Presentación Tarea 1

Alumna: María José Trujillo Berger

Profesora: María Cecilia Rivara

Auxiliares: Cristóbal Muñoz
Sergio Leiva

Fecha: 2 de septiembre de 2017

Problema 1

Temperatura en una placa

Resumen del problema

Placa metálica en forma de L, con dos de sus lados aislantes es calentada con Q=200 [KJ]

Resolver la ecuación de calor:

$$u_{tt}+u_{xx}=-Q/k$$

k= Calor específico del material.

Datos del problema

- Material elegido: Niquel
- Calor Específico: 444 [J/Kg*K]
- Condiciones de borde:

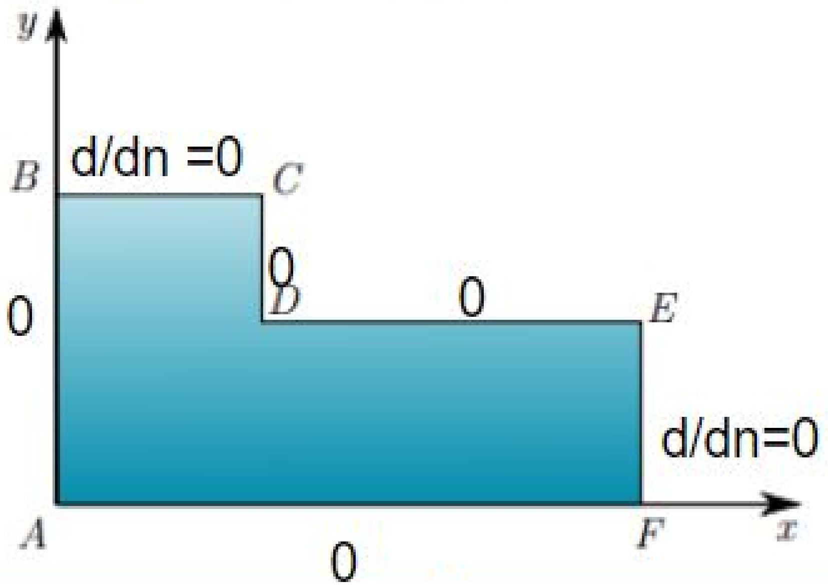
<u>Tipo Dirichlet:</u>

u(x,0)=0 0≤ x ≤ 89
u(0,y)=0 0≤ y ≤ 55
u(34,y)=0 34≤ y ≤ 55
u(x,34)=0 34 ≤ x ≤ 89

<u>Tipo Neumann:</u>

$u_x(x, 55) = 0 \; y = 55 \quad 0 \leq x \leq 34$

$u_y(89, y) = 0 \;\; x = 89 \quad 0 \leq y \leq 34$



Dificultades

- h es el paso, debe dividir de forma entera a la matriz
- Iterar puntos interiores de la placa.
- Iterar condiciones tipo Neumann.
- Ignorar puntos exteriores de la placa
- Eliminar puntos exteriores de la placa.

Estrategia: Método Iterativo

- Matriz de 55/h x 89/h compuesta de ceros.
- Función piso a los cuocientes.
- Definir condiciones de borde
- Definir ecuación para puntos interiores de la placa.
- Definir ecuación condiciones tipo Neumann.
- Comando para saltar puntos exteriores de la placa
- Comando para quitar puntos exteriores de la placa.

Ecuaciones

%Condiciones tipo Dirichlet

$$r = (u(i+1,j) + u(i-1,j) + u(i,j+1) + u(i,j-1) - 4 * u(i,j) - (h\hat{}2 * g))/4 \qquad \textbf{(1)}$$

$$u(i,j) = u(i,j) + w * (u(i+1,j) + u(i-1,j) + u(i,j+1) + u(i,j-1) - 4 * u(i,j) - (h\hat{}2 * g))/4 \textbf{(2)}$$

Con $w = \dfrac{4}{2+\sqrt{4-\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{\frac{55}{h}-1}\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{\frac{89}{h}-1}\right)\right)^2}}$ factor de relajación.

%Condiciones tipo Neumann

$u(1,j) = u(1,j) + w * ((u(1,j-1) + u(1,j+1) + (2 * u(2,j)) - 4 * u(1,j) - (h^2 * g))/4)$ para el lado BC de la placa. **(3)**

$u(i,89/h) = u(i,89/h) + w * ((u(i+1,89/h) + u(i-1,89/h) + (2 * u(i,(89/h) - 1)) - 4 * u(i,89/h) - (h^2 * g))/4)$ **(4)**

Para el lado EF de la placa.

Pseudocódigo: Función Piso

```
x=fix(89/h); %piso para el largo de la placa
y=fix(55/h); %piso para el ancho de la placa
b=fix(34/h); %piso para definir la forma de L
z=fix(21/h); %piso para definir la forma de L
u= zeros((y),(x)); %Matriz con el piso incluido
```

Pseudocódigo: Iteración

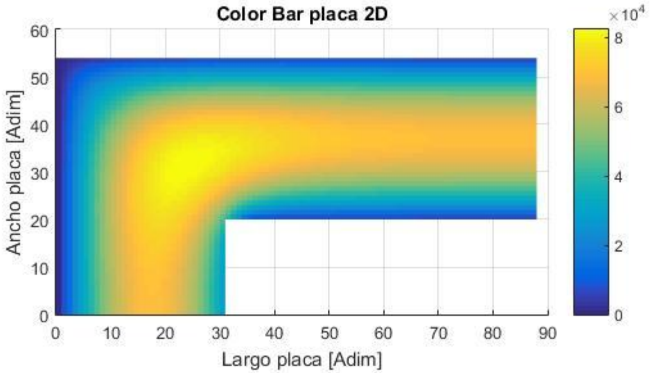
```
e=1000; %Valor grande para poder entrar al while
emax= 0.0005; %Error muy pequeño
iter=0; %iteraciones
while e>emax &&iter<=300
      e = 0; %resetear error
   for i=2:(totalFilas-1); %for anidados
      for j= 2:(TotalColumnas -1);%puntos interiores
         if i<(21/h)&& j>(34/h)%Parte inexistente
               continue
         Else %Condiciones tipo Dirichlet
         Ecuación (1)
         %Condiciones tipo Neumann
         Ecuación (2)
         Ecuación (3)
```

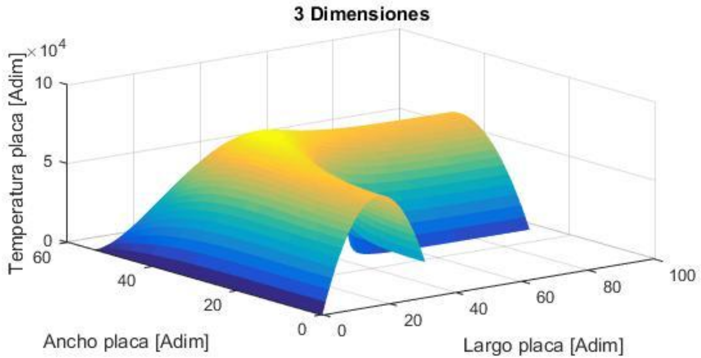
Pseudocódigo: Eliminar puntos

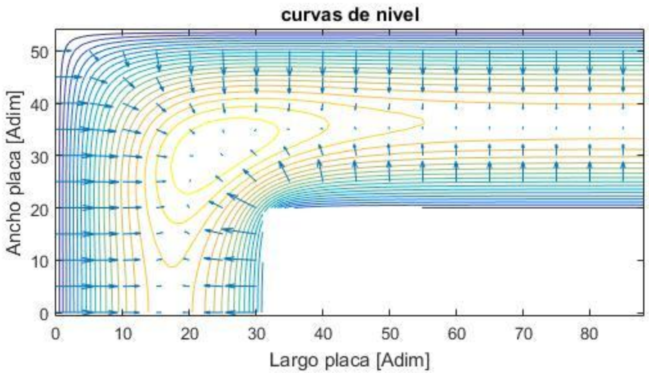
```
% Quitar del gráfico los puntos fuera de la placa

for i= 1:20/h
   for j= 35/h:89/h % Puntos fuera de
la placa
      u(i,j)=NaN; %Asignar valor NaN
```

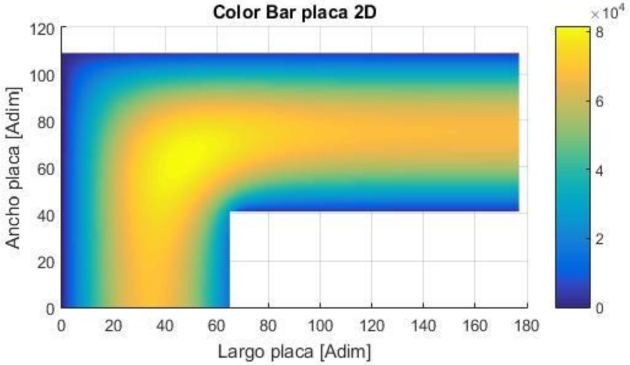
Resultados: Placa Níquel h=1

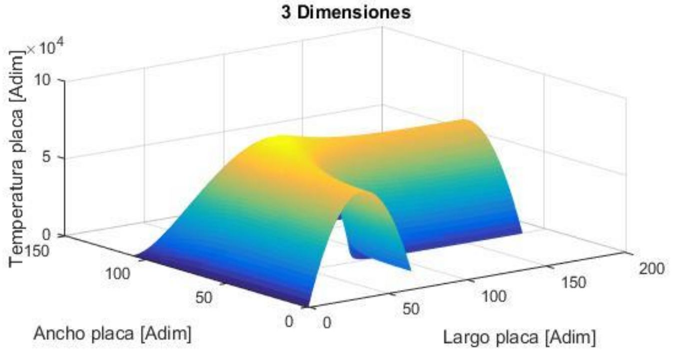


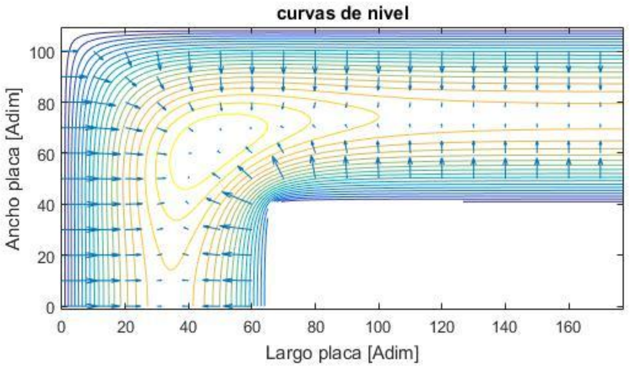




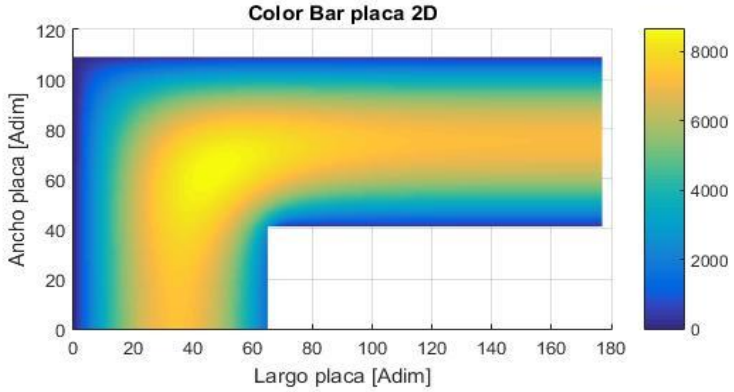
Resultados placa Níquel h=0.5

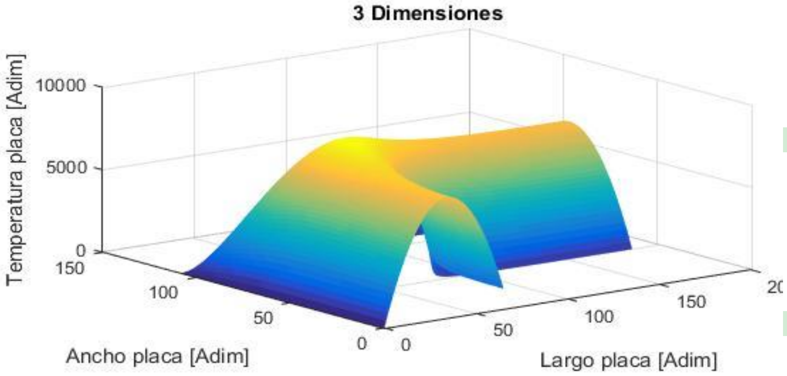


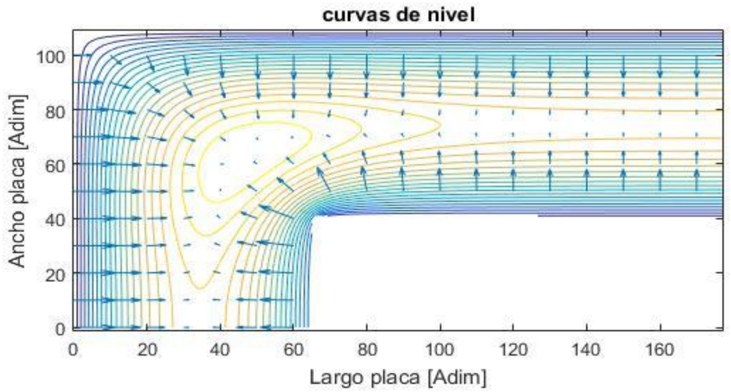




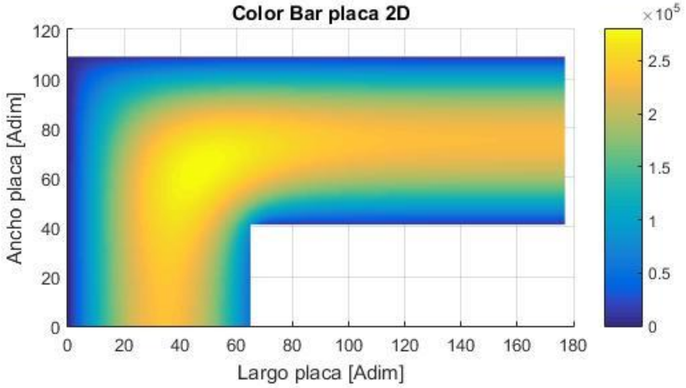
Resultados: Placa de Agua h=0.5

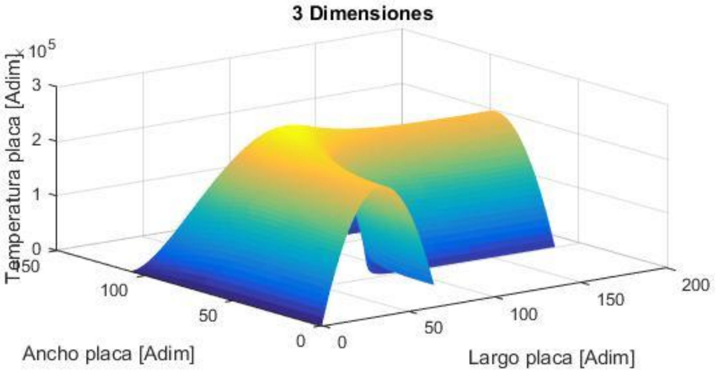


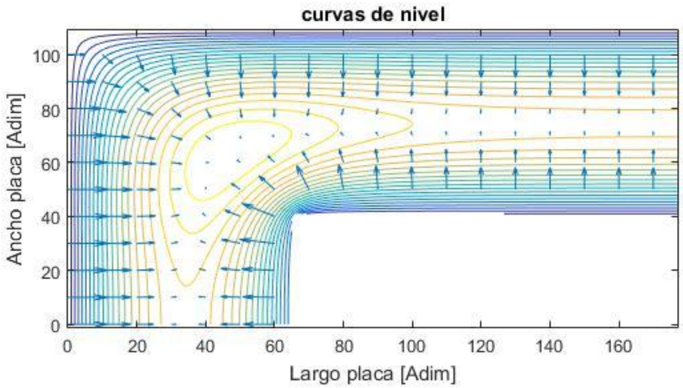




Resultados: Placa de Oro h=0.5







Resultados

- No hay flujo de calor donde las condiciones de borde son cero (borde azul)

- Donde se presenta el aislante no hay disipación de calor (borde naranjo).

- Zonas donde las condiciones de borde son distintas de cero se concentra una gran cantidad de calor.

Conclusiones

- Es más conveniente utilizar un método iterativo sobre uno directo:
  - Programación menos engorrosa
  - Consume menos memoria
  - Más rápido

Problema 2

Oscilación de una cuerda

Resumen del problema

Cuerda de largo 3L que oscila en el tiempo, sujeta por ambos extremos. Se busca resolver la ecuación de onda para c=2

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\delta t^2} = \frac{c^2 \partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}.$$

Edp Hiperbólica

Datos del problema

- Condiciones iniciales

$$\psi(x,0) = 3 * n * \sin \pi x$$

$$\psi_t(x,0) = 0$$

- Condiciones de borde

$$\psi(0,t) = 0$$

$$\psi(3L,t) = 0$$

Dificultades

- Paso para tiempo (k) y largo (h)
- Discretización adecuada tal que $r = c*k/h \leq 1$
- Valores segunda fila de la matriz

Estrategia: Método Explícito

- Imponer r=1, usando h=0.1 ; k=0.05
- Matriz (tiempo/k) x (largo/h)
- Imponer condiciones de borde e iniciales
- Valores segunda fila: Usar valores primera fila dado que r=1 y $\psi_t = 0$
- Iterar puntos interiores de la matriz con la **ecuación**

$$A(i+1,j)=A(i,j+1)+A(i,j-1)-A(i-1,j)$$

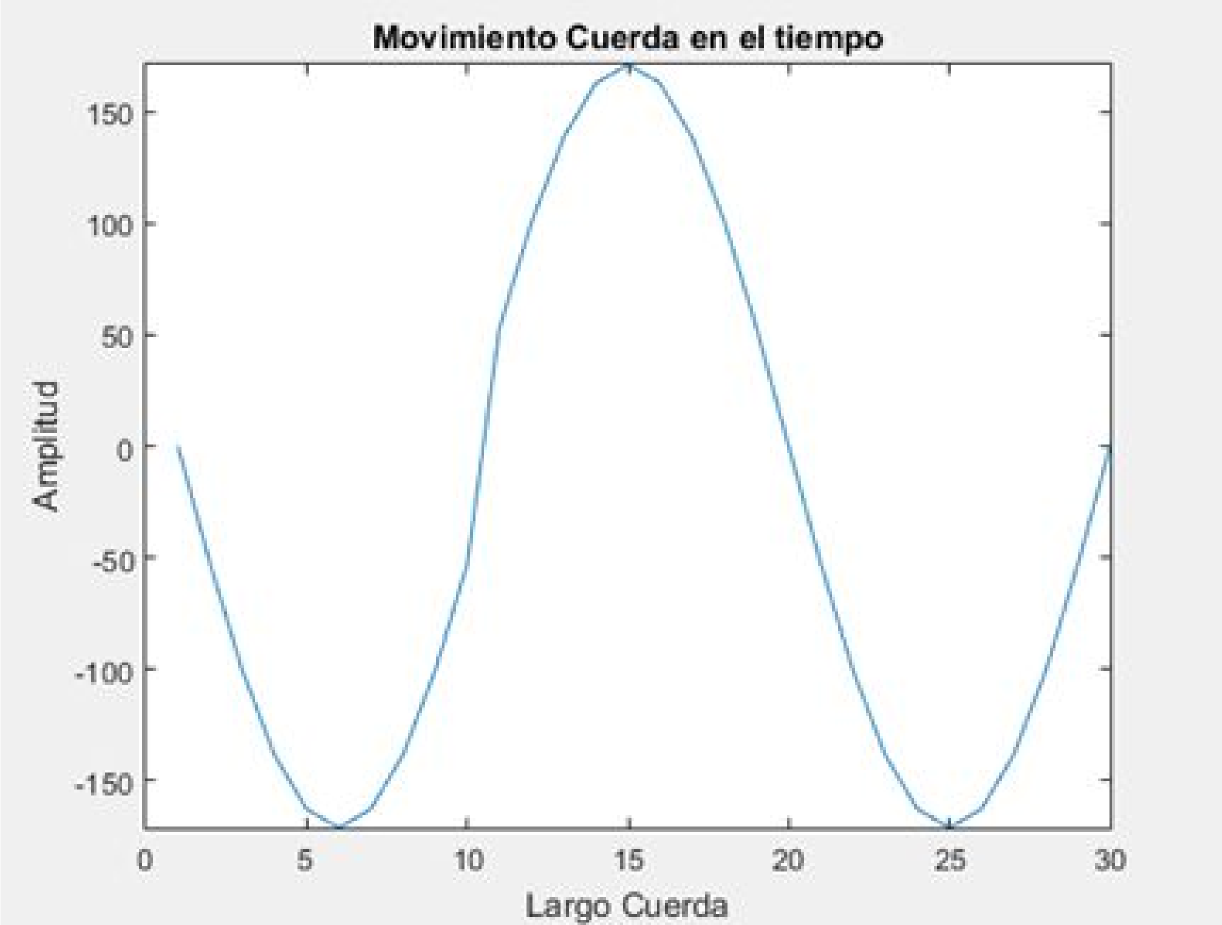
Pseudocódigo: Segunda fila

```
for j= 1:largo cuerda
   Cin=3*n*sin(pi*(0.1*j));%Condición de
borde
%Se multiplica j por 0.1 para que no
quede sin(0)
   A(1,j)=Cin;
   A(2,j)= Cin;
```

Pseudocódigo: Iteración

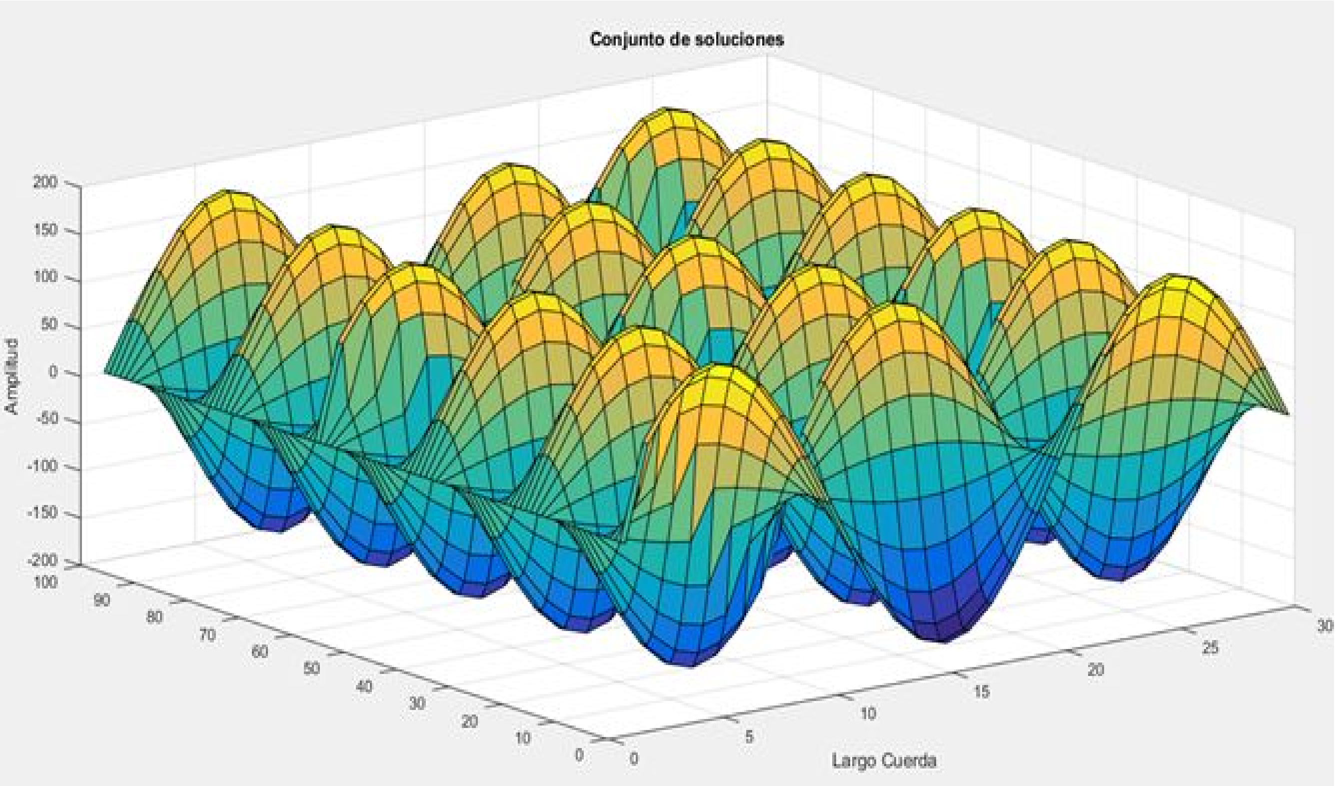
```
for i= 2:((tiempo/pasotiempo))-1
    %Recorrer las filas sin sus extremos
     for j= 2:(3*L/pasolargo)-1
   %Recorrer las columnas sin sus extremos
         A(i+1,j)=A(i,j+1)+A(i,j-1)-A(i-1,j)
      %Aplicar el método
```

Resultados:



Movimiento Cuerda en el tiempo
150
100
50
0
-50
-100
-150
Amplitud
0
5
10
15
20
25
30
Largo Cuerda

Resultados: Conjunto de soluciones



Conclusiones

- ❖ Movimiento oscilatorio en el tiempo, dejando de lado algunas singularidades del gráfico- es similar al movimiento de una cuerda bajo un impulso.

- ❖ Método Explícito resuelve consistentemente el problema

Conclusión General

- A pesar de las diferencias entre ambos problemas, EDP Elíptica y EDP hiperbólica, un método iterativo es más conveniente que uno directo para darles solución.
    - Más simple de programar
    - Más rápido

¡Gracias!