver fatto sufficienti esercizi dipende dal numero di esercitazioni seguite, ed influenza le capacità pratiche dello studente.



Esercizio 6

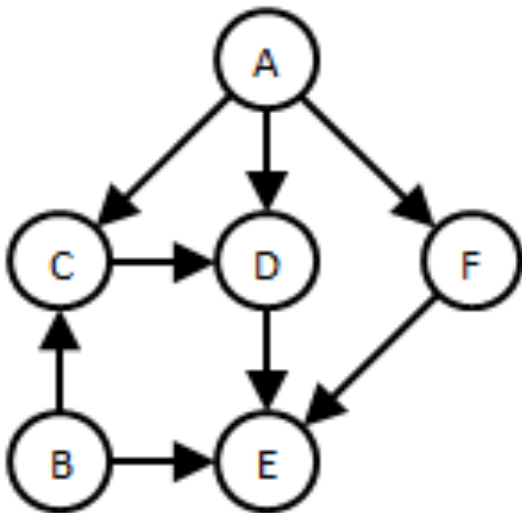
- Scrivere la tabella di probabilità associata al nodo QE, facendo delle ipotesi a piacere sul dominio.

<i>QE = molte</i>	<i>QE = poche</i>	<i>QE = nessuna</i>	<i>ST</i>
0.5	0.3	0.2	<i>true</i>
0	0.1	0.9	<i>false</i>



Esercizio 7

- Data la seguente rete bayesiana, determinare la Markov blanket per ogni nodo.



NODO X



GENITORI(X)



FIGLI(X)

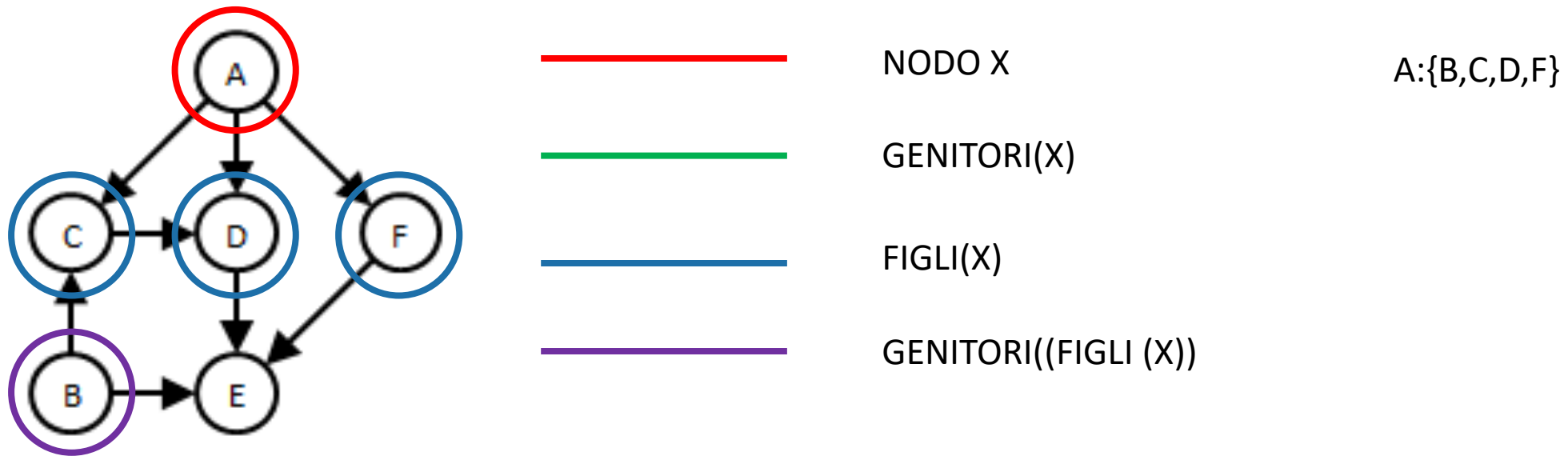


GENITORI((FIGLI (X)))

MARKOV BLANKET

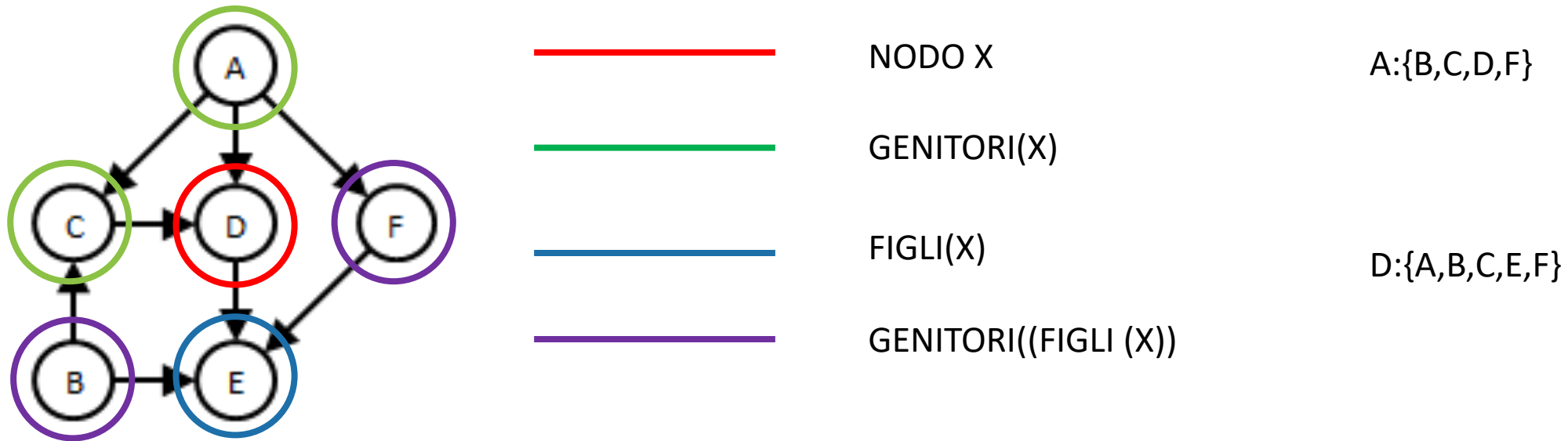
Esercizio 7

- Data la seguente rete bayesiana, determinare la Markov blanket per ogni nodo.



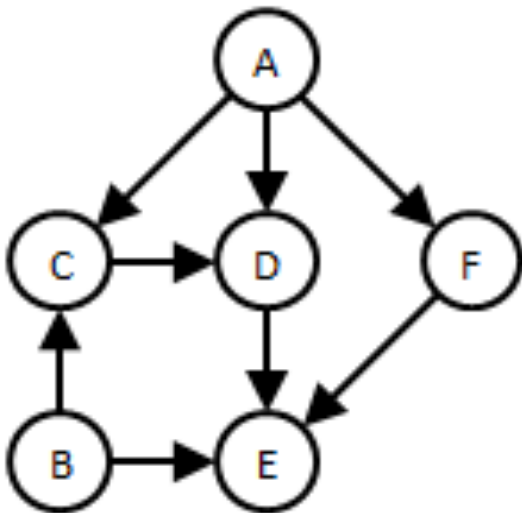
Esercizio 7

- Data la seguente rete bayesiana, determinare la Markov blanket per ogni nodo.



Esercizio 7

- Data la seguente rete bayesiana, determinare la Markov blanket per ogni nodo.



NODO X

A:{B,C,D,F}



GENITORI(X)

B:{A,C,D,E,F}



FIGLI(X)

C:{A,B,D}



GENITORI((FIGLI (X)))

D:{A,B,C,E,F}

E:{B,D,F}

F:{A,B,D,E}