Mediatie en Multivariaat Lineair Model

Onderzoeksmethoden II

Inhoudsopgave

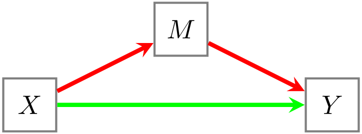
1 Mediatie-analyse

1.1 Totaal effect: direct + indirect effect

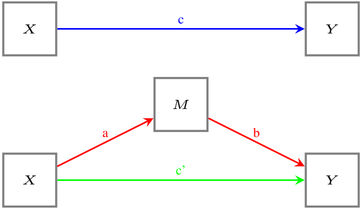
De causale paden tussen oorzaak X en een uitkomst Y ontrafelen:

- Wat is het effect van X op Y? Totale Effect

- Welk deel van het effect wordt gemedieerd door M? Indirect Effect
- Wat is het overblijvende causale effect van X op Y? Direct Effect



1.2 De 'Baron and Kenny approach'



$$\begin{aligned} Y_i &= i_0 + cX_i + \epsilon_{i0} \\ M_i &= i_1 + aX_i + \epsilon_{i1} \\ Y_i &= i_2 + c'X_i + bM_i + \epsilon_{i2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Totale\,Effect &= Direct\,Effect + Indirect\,Effect \\ c &= c' + a \times b \end{aligned}$$

In plaats van gebruik te maken van opeenvolging van lineaire regressies, kunnen we het direct en indirect effect ook rechtstreeks schatten via een padanalysemodel.

1.3 Schatten en testen van indirecte effecten

Indirecte effecten

- er bestaan verschillende uitdrukkingen voor de standard error (SE) van $\hat{a}\hat{b}$, genoteerd $SE_{\hat{a}\hat{b}}$
- de delta-methode is een algemene methode om de variantie van een functie van random variabelen (zoals schatters van regressiecoëfficiënten) te bepalen
- de populaire Sobel-test stelt

$$SE_{\hat{a}\hat{b}} = \sqrt{\hat{a}^2 s_{\hat{b}}^2 + \hat{b}^2 s_{\hat{a}}^2}$$

deze uitdrukking is gebaseerd op een eerste orde approximatie van de delta-methode

- het 95% CI voor $a \times b$ en de Sobel-test voor $H_0: \ a \times b = 0$ steunen op de normaliteit van $\hat{a}\hat{b}$:
  - 95% CI: $\hat{a}\hat{b} \pm 1.96 \times SE_{\hat{a}\hat{b}}$
  - test-statistiek: $Z = |\frac{\hat{a}\hat{b}}{SE_{\hat{a}\hat{b}}}|$
- het product van 2 normaal verdeelde veranderlijken is echter meestal niet normaal verdeeld
- dit kan leiden tot verkeerde conclusies omtrent het indirect effect
- alternatieve (verdelingsvrije) methoden, zoals bootstrap, maken dergelijke assumpties niet

Bootstrap

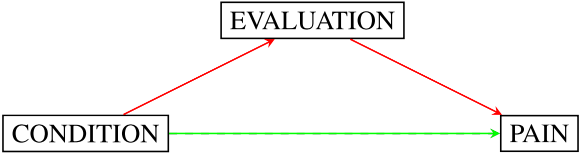
- bootstrap is een 'resampling' strategie: uit de bestaande steekproef (grootte N) worden herhaaldelijk (K maal) nieuwe steekproeven getrokken met teruglegging van dezelfde grootte N
- in elk van deze nieuwe steekproeven wordt telkens opnieuw a en b geschat, genoteerd $\hat{a}_i$ en $\hat{b}_i$ ($i = 1, \ldots, K$)
- als bvb. $K = 1000$ bekomt men 1000 schatters voor $a \times b$
- een 95% CI (confidence interval) voor $a \times b$ wordt dan bekomen door bvb. het 2.5 en 97.5 percentiel te nemen van de $\hat{a}_i\hat{b}_i$ (m.a.w. als men de 1000 schatters voor $a \times b$ ordent van klein naar groot, neemt men de 25ste en 975ste observatie)
- het aldus bekomen interval wordt het 'percentile-based bootstrap interval' genoemd
- om de nulhypothese van geen indirect effect na te gaan, verifieert men of 0 in het interval ligt of niet

- dergelijk ‘percentile-based bootstrap interval’ kan soms nog verbeterd worden door een bias-correctie toe te passen
- de Sobel-test is vaak te conservatief, de bias-corrected bootstrap heeft de meeste power maar is soms te liberaal, de percentile-based bootstrap biedt een goed compromis

1.4 Sociale misleiding en het effect op het schatten van pijn

- gerandomizeerde studie met 55 participanten
- 2 between-subject condities:
  - neutrale tekst lezen over gezondheidssysteem (CONDITION=0)
  - tekst over misbruik van gezondheidsssyteem: sociale misleiding (CONDITION=1)
- deelnemers beoordelen pijn (PAIN) van patiënten die pijn-inducerende taken uitvoeren in video-opname
- deelnemers geven score aan de valentie (EVALUATION) van de patiënten (positief/negatief)

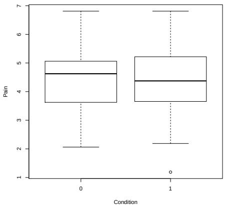
ONDERZOEKSVRAAG:
Leidt de priming (CONDITION) tot minder positieve ratings (EVALUATION), wat op zijn beurt leidt tot lagere schatting van de pijn (PAIN)?



- randomizatie sluit ongemeten confounders van $X - M$ en $X - Y$ uit:
  $\Rightarrow$ het causaal effect van X op M en Y kan onvertekend geschat geworden

- geen zekerheid over geen ongemeten confounders op de $M - Y$ relatie

Het totaal effect via lineaire regressie




```
model0<-lm(PAIN~condition,data=paindata)
summary(model0)

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  4.47694    0.24369  18.372   <2e-16 ***
condition   -0.09302    0.34154  -0.272    0.786
```

- de pain rating in sociale misleiding conditie is gemiddeld 0.09 punten lager dan in de neutrale conditie
- geen significant totaal effect van priming op pain rating $(p = .786)$

Het direct en indirect effect via padanalyse (lavaan)

```
model3<-'EVALUATION~a*condition
         PAIN~cp*condition+b*EVALUATION
         ab:=a*b'
fit3<-sem(model3,data=paindata)
summary(fit3)

Parameter estimates:
  Information                                    Expected
  Standard Errors                                Standard

                   Estimate  Std.err  Z-value  P(>|z|)
Regressions:
  EVALUATION ~
    conditin  (a)   -12.557    5.517   -2.276    0.023
  PAIN ~
    conditin (cp)     0.191    0.325    0.588    0.557
    EVALUATI  (b)     0.023    0.008    2.977    0.003

Variances:
    EVALUATION      418.394   79.785
    PAIN              1.331    0.254

Defined parameters:
    ab               -0.284    0.157   -1.808    0.071
```

- de 'default' test van het indirect effect in *lavaan*: Sobel test
- $SE_{\hat{a}\hat{b}} = \sqrt{(-12.557)^2 * 0.008^2 + 0.023^2 * 5.517^2)}$
- het indirect effect $\hat{a}\hat{b} = -0.284$ is marginaal significant $(p = .071)$

Via bootstrap

```
set.seed(1)
fit4<-sem(model3,data=paindata,se="boot")
parameterEstimates(fit4,boot.ci.type="perc")

         lhs op        rhs label     est     se      z pvalue ci.lower ci.upper
1 EVALUATION  ~  condition     a -12.557  5.389 -2.330  0.020  -23.060   -1.996
2       PAIN  ~  condition          0.191  0.316  0.605  0.545   -0.479    0.795
3       PAIN  ~ EVALUATION     b    0.023  0.008  2.882  0.004    0.006    0.036
4 EVALUATION ~~ EVALUATION        418.394 73.451  5.696  0.000  254.396  543.392
5       PAIN ~~       PAIN          1.331  0.232  5.723  0.000    0.844    1.745
6  condition ~~  condition          0.250  0.000     NA     NA    0.250    0.250
7         ab :=        a*b    ab  -0.284  0.164 -1.730  0.084   -0.654   -0.018
```

- een nadeel van de bootstrap methode dat deze geen uniek resultaat oplevert (afhankelijk van de resampling)
- het percentile-based 95% CI voor $a \times b$ omvat 0 niet: $(-0.665, -0.019)$
- bootstrap-benadering levert dus wel significant indirect effect op
- geen totaal effect, maar wel indirect effect (met tegengestelde richting van direct effect): roept vraag op naar suppressie-effecten ...

2 Het Multivariaat Lineair Model: Voorbeeld

2.1 Effect van academische variabelen op psychologische uitkomsten

- 3 psychologische variabelen:
  - locus of control
  - self-concept
  - motivation
- 3 ‘academische’ variabelen (gestandaardiseerde testscores):
  - reading
  - writing
  - science
- program: opleidingsniveau (3 categorieën)

2.2 Onderzoeksvragen

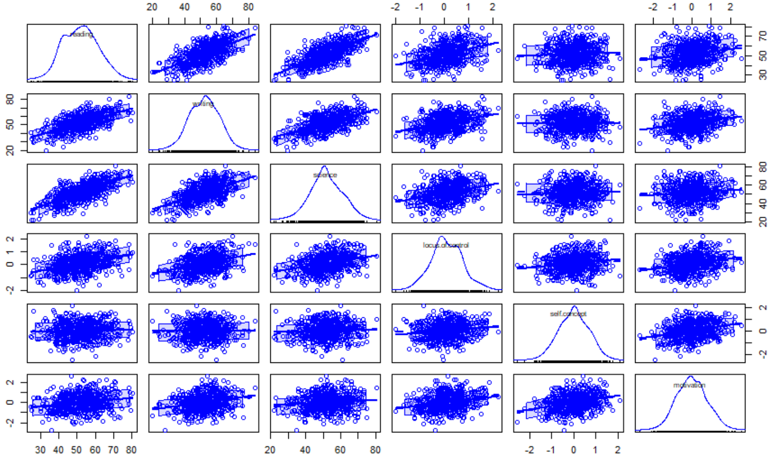
(1) Zijn er effecten van resp. ‘reading’, ‘writing’, ‘science’ en het opleidingniveau op de 3 psychologische variabelen of niet?

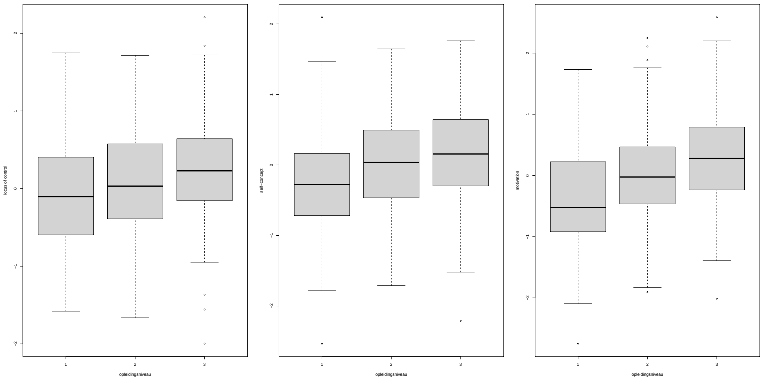
(2) Is er een verschil in effecten van opleidingsniveau 3 t.o.v. opleidingsniveau 2 op elk van de 3 psychologische variabelen of niet?

(3) Is het effect van ‘writing’ op locus of control gelijk aan het effect van ‘writing’ op self-concept of niet?

(4) Zijn de effecten van ‘reading’, ‘writing’ en ‘science’ op ‘locus of control’ gelijk of niet?

2.3 Data-exploratie




locus of control
self−concept
motivation
opleidingsniveau
opleidingsniveau
opleidingsniveau

Notatie:

Y_{i1} score locus of control van deelnemer i (i=1,. . . ,n)

Y_{i2} score van self-concept van deelnemer i

Y_{i3} score van motivation van deelnemer i

x_{i1} score van reading van deelnemer i

x_{i2} score van writing van deelnemer i

x_{i3} score van science van deelnemer i

x_{i4} 1 als deelnemer i in opleidingsniveau 2, anders 0

x_{i5} 1 als deelnemer i in opleidingsniveau 3, anders 0

Beschouw de volgende lineaire regressiemodellen:

$$
\begin{aligned}
Y_{i1} &= \beta_{01} + \beta_{11}x_{i1} + \beta_{21}x_{i2} + \beta_{31}x_{i3} + \beta_{41}x_{i4} + \beta_{51}x_{i5} + \epsilon_{i1} \\
Y_{i2} &= \beta_{02} + \beta_{12}x_{i1} + \beta_{22}x_{i2} + \beta_{32}x_{i3} + \beta_{42}x_{i4} + \beta_{52}x_{i5} + \epsilon_{i2} \\
Y_{i3} &= \beta_{03} + \beta_{13}x_{i1} + \beta_{23}x_{i2} + \beta_{33}x_{i3} + \beta_{43}x_{i4} + \beta_{53}x_{i5} + \epsilon_{i3}
\end{aligned}
$$

- Onderzoeksvraag 1

$$
\begin{aligned}
&H_0\colon \beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{13} = 0 \\
&H_0\colon \beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{23} = 0 \\
&H_0\colon \beta_{31} = \beta_{32} = \beta_{33} = 0 \\
&H_0\colon \beta_{41} = \beta_{42} = \beta_{43} = \beta_{51} = \beta_{52} = \beta_{53} = 0
\end{aligned}
$$

- Onderzoeksvraag 2

$$
H_0\colon \beta_{41} - \beta_{51} = \beta_{42} - \beta_{52} = \beta_{43} - \beta_{53} = 0
$$

- Onderzoeksvraag 3

  H_0: $\beta_{21} = \beta_{22}$

- Onderzoeksvraag 4

  H_0: $\beta_{11} = \beta_{21} = \beta_{31}$

  (Het onderling vergelijken van effecten van verschillende predictoren op eenzelfde uitkomst is slechts in beperkte settings mogelijk! In deze setting wordt gewerkt met gestandardizeerde testscores, wat vergelijking wel zinvol maakt).

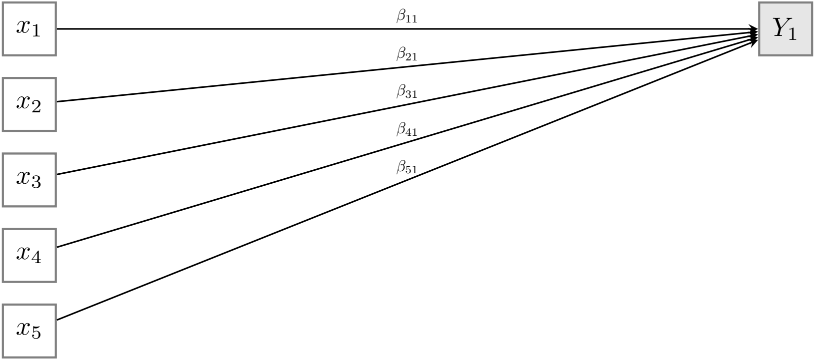
Univariate aanpak: elke uitkomst afzonderlijk bekijken

- meervoudig regressiemodel voor Locus of Control (klassieke lineaire regressie via kleinste kwadratenmethode)
- als een variabele als factor gedeclareerd is in *R*, zal de *lm*-functie automatisch dummies creëren en het eerste niveau als referentieniveau beschouwen

```
> modeluni<-lm(locus.of.control~reading+writing+science+program,data=academ)
>
> summary(modeluni)

Call:
lm(formula = locus.of.control ~ reading + writing + science +
    program, data = academ)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-1.9560 -0.3889 -0.0219  0.3725  1.9039

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.624765   0.157005 -10.348  < 2e-16 ***
reading      0.012505   0.003718   3.363 0.000819 ***
writing      0.012145   0.003391   3.581 0.000370 ***
science      0.005761   0.003641   1.582 0.114109
program2     0.127795   0.063955   1.998 0.046150 *
program3     0.251671   0.068470   3.676 0.000259 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

```
Residual standard error: 0.607 on 594 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1868,Adjusted R-squared:  0.1799
F-statistic: 27.28 on 5 and 594 DF,  p-value: < 2.2e-16

> Anova(modeluni)
Anova Table (Type II tests)

Response: locus.of.control
           Sum Sq  Df F value    Pr(>F)
reading     4.168   1 11.3128 0.0008193 ***
writing     4.725   1 12.8248 0.0003700 ***
science     0.922   1  2.5037 0.1141093
program     5.030   2  6.8255 0.0011730 **
Residuals 218.856 594
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

Of via padanalyse . . .



- om factoren bij padanalyse m.b.v. *lavaan* op te nemen, moet men eerst zelf deze dummies creëren:

```
> academ$program2<-ifelse(academ$program==2,1,0)
> academ$program3<-ifelse(academ$program==3,1,0)
```

```
> modeluni2<-'locus.of.control~reading+writing+science+program2+program3'
> modelfit2<-sem(modeluni2,data=academ)
> summary(modelfit2)
lavaan 0.6-9 ended normally after 23 iterations

  Estimator                                         ML
  Optimization method                           NLMINB
  Number of model parameters                         6

  Number of observations                           600

Model Test User Model:

  Test statistic                                 0.000
  Degrees of freedom                                 0

Parameter Estimates:

  Standard errors                             Standard
  Information                                 Expected
  Information saturated (h1) model          Structured

Regressions:
                     Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  locus.of.control ~
    reading             0.013    0.004    3.380    0.001
    writing             0.012    0.003    3.599    0.000
```

```
    science             0.006    0.004    1.590    0.112
    program2            0.128    0.064    2.008    0.045
    program3            0.252    0.068    3.694    0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .locus.of.cntrl    0.365    0.021   17.321    0.000
```

- de geschatte regressiecoëfficiënten en hun standard errors zijn identiek met *lm* en *sem*
- de p-waarden verschillen kunnen lichtjes verschillen omdat *lm*-functie gebruik maakt van t-verdeling, terwijl *lavaan* de z-verdeling gebruikt
- univariate regressie: welke hypothese kan men testen?

H_0: $\beta_{11} = 0$

H_0: $\beta_{21} = 0$

H_0: $\beta_{31} = 0$

H_0: $\beta_{41} = \beta_{51} = 0$ (d.m.v. ANOVA)

$\Rightarrow$ significant effect op locus of control op het 5% significantieniveau (gerapporteerde p-waarden van *lm*-fit):

'reading' ($\hat{\beta}_{11} = 0.013, p < .001$)

'writing' ($\hat{\beta}_{21} = 0.012, p < .001$)

het opleidingniveau ($\hat{\beta}_{41} = -0.252, \hat{\beta}_{51} = -0.124, p = .001$)

$\Rightarrow$ analoog zou men de effecten op andere uitkomsten kunnen bekijken

- hoe simultaan het effect van predictor op alle uitkomsten testen?
  $\Rightarrow$ testen van effect van predictor op elke uitkomst afzonderlijk kan leiden tot verhoogde type 1 fout (type 1 fout = de kans dat H_0 verworpen wordt als H_0 waar is)

Multivariaat toetsen: waarom?

1. het gebruik van q univariate toetsen leidt tot een inflatie van de type I fout ($= \alpha$). Voorbeeld: indien we $q = 10$ afzonderlijke univariate toetsen uitvoeren telkens met $\alpha = .05$, dan is de kans onder H_0 op minstens één onterecht significant resultaat (een 'false rejection') beduidend groter dan $\alpha = .05$. Voor onafhankelijke variabelen is $\alpha > .40$:

$$
\begin{aligned}
P(\text{minstens 1 significant}) &= 1 - P(\text{alle 10 niet significant}) \\
&= 1 - (0.95)^{10} \\
&= .4012631
\end{aligned}
$$

   Voor gecorreleerde variabelen ligt α ergens tussen .05 en .40.

2. univariate toetsen houden geen rekening met het eventueel gecorreleerd zijn van de te toetsen variabelen

3. in veel gevallen heeft een multivariate toets een groter onderscheidingsvermogen (power) (de 'power' = de kans dat H_0 verworpen wordt indien H_0 inderdaad vals is)

3 Het Multivariaat Lineair Model

3.1 De structuur van het model

Algemeen noteren we het multivariaat lineair model als volgt: $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}$

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1q} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2q} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2p} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ 1 & x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{01} & \beta_{02} & \dots & \beta_{0q} \\ \beta_{11} & \beta_{12} & \dots & \beta_{1q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{p1} & \beta_{p2} & \dots & \beta_{pq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \dots & \epsilon_{1q} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \dots & \epsilon_{2q} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ \epsilon_{n1} & \epsilon_{n2} & \dots & \epsilon_{nq} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{Y}$ is een respons matrix van orde $n \times q$; elke rij van $\mathbf{Y}$ correspondeert met de q scores van 1 individu:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1q} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2q} \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ . & . & & . \\ y_{n1} & y_{n2} & \cdots & y_{nq} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{X}$ is de *model matrix* van orde $n \times (p+1)$ (inclusief het intercept)
  - deze matrix is van dezelfde orde als in het univariaat lineair model
- $\boldsymbol{\beta}$ is een $(p+1) \times q$ matrix van regressiecoëfficiënten; we hebben een aparte kolom van β's voor elke kolom van $\mathbf{Y}$
- $\boldsymbol{\epsilon}$ is een matrix van dezelfde orde als $\mathbf{Y}$ en bevat de random fouttermen voor elk individu, voor elke afhankelijke variabele

3.2 Stochastische assumpties

1. de basisassumptie: het model is volledig en lineair:

$$\mathrm{E}(\boldsymbol{\epsilon}) = \mathbf{0}$$

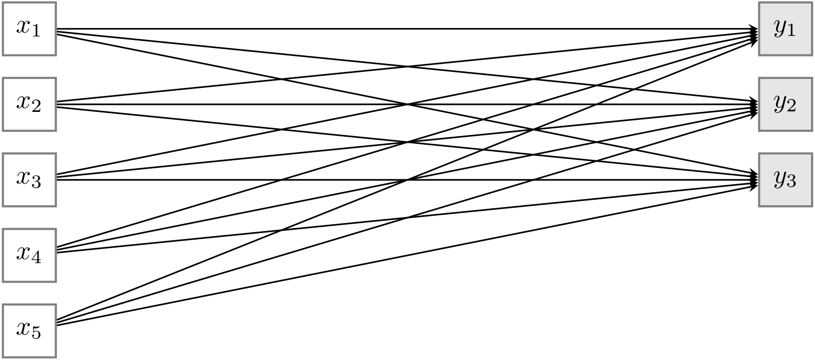
   (zowel $\boldsymbol{\epsilon}$ als $\mathbf{0}$ zijn $n \times q$ matrices); dit impliceert:

$$\mathrm{E}(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

2. homogeniteitsassumptie: $\mathsf{Var}(\boldsymbol{\epsilon}_{(i)}) = \boldsymbol{\Sigma}$ voor alle i
   ($\boldsymbol{\Sigma}$ is een $q \times q$ matrix: er worden geen restricties opgelegd aan de covariantiematrix Σ, m.a.w. type=UN)

3. onafhankelijke individuen $\mathsf{Cov}(\boldsymbol{\epsilon}_{(i)}, \boldsymbol{\epsilon}_{(j)}) = \mathbf{0}$ voor alle $i \neq j$

3.3 Schatting parameters via padanalyse



Implementatie met lavaan

```
> modelmulti<-'locus.of.control~reading+writing+science+program2+program3
+              self.concept~reading+writing+science+program2+program3
+              motivation~reading+writing+science+program2+program3'
> fitmulti<-sem(modelmulti,data=academ)
> summary(fitmulti)
lavaan 0.6-9 ended normally after 64 iterations

  Estimator                                         ML
  Optimization method                           NLMINB
  Number of model parameters                        21

  Number of observations                           600

Model Test User Model:

  Test statistic                                 0.000
  Degrees of freedom                                 0

Parameter Estimates:

  Standard errors                             Standard
  Information                                 Expected
  Information saturated (h1) model          Structured

Regressions:
                     Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
  locus.of.control ~
    reading             0.013    0.004    3.380    0.001
    writing             0.012    0.003    3.599    0.000
    science             0.006    0.004    1.590    0.112
    program2            0.128    0.064    2.008    0.045
    program3            0.252    0.068    3.694    0.000
  self.concept ~
```

```
    reading            0.001    0.004    0.311    0.756
    writing           -0.004    0.004   -1.121    0.262
    science            0.005    0.004    1.290    0.197
    program2           0.276    0.072    3.827    0.000
    program3           0.423    0.077    5.474    0.000
  motivation ~
    reading            0.010    0.005    2.085    0.037
    writing            0.018    0.004    4.143    0.000
    science           -0.009    0.005   -1.981    0.048
    program2           0.360    0.080    4.514    0.000
    program3           0.620    0.085    7.252    0.000

Covariances:
                      Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
 .locus.of.control ~~
   .self.concept         0.057    0.017    3.335    0.001
   .motivation           0.060    0.019    3.179    0.001
 .self.concept ~~
   .motivation           0.130    0.022    5.935    0.000

Variances:
                   Estimate  Std.Err  z-value  P(>|z|)
   .locus.of.cntrl    0.365    0.021   17.321    0.000
   .self.concept      0.470    0.027   17.321    0.000
   .motivation        0.574    0.033   17.321    0.000
```

- zuiver endogene variabelen (i.e. variabelen waar enkel pijlen toekomen) worden standaard gecorreleerd verondersteld in *lavaan* (cfr. de covariances in de output)

- de geschatte regressiecoëfficiënten, standard errors en p-waarden zijn identiek als bij univariate regressie (m.b.v. padanalyse)

- het simultaan modelleren van de verschillende uitkomsten laat nu wel toe om makkelijk multivariate testen uit te voeren

3.4 Multivariate toetsen

De fit van een model: de chi-kwadraat toets

- $\chi^2_M = (N-1)F_{ML}$ met N steekproefgrootte en F_{ML} geminimalizeerde fit-functie
- onder H_0 ('het model fit de data') heeft χ^2_M een χ^2-verdeling met het aantal vrije parameters als aantal degrees of freedom (als de steekproef voldoende groot is en uitgaande van een multivariate normaalverdeling)
- in een gesatureerd model is $\chi^2_M = 0$: het model fit perfect de data (elke geobserveerde covariantie is gelijk aan de model-geïmpliceerde covariantie)
- als de fit van een over-geïdentificeerd model dat niet correct gespecifieerd is slechter wordt, stijgt de waarde van χ^2_M
- als χ^2_M niet statistisch significant is, kunnen we enkel besluiten dat het model consistent is met de covariantie data, niet dat het model correct is

Modelvergelijking: volledig versus gereduceerd model

- notatie: M_F = volledig model; M_R = gereduceerd model
- onder de nulhypothese stellen we dat het gereduceerd model evenwaardig is met het volledig model (kortom: de extra predictoren zijn overbodig):

$$H_0 : M_F = M_R \quad \text{met} \quad R \subset F$$

- als de nulhypothese verworpen wordt, hebben we evidentie dat volledig model beter fit dan het gereduceerd model (en is dit laatste dus geen aanvaardbare vereenvoudiging)

- 2 modellen zijn genest als het ene model een submodel is van het andere
- de chi-kwadraat difference χ^2_D laat toe de statistische significantie van de verbetering in de fit te onderzoeken als vrije parameters worden toegevoegd
- H_0 stelt dat de fit van beide modellen gelijk is
- $\chi^2_D = \chi^2_r - \chi^2_f$ en $df_D = df_r - df_f$ met 'r' het kleiner (reduced) model met minder parameters en daarom meer vrijheidsgraden (df), en 'f' het groter (full) model met meer parameters en minder vrijheidsgraden
- als H_0 verworpen wordt, fit het groter model met meer vrij geschatte parameters beter dan het kleiner model dat deze parameters fixeert; als H_0 niet verworpen wordt, kunnen we kiezen voor het eenvoudiger model

- deze testen veronderstellen een multivariate normaal verdeling voor de uitkomsten
- in de sociale wetenschappen wordt vaak nog volgende strategie gebruikt:
  - enkel indien de multivariate toets significant blijkt, kijkt men naar de univariate toetsen
  - het is niet toegelaten om ‘significante’ univariate toetsen te vermelden indien de corresponderende multivariate toets niet significant is
  - indien multivariate toets significant: interpretatie op basis van de univariate regressiecoëfficiënten

3.5 Onderzoeksvragen met behulp van multivariate testen

(1) Is er effect van ‘reading’ op de 3 psychologische variabelen of niet?

```
> modelreading0<-'locus.of.control~0*reading+writing+science+program2+program3
+                 self.concept~0*reading+writing+science+program2+program3
+                 motivation~0*reading+writing+science+program2+program3'
> fitreading0<-sem(modelreading0,data=academ)
> anova(fitmulti,fitreading0)
Chi-Squared Difference Test

            Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
fitmulti     0 3702.8 3795.1  0.000
fitreading0  3 3711.1 3790.3 14.314     14.314       3   0.002507 **
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

- we fixeren de coëfficiënten voor het effect van reading op elk van de uitkomsten op nul (model onder de nulhypothese: *modelreading0*)
- we vergelijken dit model met het ‘full’ model (model zonder enige restricties op de parameters: *modelmulti*)
- op het 5% significantieniveau wordt H_0 verworpen: het eenvoudiger model met de 3 parameters op nul gefixeerd fit niet even goed

$\Rightarrow$ er is een significant effect ($\chi^2(3) = 14.314$, $p = .003$) reading op de 3 uitkomsten simultaan (multivariate test)

- de univariate testen leren ons dat er een significant effect is van reading op locus of control en op motivation, maar niet op self concept

- analoog kunnen we de effecten van de predictoren writing en science bekijken
- de multivariate test levert een significant effect op van writing ($\chi^2(3) = 32.424$, $p < .001$) en van science ($\chi^2(3) = 10.04$, $p = .018$) op de 3 uitkomstvariabelen
- om het effect van opleidingsniveau na te gaan, moet het effect van beide dummies voor opleidingsniveau op 0 gefixeerd worden voor elke uitkomst:

```
> modeloplniveau0<-'locus.of.control~reading+writing+science+0*program2+0*program3
+                   self.concept~reading+writing+science+0*program2+0*program3
+                   motivation~reading+writing+science+0*program2+0*program3'
> fitoplniveau0<-sem(modeloplniveau0,data=academ)
> anova(fitmulti,fitoplniveau0)
Chi-Squared Difference Test

              Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
fitmulti       0 3702.8 3795.1  0.000
fitoplniveau0  6 3759.7 3825.7 68.951     68.951       6  6.708e-13 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

- de multivariate test wijst opnieuw op een significant effect ($\chi^2(6) = 68.951$, $p < .001$)

(2) Is er een verschil in effecten van opleidingsniveau 3 t.o.v. opleidingsniveau 2 op elk van de 3 psychologische variabelen of niet?

```
> modelhypo2<-'locus.of.control~reading+writing+science+beta41*program2+beta51*program3
+             self.concept~reading+writing+science+beta42*program2+beta52*program3
+             motivation~reading+writing+science+beta43*program2+beta53*program3
+             beta41-beta51==0
+             beta42-beta52==0
+             beta43-beta53==0'
> fithypo2<-sem(modelhypo2,data=academ)
> anova(fitmulti,fithypo2)
Chi-Squared Difference Test

         Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
fitmulti  0 3702.8 3795.1  0.000
fithypo2  3 3714.0 3793.1 17.161     17.161       3  0.0006548 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

- de nulhypothese wordt verworpen ($\chi^2(3) = 17.161$, $p < .001$): er is een significant verschil tussen opleidingsniveau 2 en opleidingsniveau 3 op minstens één van de 3 uitkomsten

(3) Is het effect van ‘writing’ op locus of control gelijk aan het effect van ‘writing’ op self-concept of niet?

```
> modelhypo3<-'locus.of.control~reading+beta21*writing+science+program2+program3
+              self.concept~reading+beta22*writing+science+program2+program3
+              motivation~reading+writing+science+program2+program3
+              beta21-beta22==0'
> fithypo3<-sem(modelhypo3,data=academ)
> anova(fitmulti,fithypo3)
Chi-Squared Difference Test

         Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
fitmulti  0 3702.8 3795.1  0.000
fithypo3  1 3712.7 3800.6 11.888     11.888       1   0.000565 ***
---
Signif. codes:  0 *** 0.001 ** 0.01 * 0.05 . 0.1   1
```

- de nulhypothese wordt verworpen ($\chi^2(1) = 11.888$, $p < .001$): het model zonder restricties fit beter, m.a.w. het effect van writing op locus of control en self concept is niet hetzelfde

(4) Zijn de effecten van ‘reading’, ‘writing’ en ‘science’ op ‘locus of control’ gelijk of niet?

```
> modelhypo4<-'locus.of.control~beta11*reading+beta21*writing+beta31*science+program2+program3
+              self.concept~reading+writing+science+program2+program3
+              motivation~reading+writing+science+program2+program3
+              beta11-beta21==0
+              beta11-beta31==0'
> fithypo4<-sem(modelhypo4,data=academ)
> anova(fitmulti,fithypo4)
Chi-Squared Difference Test

         Df    AIC    BIC  Chisq Chisq diff Df diff Pr(>Chisq)
fitmulti  0 3702.8 3795.1 0.0000
fithypo4  2 3700.4 3784.0 1.6278     1.6278       2     0.4431
```

- we vinden deze keer geen evidentie tegen H_0 ($\chi^2(2) = 1.6278, p = .443$)
- we kunnen met andere woorden besluiten dat de effecten van ‘reading’, ‘writing’ en ‘science’ op ‘locus of control’ gelijk zijn

Referenties

Afifi, A., Clark, V. and May, S. (2004) *Computer-Aided Multivariate Analysis.* 4th ed. Boca Raton, Fl: Chapman & Hall/CRC

Baguley, T. (2012) *Serious Stats. A guide to advanced statistics for the behavioral sciences*. Palgrave, Macmillan.

Baron, R. M., & Kenny, D. A. (1986). The moderator-mediator variable distinction in social psychological research: Conceptual, strategic and statistical considerations. *Journal of Personality and Social Psychology,* 51, 1173-1182.

De Ruddere, L., Goubert, L., Vervoort, T., Kappeser, J.,& Crombez, G. (2013). Impact of being primed with social deception upon observed responses to others' pain. *Pain,* 154, 221-226.

Loeys, T., Moerkerke, B., & Vansteelandt, S. (2015). A cautionary note on the power of the test for the indirect effect in mediation analysis. *Frontiers in Psychology, Quantitative Psychology and Measurement.*