Universidade Federal de Minas Gerais
Departamento de Engenharia Eletrônica
ELT016 - Técnicas de Modelagem de Sistemas Dinâmicos 2021/1
Prof. Bruno Otávio Soares Teixeira

Tarefa #5

A presente tarefa abordará todas as cinco etapas do problema de identificação de sistemas: projeto de testes, escolha da representação matemática, seleção de estrutura, estimação de parâmetros e validação do modelo.
Estude atentamente os Capítulos 12 e 13 do livro texto antes de iniciar esta tarefa.

É permitida a formação de *duplas* para realização desta tarefa. Além dos arquivos `.m`, devidamente organizados, cada dupla deverá entregar um documento em formato `pdf` com descrição detalhada das soluções bem como análise crítica dos resultados.
Recomendamos o uso das funções de Matlab disponíveis aqui.

Exercício 1

Considere os dados de tempo $t = kT_\mathrm{s}$, entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ amostrados de um sistema dinâmico simulado e disponíveis no arquivo `dados_tarefa5.txt`. Deseja-se identificar um modelo ARX (equação de diferenças linear) para esse sistema. **Pede-se**:

a) Pré-processamento:
(i) Divida os dados disponíveis em dois conjuntos: dados de identificação e dados de validação. Mostre gráficos para sinais de entrada $u(k)$ e saída $y(k)$ em ambos os casos.
(ii) Escolha um novo tempo de amostragem adequado $T = dT_s$, em que d é um fator de decimação, para identificação desse sistema. Ou seja, se necessário, decime os dados. Considere o método da "Seção 12.2.4 - Escolha do tempo de amostragem" baseado em funções de autocorrelação.[1] Decime os dados de entrada e saída e utilize somente os dados decimados nos próximos itens. Mostre gráficos para sinais de entrada e saída após decimação para dados de identificação.
(iii) Use a função de correlação cruzada (FCC) para verificar se os dados de entrada e saída estão suficientemente correlacionados para que sejam usados para identificação de um modelo.

b) Seleção de estrutura:
Empregue o critério de Akaike (veja"Seção 12.3.1 Seleção da ordem de modelos lineares") para selecionar a ordem do modelo ARX. Considere, para tal, modelos de primeira até sexta ordem. Compare resultado obtido com um outro critério de informação.

c) Estimação de parâmetros:
Use o estimador de mínimos quadrados[2] para achar os parâmetros do modelo ARX de ordem selecionada no item anterior.

d) Validação:
Valide[3] o modelo para os seguintes casos: (i) simulação um passo a frente e (ii) simulação livre. Avalie criticamente os resultados, considerando cada tipo de simulação.
(iii) Calcule o índice RMSE em cada caso.
(iv) Verifique se os resíduos $\xi(k)$ do modelo estão suficientemente não-correlacionados.

[1] Em edições anteriores, equivale à Seção 12.2.3.
[2] Na verdade, o próprio critério de informação demanda que os parâmetros sejam estimados para cada um dos valores testados para ordem do modelo. Neste item, espera-se que seja apresentado, de forma detalhada, o procedimento de estimação de parâmetros.
[3] Neste item, os dados de validação separados no item a).(i) acima devem ser usados a fim de avaliar desempenho do modelo em uma massa de dados diferente da usada durante sua obtenção.

Exercício 2

Considere o sistema linear e invariante no tempo representado pela seguinte função de transferência

$$H(z) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}},$$

em que a_1, a_2, b_1 e b_2 são parâmetros definidos de forma a obter um sistema assintoticamente estável. **Pede-se**:

a) Projeto de teste:
Escolha valores para a_1, a_2, b_1 e b_2 que resultem em em sistema assintoticamente estável. Explique como tais valores foram definidos.[4] Simule a resposta $y(k)$ desse sistema a uma entrada $u(k)$ do tipo PRBS. Justifique a escolha dos parâmetros do PRBS. Obtenha também a saída ruidosa $y_{\mathrm{m}}(k)$. Ou seja, para a mesma sequência de dados de entrada $u(k)$, obtenha as saídas $y(k)$ e $y_{\mathrm{m}}(k)$. Considere o caso de ruído na equação (ruído de processo), tal que:

$$y_{\mathrm{m}}(k) = -a_1 y_{\mathrm{m}}(k-1) - a_2 y_{\mathrm{m}}(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2) + e(k).$$

Observação: escolha o desvio padrão do ruído branco $e(k)$ de forma a obter uma relação sinal-ruído maior que 10dB.[5]

b) Estimação de parâmetros:
Formule o problema de estimação de parâmetros sob a perspectiva do algoritmos de mínimos quadrados. Ou seja, defina a matriz de regressores $\mathbf{\Psi}$, o vetor de observações $\mathbf{y}$ e o vetor de parâmetros θ.

c) Estime os parâmetros desse sistema usando os dados sem ruído, isto é, (i) use os dados $u(k)$ e $y(k)$ e, em seguida, (ii) $u(k)$ e $y_{\mathrm{m}}(k)$. Interprete os resultados fazendo comparação entre os valores estimados para os parâmetros e os valores verdadeiros, bem como comparando os gráficos da resposta ao degrau dos modelos estimados e da resposta ao degrau do sistema verdadeiro $H(z)$. Para realizar a simulação da resposta ao degrau dos modelos estimados, considere ambos os casos de simulação um passo a frente e simulação livre. Analise os resultados.

e) Estrutura do modelo:
Nos items b) e c), assumiu-se conhecida a estrutura do modelo, a qual é de segunda ordem para o sistema em estudo. Considere os seguintes casos: (i) que o modelo estimado seja escolhido de primeira ordem ($b_2 = a_2 = 0$) e (ii) que o modelo estimado tenha estrutura de terceira ordem (defina os parâmetros b_3 e a_3). Repita os items b) e c) e interprete os resultados.

---

[4]Dica: É mais intuitivo definir uma função de transferência $H(s)$ de segunda ordem e usar um método de discretização, como, o método de retentor de ordem zero (usar função `c2d` com parâmetro 'zoh') para obter $H(z)$.

[5]A relação sinal-ruído (SNR) de um sinal $y_{\mathrm{m}} = y(k) + e(k)$ é dada por $\mathrm{SNR} = 20\log_{10}\frac{\sigma_y}{\sigma_e}$, em que σ_y e σ_e são os desvios padrão de $y(k)$ e $e(k)$, respectivamente.