MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Florianópolis
Departamento Acadêmico de Eletrônica

Capítulo 3

Análise da Resposta Transitória e Erros em Regime Permanente

Análise Temporal

- Análise de desempenho de sistemas:
  - A resposta no tempo fornece algumas figuras de mérito (índices de desempenho) importantes para a análise e projeto de sistemas de controle.

    Algumas destes índices são:
    - Tempo de Subida (t_r);
    - Tempo de Acomodação (t_s);
    - Instante de Pico (t_p);
    - Sobre-sinal Máximo ($M_p\%$);
    - Erro de Regime Permanente (e_{ss}).

Análise Temporal

- Análise de desempenho de sistemas:

  Normalmente faz-se a análise da resposta no tempo do sistema quando este é submetido a sinais de teste típicos:

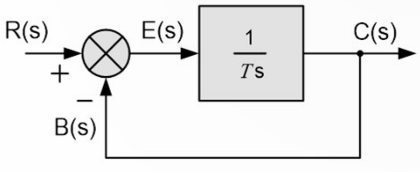
Sinal de Teste	Definição de f(t)	F(s)
Impulso: $\delta(t)$	$\delta(t) \equiv \begin{cases} 0 & ; t \neq 0 \\ Indefinido & ; t = 0 \end{cases}$	1
Degrau: $u(t)$	$u(t) \equiv \begin{cases} 1 & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s}$
Rampa (velocidade): $f(t)$	$f(t) \equiv \begin{cases} t & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s^2}$
Parábola (aceleração): $f(t)$	$f(t) \equiv \begin{cases} t^2/2 & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s^3}$

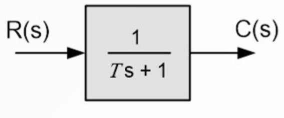
Análise Temporal

- Sistemas de 1ª Ordem:

  São sistemas cuja FTMF(s) é dada pela equação:

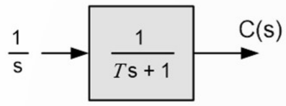
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T\,s+1}$$





Análise Temporal

- Resposta de um Sistemas de 1ª Ordem ao Degrau:

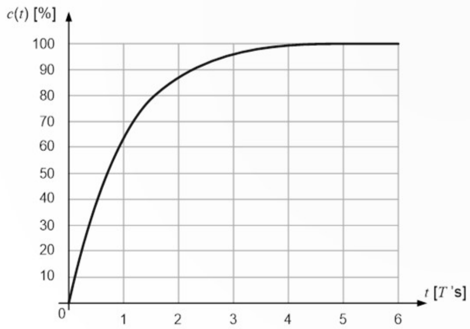


$$C(s) = \left(\frac{1}{T\,s+1}\right)\cdot\frac{1}{s}$$

$$C(s) = \frac{A}{s} + \frac{B}{T\,s+1}$$

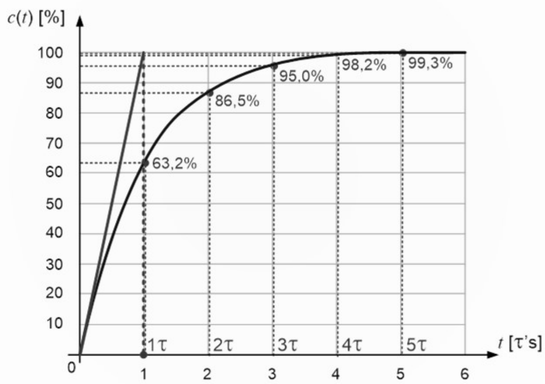
$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{T}{T\,s+1}$$

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}$$



Análise Temporal

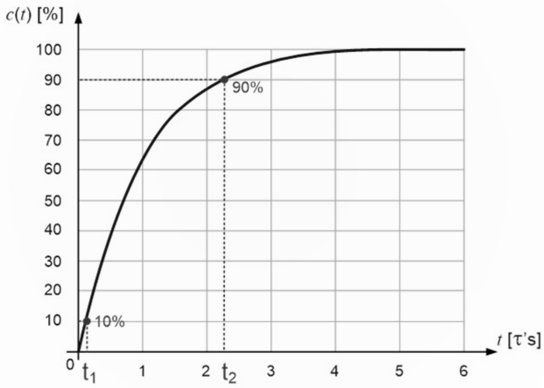
- Tempo de Resposta (*Settling Time*):



$t_{s(5\%)} = 3\cdot\tau$ $\qquad$ $t_{s(2\%)} = 3{,}9\cdot\tau$ $\qquad$ $t_{s(1\%)} = 4{,}6\cdot\tau$

Análise Temporal

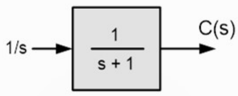
- Tempo de Subida (*Rise Time*):



$$t_r = t_{90\%} - t_{10\%}$$

Análise Temporal

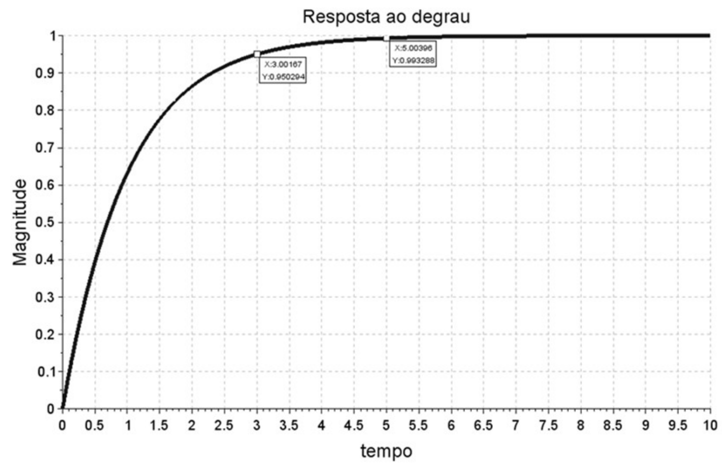
- Resposta ao Degrau no Scilab:
  - Para o sistema:




```
--> s= %s;
--> K= 1; T= 1;
--> num= K; den= T*s+1;
--> tf= num/den;                        // ainda não é a FT
--> FTMF= syslin('c', num/den);
--> t= linspace(0,10,501);              // t=0:0.02:10  (501 pontos)
--> step= csim('step',t,FTMF);
--> plot2d(t,step);
--> xgrid();
--> xtitle('Resposta ao degrau','tempo','Magnitude');
```

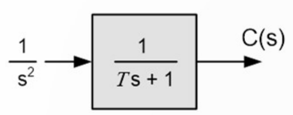
Análise Temporal

- Resposta ao Degrau no Scilab:



Análise Temporal

- Resposta de um Sistema de 1ª Ordem à Rampa:



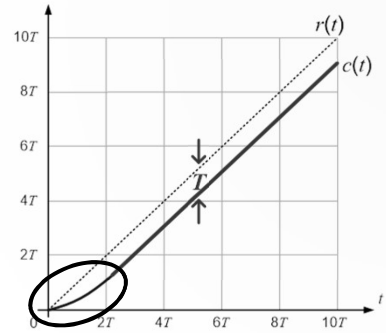
$$C(s) = \left(\frac{1}{Ts+1}\right)\cdot\frac{1}{s^2}$$

$$C(s) = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s} + \frac{C}{Ts+1}$$

$$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1}$$

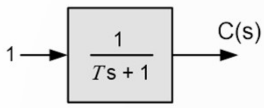
$$c(t) = t - T + Te^{-t/T}$$

Erro estacionário (e_{RP})



Análise Temporal

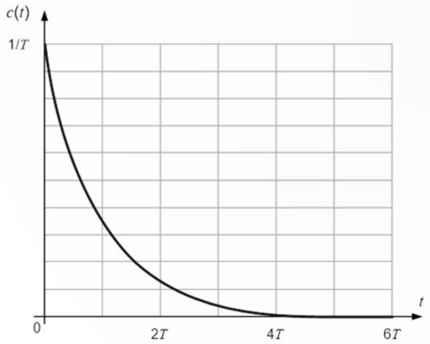
- Resposta de um Sistema de 1ª Ordem <u>ao Impulso</u>:



$$C(s) = \left(\frac{1}{T\,s+1}\right)\cdot 1$$

$$C(s) = \frac{1/T}{s + 1/T}$$

$$c(t) = \frac{e^{-t/T}}{T}$$



Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem:

As especificações do sistema são frequentemente dadas assumindo que este é um sistema de 2ª ordem.

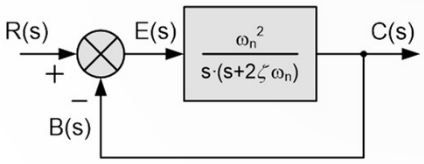
Para sistemas de ordem maior que 2, nós podemos frequentemente usar as técnicas de pólos dominantes para aproximar o sistema por uma função de transferência de 2ª ordem (dois pólos).

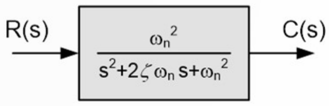
Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem:

São sistemas cuja FTMF(s) é dada pela equação:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^{\,2}}{s^2 + 2\zeta\,\omega_n \cdot s + \omega_n^{\,2}}$$





Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem:

A equação de 2ª Ordem:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^{\,2}}{s^2 + 2\zeta\,\omega_n \cdot s + \omega_n^{\,2}}$$

Possui como pólos (raízes do denominador):

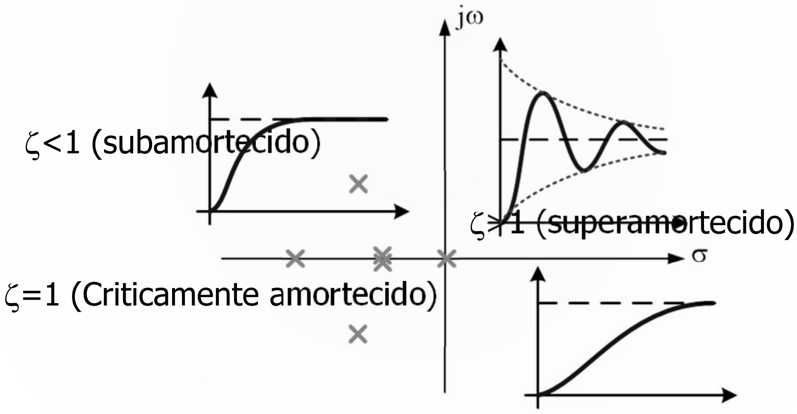
$$s_1 = -\zeta\,\omega_n + j\,\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}$$

$$s_2 = s_1{}^* = -\zeta\,\omega_n - j\,\omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2}$$

Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem:

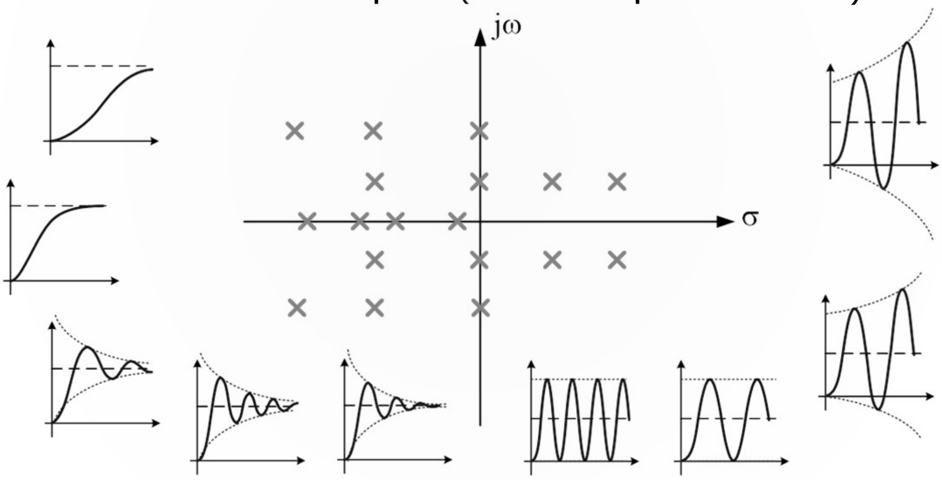
  Estes 2 pólos permitem três situações distintas:



Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem:

  Posicionamento dos pólos (raízes da Eq. Característica):



Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem Subamortecidos:

(0 < ζ < 1) ➔ pólos complexos conjugados

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\,\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s + \underbrace{\zeta\omega_n + j\omega}) \cdot (s + \underbrace{\zeta\omega_n - j\omega})}$$

onde:

$\omega = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ (frequência natural amortecida)

Análise Temporal

- Resposta de um Sistemas de 2ª Ordem ao Degrau:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\,\omega_n \cdot s + \omega_n^2)} \cdot \frac{1}{s}$$

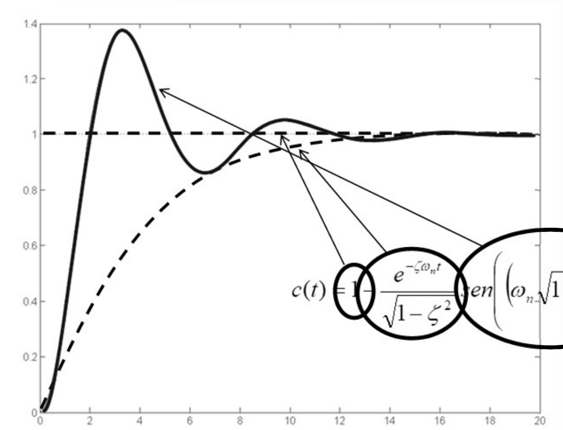
$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s \cdot (s^2 + 2\zeta\,\omega_n \cdot s + \omega_n^2)}$$

Aplicando a TL^{-1}:

$$\boxed{c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\, sen\left(\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)\cdot t + arctg\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right)}$$

Análise Temporal

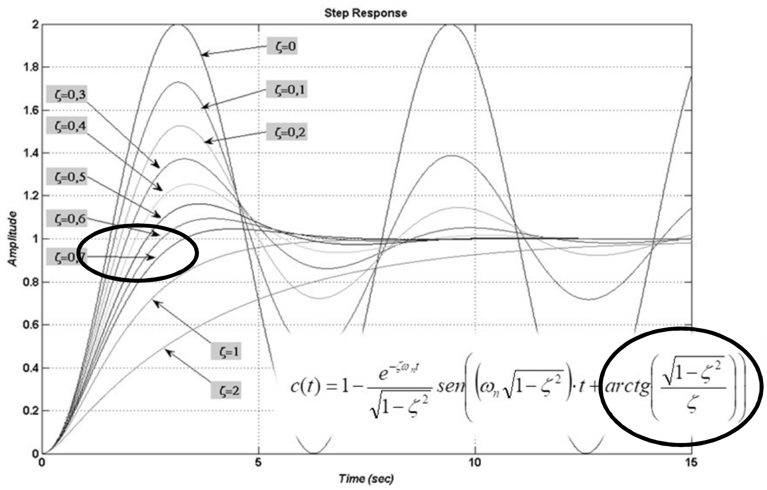
- Resposta de um Sistemas de 2ª Ordem ao Degrau:



$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} sen\left(\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)\cdot t + arctg\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right)$$

Análise Temporal

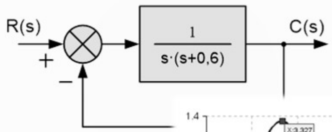
- Influência de ζ (ω_n constante):



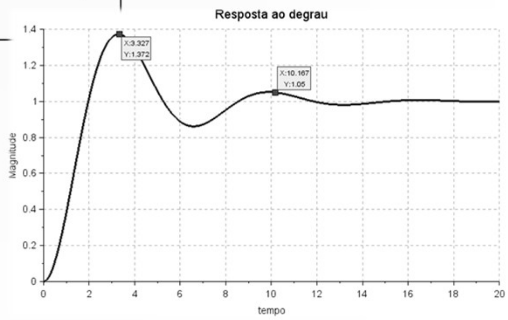
$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} sen\left(\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)\cdot t + arctg\left(\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}\right)\right)$$

Análise Temporal

- Resposta ao Degrau no Scilab®:
  - Para o sistema abaixo, plotar a resposta ao degrau unitário:

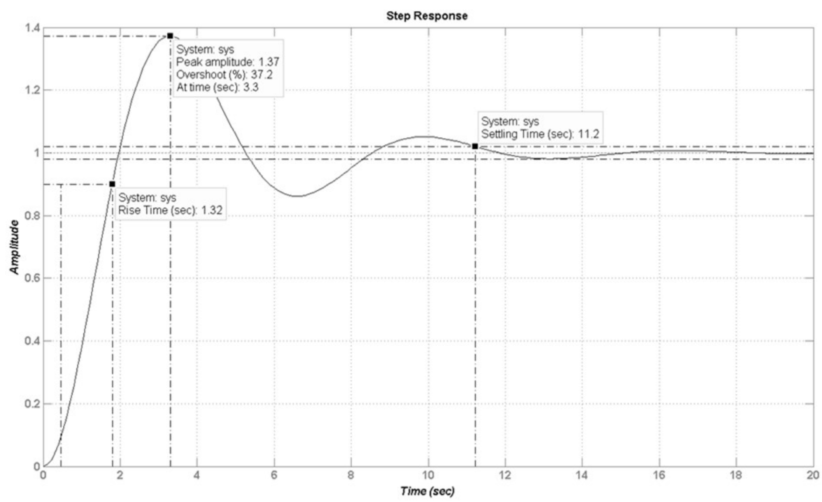



```
--> s= %s;
--> num= 1; den= s^2+0.6*s+1;
--> FTMF= syslin('c', num/den);
--> t= 0:0.05:20
--> step= csim('step',t,FTMF);
--> plot2d(t,step);
```



Análise Temporal

- Resposta ao Degrau no Matlab®:



Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem Criticamente Amortecidos:

(ζ = 1) ➔ pólos reais iguais

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s+\omega_n)^2}$$

Aplicando o degrau:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+\omega_n)^2}$$

Aplicando a TL^{-1}:

$$\boxed{c(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1+\omega_n t)}$$

Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem Superamortecidos:

(ζ > 1) ➔ pólos reais e distintos

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s+\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2-1})\cdot(s+\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2-1})}$$

Aplicando o degrau:

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{s\cdot(s+\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2-1})\cdot(s+\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2-1})}$$

Aplicando a TL^{-1}:

$$\boxed{c(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2-1}}\left(\frac{e^{-\left(\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n \cdot t}}{\zeta+\sqrt{\zeta^2-1}} - \frac{e^{-\left(\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}\right)\omega_n \cdot t}}{\zeta-\sqrt{\zeta^2-1}}\right)}$$

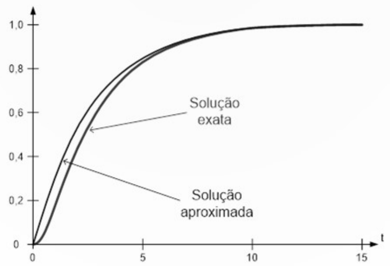
Análise Temporal

- Sistemas de 2ª Ordem ↔ 1ª Ordem:

No caso em que ζ >>1, a primeira cte de tempo fica muito mais rápida que a segunda e podemos aproximar:

$$\boxed{c(t) = 1 - e^{-\left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}\right)\omega_n t}}$$

Que é muito similar a resposta de um sistema de 1ª ordem:



Análise Temporal

- Tempo de Resposta (*Settling Time*):
  - Tempo de acomodação:

$$\boxed{t_{s(5\%)} = 3 \cdot \tau = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n}}$$

$$t_{s(2\%)} = 3{,}9 \cdot \tau = \frac{3{,}9}{\zeta \cdot \omega_n}$$

$$t_{s(1\%)} = 4{,}6 \cdot \tau = \frac{4{,}6}{\zeta \cdot \omega_n}$$

Onde: $\tau = 1 / \zeta \cdot \omega_n$ (constante de tempo da envoltória).

Análise Temporal

- Tempo de Subida (*Rise Time*):
  - Tempo de subida $t_r = [t_{(90\%)} - t_{(10\%)}]$:

$$t_r = \frac{2{,}16 \cdot \zeta + 0{,}6}{\omega_n}$$

Esta é uma expressão aproximada
(válida para 0,3 $\leq \zeta \leq$ **0,8)**

Análise Temporal

- Sobre-sinal (M_p):
  - Instante de pico (t_p):

$$\boxed{t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}}$$

É obtida através do "ponto de máximo" :

$$\frac{d\,c(t)}{dt} = 0$$

Análise Temporal

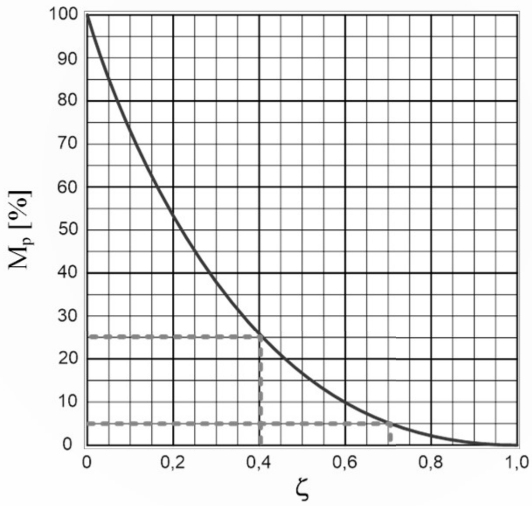
- Sobressinal (M_p):
  - Sobressinal máximo:

$$\boxed{M_p = e^{-\left(\frac{\pi\cdot\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}}$$

É obtida através da expressão $M_p = \left(c(t_p)-1\right)\cdot 100\%$.

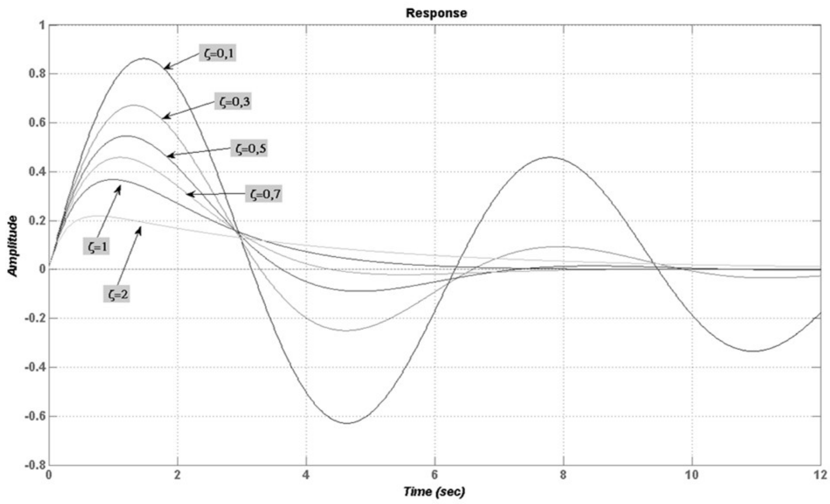
Análise Temporal

- Sobressinal (M_p):



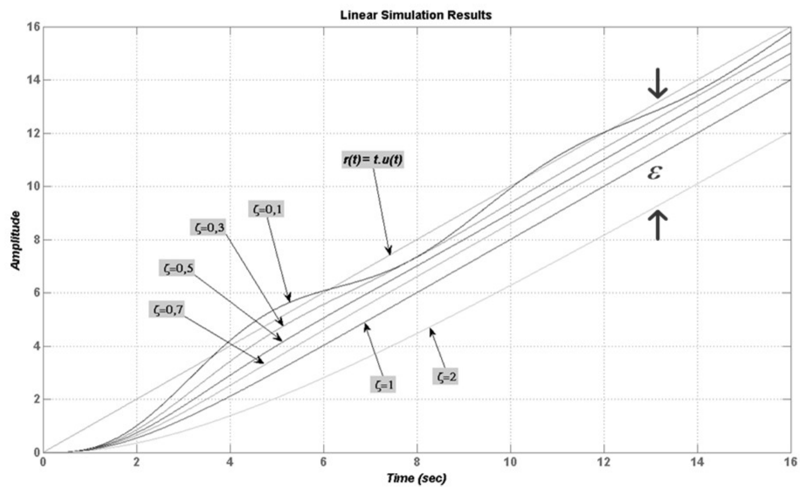
Análise Temporal

- Resposta de um Sistemas de 2ª Ordem ao Impulso:



Análise Temporal

- Resposta de um Sistemas de 2ª Ordem à Rampa:



Análise Temporal

- Resposta de um Sistemas de 2ª Ordem à Rampa:

$$\underbrace{c(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot sen\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t - 2\cdot arctg\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)}_{\varepsilon}$$

$$e(t) = \frac{2\zeta}{\omega_n} + \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot sen\left(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\,t - 2\cdot arctg\frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{-\zeta}\right)$$

$$\boxed{e(\infty) = \frac{2\zeta}{\omega_n}}$$

Análise Temporal

- A considerar...
  - Para que a resposta transitória ao degrau seja aceitável (pouco oscilante):

$$t_{s(5\%)} = \frac{3}{\zeta \cdot \omega_n}$$

ζ não pode ser muito pequeno

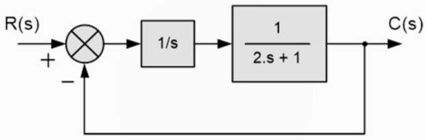
  - Para que a resposta à rampa seja aceitável (erro pequeno):

$$e_{rampa}(\infty) = \frac{2\zeta}{\omega_n}$$

ω_n deve ser suficientemente grande

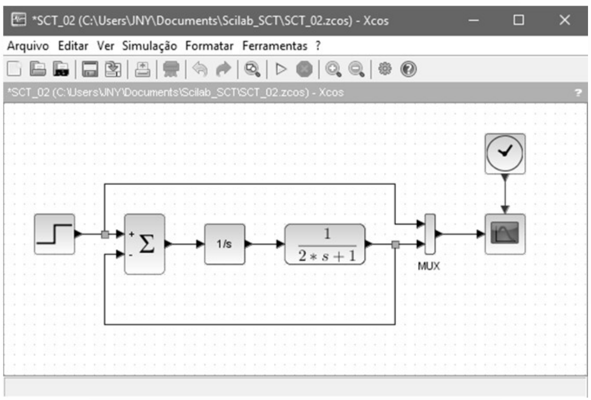
Análise Temporal

- Exemplo: Usar o Xcos para determinar a resposta ao degrau unitário do sistema a seguir:



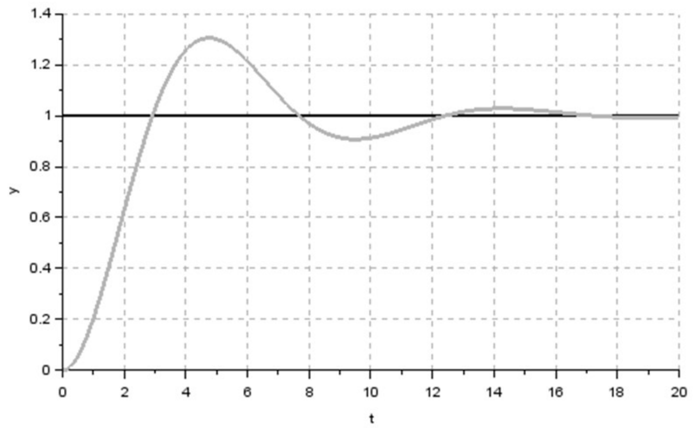
Análise Temporal

- Exemplo: Usar o Xcos para determinar a resposta ao degrau unitário do sistema a seguir:



Análise Temporal

- Exemplo:



Análise Temporal

- Adição de um terceiro Pólo:
  - Adicionando um terceiro pólo em "-1/T":

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)\cdot\boxed{(Ts+1)}}$$

e o sistema conta, então, com os seguintes pólos:

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$s_3 = -\frac{1}{T}$$

Análise Temporal

- Pólos Dominantes:
  - Diz-se que os pólos de "segunda ordem" são dominantes quando na equação:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)\cdot(Ts+1)}$$

temos:

$$\left|\frac{1}{T}\right| \geq 10\cdot|\zeta\omega_n|$$

Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Considerando um sistema de segunda ordem com:

$$\omega_n = 1\,\tfrac{rad}{s}$$
$$\zeta = 0{,}25$$

  - Com as seguintes características:

$$M_P \cong 44{,}4\%$$
$$t_{S(2\%)} \cong 14{,}1s$$

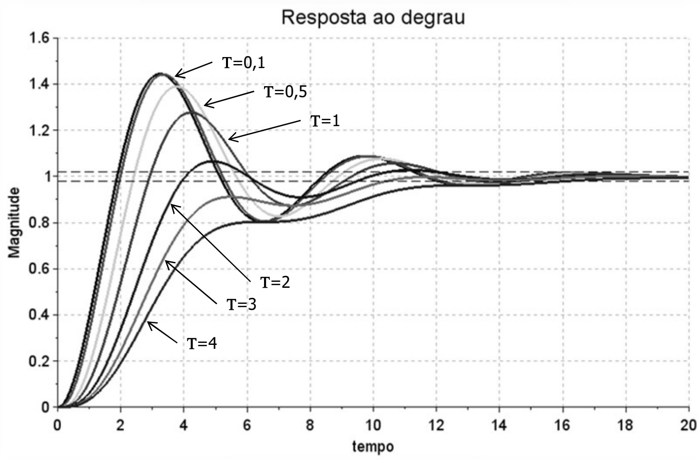
Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Inserindo um terceiro pólo em "-1/T":

T	1/T	M_P [%]	$t_{S(2\%)}$ [s]
0	∞	44,4	14,1
0,1	10	44,2	14,2
0,5	2	38,9	14,5
1,0	1	27,7	14,6
2,0	0,5	6,5	11,9
3,0	0,33	0 (-8,9)	10,5
4,0	**0,25**	0 (-19,7)	16,2

Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Inserindo um terceiro pólo em "-1/T":



Análise Temporal

- Adição de um Zero :
  - A adição de um zero em "-1/a" na equação de segunda ordem:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Resulta em:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2 \cdot \dfrac{(s+\alpha)}{\alpha}}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Considerando um sistema de segunda ordem com:

$$\omega_n = 1 \tfrac{rad}{s}$$
$$\zeta = 0{,}25$$

  - Com as seguintes figuras de mérito:

$$M_P \cong 44{,}4\%$$
$$t_{S(2\%)} \cong 14{,}1s$$
$$t_P \cong 3{,}25s$$

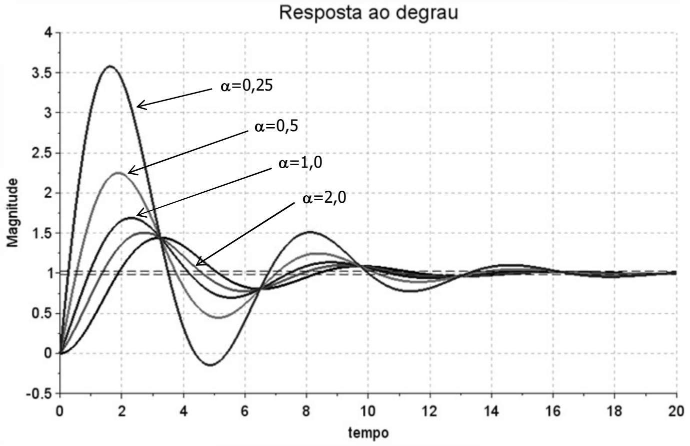
Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Inserindo um Zero em "-α":

α	$\alpha/\zeta\omega_n$	M_P [%]	t_P [s]
0,25	1	258	1,62
0,5	2	125	1,92
1,0	4	69	2,30
2,0	8	50	2,71
∞	∞	44,4	3,25

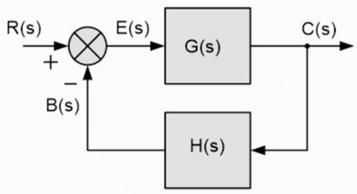
Análise Temporal

- Estudo de casos:
  - Inserindo um Zero em "-α":



Análise Temporal

- Análise do Erro de Regime Permanente:
  - Considerando o SCMF:



onde o sinal de erro "E(s)" é dado por:

$$E(s) = \frac{C(s)}{G(s)} = \frac{\dfrac{G(s)}{1+G(s)\cdot H(s)}\cdot R(s)}{G(s)} = \boxed{\frac{1}{1+G(s)\cdot H(s)}\cdot R(s)}$$

Análise Temporal

- Análise do Erro de Regime Permanente:
  - Para obter o erro de regime permanente pode-se usar o teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s\cdot E(s) = \boxed{\lim_{s\to 0}\left[s\cdot\frac{1}{1+G(s)H(s)}\cdot R(s)\right]}$$

este erro depende da entrada e poderá ser nulo ou não, dependendo de sua classificação (habilidade para seguir um determinado tipo de entrada)

Análise Temporal

- Classificação de um Sistema segundo seu "Tipo":
  - Considerando a FTMA para um sistema qualquer:

$$G(s)H(s) = \frac{K \cdot (T_{Z1}s+1) \cdot (T_{Z2}s+1) \ldots (T_{Zm}s+1)}{s^N \cdot (T_{P1}s+1) \cdot (T_{P2}s+1) \ldots (T_{Pn}s+1)}$$

o termo "s^N" representa um pólo de multiplicidade "N" na origem.

  - A classificação é estabelecida em função desse termo da seguinte forma:

    se N= 0, o sistema será do tipo 0; se N= 1, será do tipo 1; se N= 2, será do tipo 2; e assim por diante.

Análise Temporal

- Coeficiente de Erro Estático:
  - É uma figura de mérito normalmente usada para especificar o requisito de projeto quanto ao erro de regime permanente para uma determinada entrada.
  - Normalmente é referido segundo as classificações usadas em servomecanismos, assim:
    - → Coeficiente de erro de posição estático (K_P): quando para uma entrada degrau;
    - → Coeficiente de erro de velocidade estático (K_V): quando para uma entrada rampa;
    - → Coeficiente de erro de aceleração estático (K_A): quando para uma entrada parábola.

Análise Temporal

- Coeficiente de Erro Posição Estático (K_P):
  - Considerando uma entrada degrau:

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\cancel{s}\cdot\frac{1}{1+G(s)H(s)}\cdot\frac{1}{\cancel{s}}\right] = \frac{1}{1+G(0)\cdot H(0)}$$

  - Define-se K_P como sendo:

$$K_P = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = G(0)H(0)$$

  - Assim:

$$\boxed{e_{ss} = \frac{1}{1+K_P}}$$

Análise Temporal

- Análise de K_P:
  - Suponhamos que o sistema seja do "tipo 0":

$$K_P = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{K\cdot(\overset{0}{\cancel{T_{Z1}s}}+1)\cdot(\overset{0}{\cancel{T_{Z2}s}}+1)\ldots(\overset{0}{\cancel{T_{Zm}s}}+1)}{(\underset{0}{\cancel{T_{P1}s}}+1)\cdot(\underset{0}{\cancel{T_{P2}s}}+1)\ldots(\underset{0}{\cancel{T_{Pn}s}}+1)} = \boxed{K}$$

  - Para um sistema seja do "tipo 1":

$$K_P = \lim_{s\to 0} G(s)H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{K\cdot(T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{s^1\cdot(T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \frac{K}{0} = \boxed{\infty}$$

Análise Temporal

- Coeficiente de Erro Velocidade Estático (K_V):
  - Considerando uma entrada Rampa:

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0}\left[\cancel{s}\cdot\frac{1}{1+G(s)H(s)}\cdot\frac{1}{s^{\cancel{2}}}\right] = \lim_{s\to 0}\frac{1}{s\cdot G(s)H(s)}$$

  - Define-se K_V como sendo:

$$K_V = \lim_{s\to 0}\left[s\cdot G(s)H(s)\right]$$

  - Assim:

$$\boxed{e_{ss} = \frac{1}{K_V}}$$

Análise Temporal

- Análise de K_V:
  - Suponhamos que o sistema seja do "tipo 0":

$$K_V = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{s\cdot K\cdot(T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{(T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{0}$$

  - Para um sistema seja do "tipo 1":

$$K_V = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{\cancel{s}\cdot K\cdot(T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{\cancel{s}\cdot(T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{K}$$

  - Para um sistema seja do "tipo 2":

$$K_V = \lim_{s\to 0} s\cdot G(s)H(s) = \lim_{s\to 0}\frac{\cancel{s}\cdot K\cdot(T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{s^{\cancel{2}}\cdot(T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \frac{K}{0} = \boxed{\infty}$$

Análise Temporal

- Coeficiente de Erro Aceleração Estático (K_A):
  - Considerando uma entrada Parábola:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0}\left[\cancel{s} \cdot \frac{1}{1+G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s^{\cancel{3}}}\right] = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2 \cdot G(s)H(s)}$$

  - Define-se K_A como sendo:

$$K_A = \lim_{s \to 0}\left[s^2 \cdot G(s)H(s)\right]$$

  - Assim:

$$\boxed{e_{ss} = \frac{1}{K_A}}$$

Análise Temporal

- Análise de K_A:
  - Suponhamos que o sistema seja do "tipo 0":

$$K_A = \lim_{s \to 0} s^2 \cdot G(s)H(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s^2 K \cdot (T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\dots(T_{Zm}s+1)}{(T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\dots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{0}$$

  - Para um sistema seja do "tipo 1":

$$K_A = \lim_{s \to 0} s^2 \cdot G(s)H(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s^{\cancel{2}} K \cdot (T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\dots(T_{Zm}s+1)}{\cancel{s^1} \cdot (T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\dots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{0}$$

Análise Temporal

- Análise de $\boldsymbol{K_A}$:
  - Suponhamos que o sistema seja do "tipo 2":

$$K_A = \lim_{s\to 0} s^2 \cdot G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s^2} \cdot K \cdot (T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{\cancel{s^2} \cdot (T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{K}$$

  - Para um sistema seja do "tipo 3":

$$K_A = \lim_{s\to 0} s^2 \cdot G(s)H(s) = \lim_{s\to 0} \frac{\cancel{s^2} \cdot K \cdot (T_{Z1}s+1)\cdot(T_{Z2}s+1)\ldots(T_{Zm}s+1)}{\cancel{s^3} \cdot (T_{P1}s+1)\cdot(T_{P2}s+1)\ldots(T_{Pn}s+1)} = \boxed{\infty}$$

Análise Temporal

- Erro Estático em função de Tipo do Sistema:

Tipo do sistema	**Entrada**		
	Degrau	**Rampa**	**Parábola**
Tipo 0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Tipo 1	0	$\frac{1}{K}$	∞
Tipo 2	0	0	$\frac{1}{K}$
Tipo 3	0	0	0

Análise Temporal

- Erro Estático em função de Tipo do Sistema:
  - Os coeficientes de erro K_P, K_V e K_A descrevem a habilidade de reduzir ou eliminar erros de regime permanente;
  - Desta forma, eles indicam o desempenho do sistema em regime permanente;
  - Para melhorar o desempenho do sistema podemos aumentar o "Tipo" adicionando um ou mais integradores no ramo direto. Entretanto, esta ação pode levar o sistema à instabilidade.

Referências

- Referências bibliográficas principais:

  - OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5ª edição. São Paulo: Pearson / Prentice-Hall, 2010.
  - DORF, Richard C. **Sistemas de Controle Modernos**. 12ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
  - NISE, Norman S. **Engenharia de Sistemas de Controle**. 3ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2002.
  - CARVALHO, J. L. M. **Sistemas de Controle Automático**. 1ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
  - CAMPBELL, Stephen L. **Modeling and Simulation in Scilab/Scicos**. 2nd edition. Springer, 2010.
  - SCILAB.ORG. **Scilab for Very Beginners**. Disponível em: <http://www.scilab.org/resources/documentation/tutorials>. *Acesso em: 28/03/2016.*
  - SCILAB.ORG. **Xcos for Very Beginners**. Disponível em: <http://www.scilab.org/resources/documentation/tutorials>. *Acesso em: 28/03/2016.*
  - SCILAB.ORG. **Matlab-Scilab equivalents**. PDF disponível em: <https://help.scilab.org/docs/5.5.2/en_US/section_36184e52ee88ad558380be4e92d3de21.html>. *Acesso em: 28/03/2016.*