Instituto federal de educação ciência e tecnologia de santa Catarina – Florianópolis

Avaliação 2 – Sistemas de controle 1

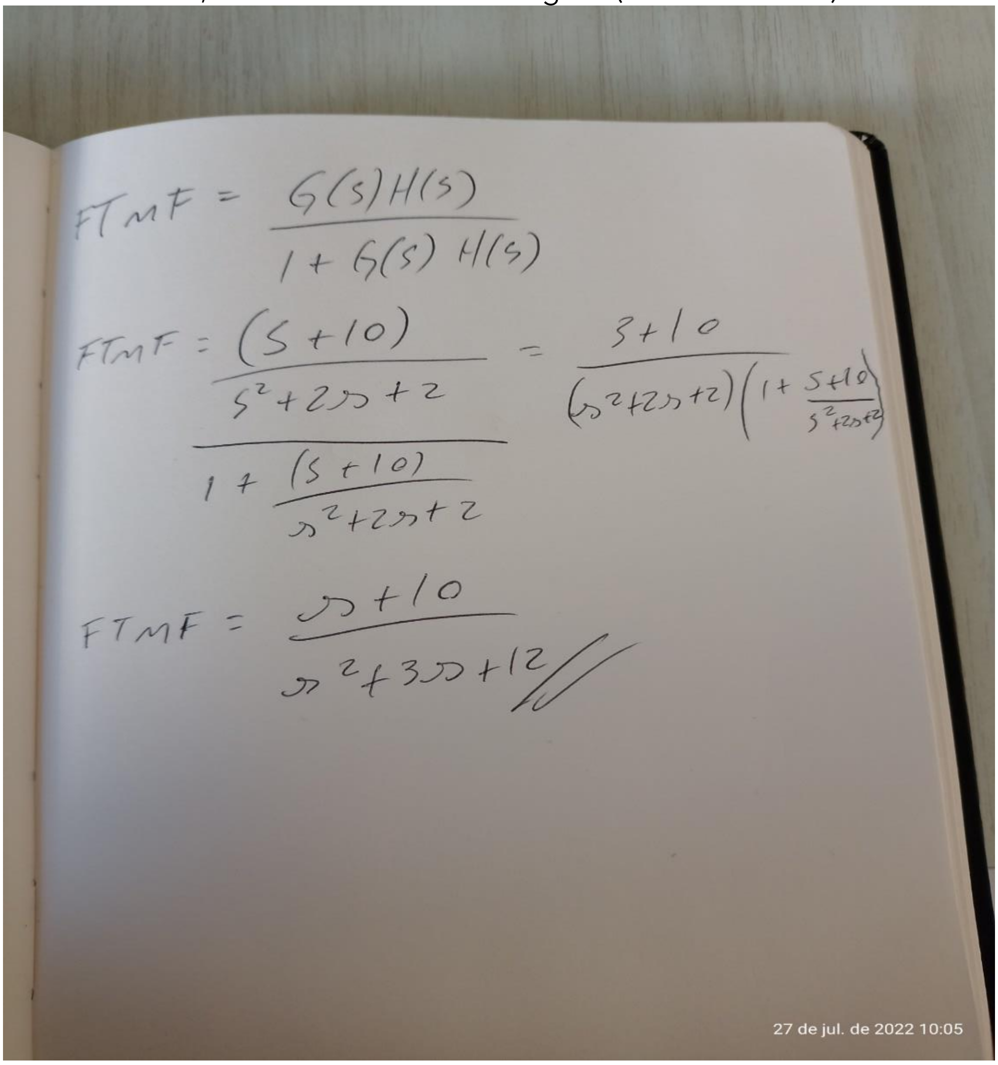
Marcelo Brancalhão Gaspar   data 27/07/2022

Para a seguinte planta iremos averiguar quais são os pontos de podem ou não serem melhorados. Como é de ciencia para quem trabalha com engenharia sempre que melhoramos um parametro tendemos a piorar outros, sempre existe uma relação de compromisso. Veremos o que pode ser melhorado na etapa conclusão do sistema original. Segue o sistema proposto;

3) Para a planta abaixo, projete um compensador em **avanço de fase** usando **Lugar das Raízes** que proporcione as seguintes especificações: $e_{ss(DEGRAU)} = 5\%$; $M_\phi = 65°$; e $t_{s(5\%)} = 500ms$.

$$G(s)H(s) = \frac{s+10}{s^2+2s+2}$$

Primeiramente, analisemos o sistema original (não controlado) - Encontrado a FTMF;



$$FTMF = \frac{G(s)H(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$FTMF = \frac{\frac{(s+10)}{s^2+2s+2}}{1+\frac{(s+10)}{s^2+2s+2}} = \frac{s+10}{(s^2+2s+2)\left(1+\frac{s+10}{s^2+2s+2}\right)}$$

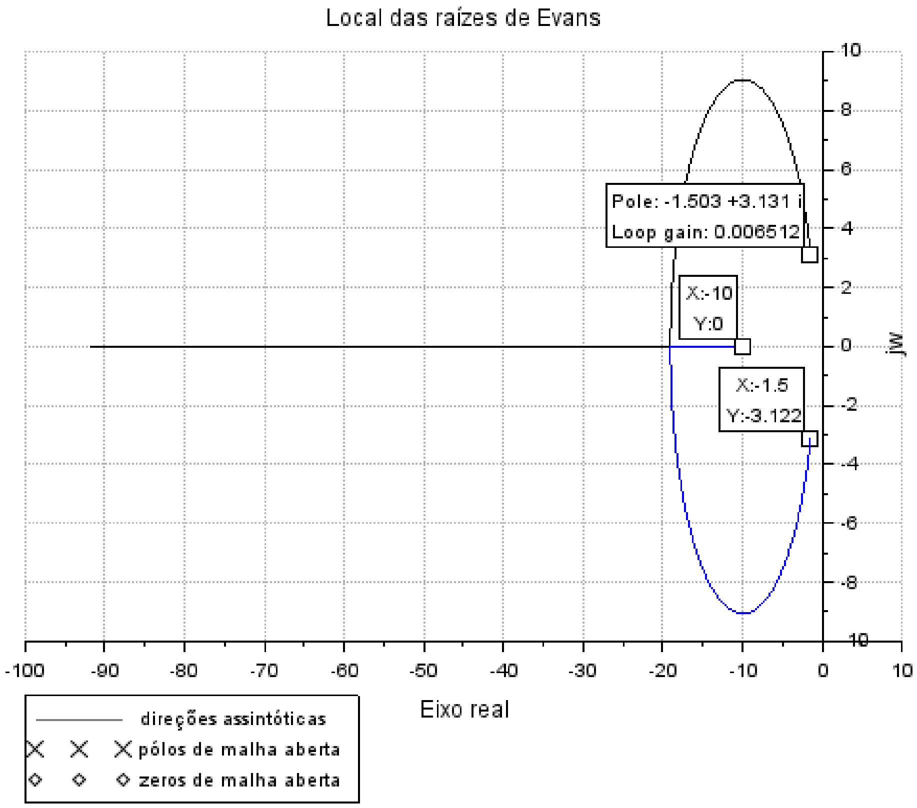
$$FTMF = \frac{s+10}{s^2+3s+12}$$

Para encontrar as raízes utilizei o seguinte algoritmo;

```
clc;
s = %s;
num = (s+10);
den = s^2+3*s+12;
G = syslin('c', num, den);
clf();
evans(G,100);
xgrid(36);
l = gca();
l.y_location = "origin";
l.y_label.text = "jw";

[Ki, s1] = kpure(G)
plot([real(s1) real(s1)], [imag(s1) -imag(s1)], 'sr')
```

Obtendo o seguinte resultado;



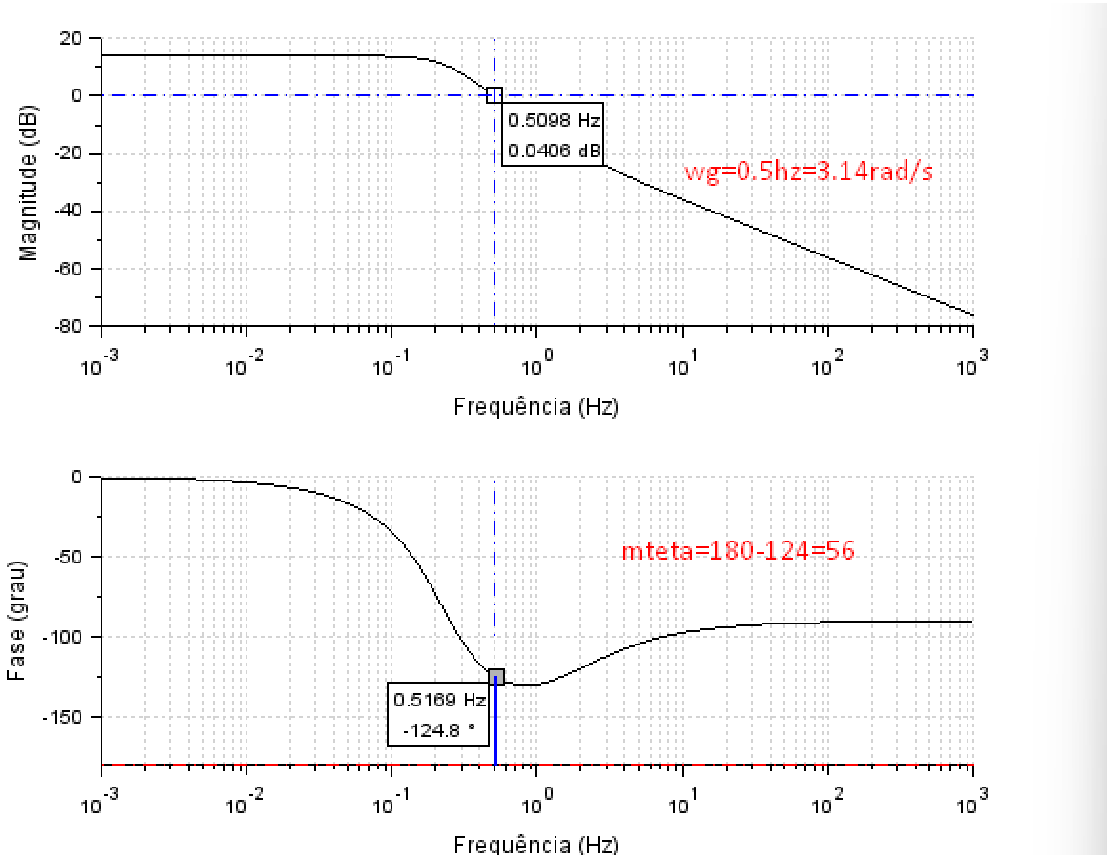
As primeiras conclusões são que os polos complexos NÃO são dominantes e assim, usaremos as margens de fase e ganho do Diagrama de Bode para encontrar os valores de sigma e ωn de um sistema de 2ª ordem que seja equivalente ao sistema não compensado.

Para o diagrama de bode utilizei o seguinte algoritmo.

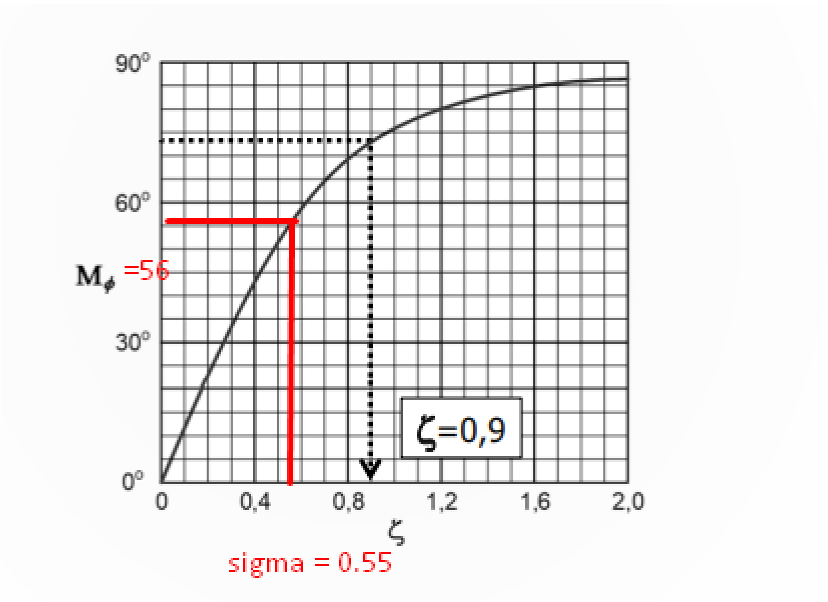
```
s=%s;
num = (s+10);
den = s^2+2*s+2;
FTMA= syslin('c', num, den);

[mf ,fg]=p_margin(FTMA)
```

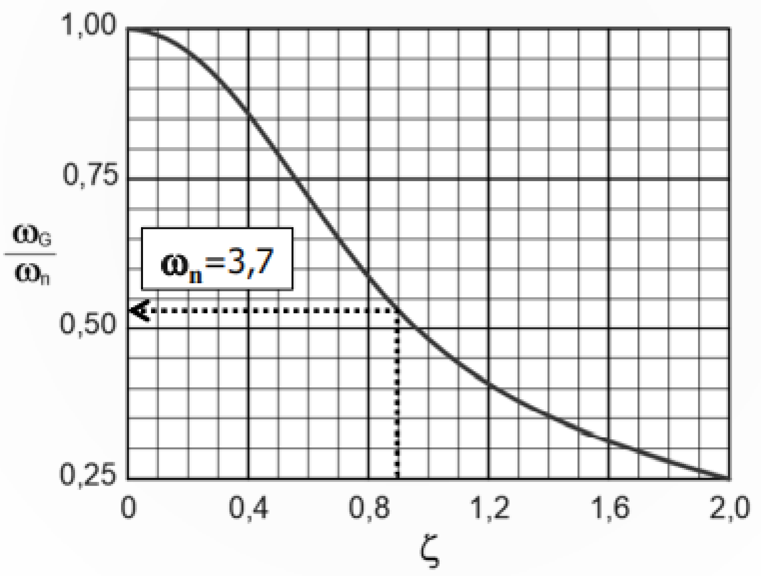
```
[mg,ff]=g_margin(FTMA)
show_margins(FTMA);
```



Como pode ser visto foi encontrado wg e mteta após descobrir qual é o mteta posso verificar qual o sigma usando a tabela abaixo.



Como o valor de sigma posso encontrar o valor de wn com a tabela e o calculo abaixo.



$$wg := 3,14$$
$$sigmanaocontrolado := 0,55$$
$$wn := \frac{wg}{sigmanaocontrolado} = 5,70909090909091$$

Portando com esse dados podemos verificar as cacarcteristicas do sistema original como o tempo de acomodação:

$$ts := \frac{3}{sigma \cdot wn}$$

$$ts := \frac{3}{0,55 \cdot 5,7} = 0,956937799043062$$

O erro em regime permanente à rampa unitária:

$$K_V = \lim_{s \to 0} sG(s)H(s)$$
$$kv := \frac{10}{2} = 5$$

$$e_{ss} = \frac{1}{K_V}$$
$$ess := \frac{1}{kv} = 0,2$$

Conclusão do sistema original.

1. Originalmente, o sistema era relativamente lento (tS(5%)= 0,95s);
2. Quase não apresentava sobressinal (ζ = 0,55);
3. O erro de regime era relativamente alto (eSS= 20%).

Agora, como sabemos os parâmetros que podem ser melhorados iremos ao projeto do compensador.

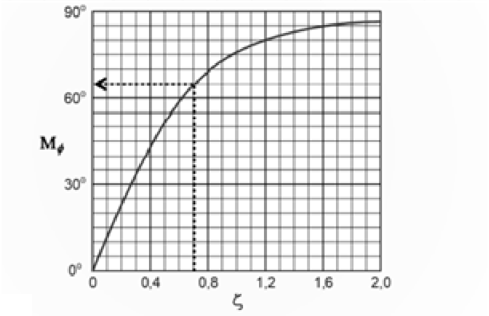
Usando Lugar das Raízes que proporcione as seguintes especificações:
ess(DEGRAU)= 5%; mteta= 65°; e ts(5%)= 500ms.

$ess := 0,05$

$ts := 0,005$

$mteta := 65 \quad sigma := 0,707$

conforme informado no grafico



$$kv := \frac{1}{ess} = 20$$

$$K_v = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s)H(s) =$$

Kv=(s+10)kc/s²+2s+2=10kc/2

Kv =20

$$kc := \frac{(20 \cdot 2)}{10} = 4$$

Utilizei o seguinte código para realizar os cálculos.

```
clc();
s= %s;
pi= %pi;
Kv= 20;
numG= (s+10);
denG= (s^2+2*s+2);
G= syslin('c',numG,denG); H= 1;
FTMF= G/.H;
 Kc= horner((Kp/(G*H)), 0);
//Kc= horner((Kv/(s*G*H)), 0);
 //Kv=s*[Kc.GH(0)];
disp(Kc, 'Kc= ');
omega= 5.7;
zeta= 0.707;
s1= -(zeta*omega)+((omega*(1-zeta^2)^0.5)*%i);
disp('alfaT [s]= ',s1);
[mS,tetaS]= polar(s1);
tetaS= real(tetaS);
Gs1= horner((G*H), s1); [mG,tetaG]=polar(Gs1);
tetaG= real(tetaG);
disp((180*tetaS/pi), 'tetaS= ',mS, 'mS= '); disp((180*tetaG/pi), 'tetaG= ',mG, 'mG= ');
Tz= real((sin(tetaS)-(Kc*mG*sin(tetaG-tetaS)))/(Kc*mG*mS*sin(tetaG))); Tp= real(-
((Kc*mG*sin(tetaS))+(sin(tetaG+tetaS)))/(mS*sin(tetaG))); disp(Tp,'Tp [s]= ',Tz,'Tz [s]= ');
```

```
numC= Kc*(Tz*s+1);
denC= (Tp*s+1);
Gc= syslin('c',numC,denC); FTMFc= (Gc*G)/.H;
figure(1);
clf(1);
t= 0:0.002:2; step=csim('step',t,FTMF); step2=csim('step',t,FTMFc); plot(t,step,'b-',t,step2,'m-'); xgrid(33);
figure(2); clf(2); evans(G*H,100); xgrid(33);
figure(3); clf(3); evans(Gc*G*H,100); xgrid(33);
```

Saída no console.

"Kc=3.8 "

"alfaT [s]=   -3.8885 + 3.8896745i"

"tetaS=   134.99135"

"mS=5.5 + 0.i "

"tetaG= 136.91461"

"mG=   0.3122055 + 0.i"

"Tp [s]= 0.0426997"

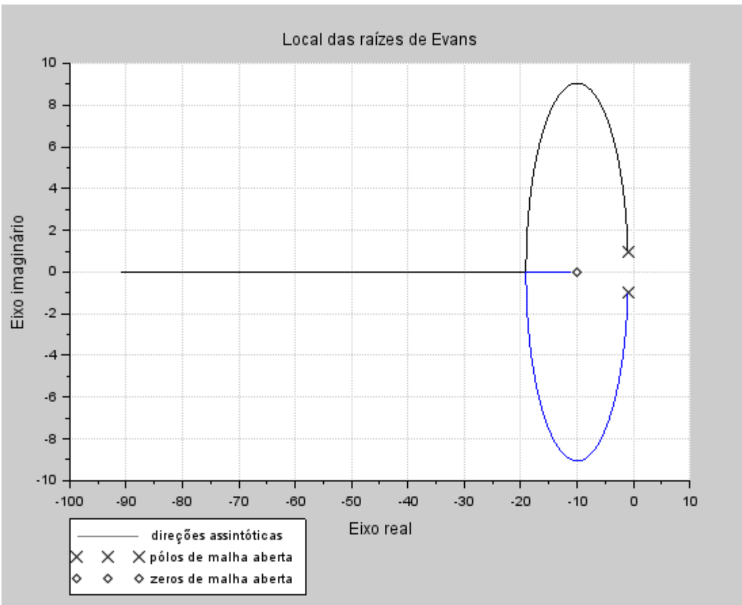
"Tz [s]= 0.1497343"

Portanto o compensador será;

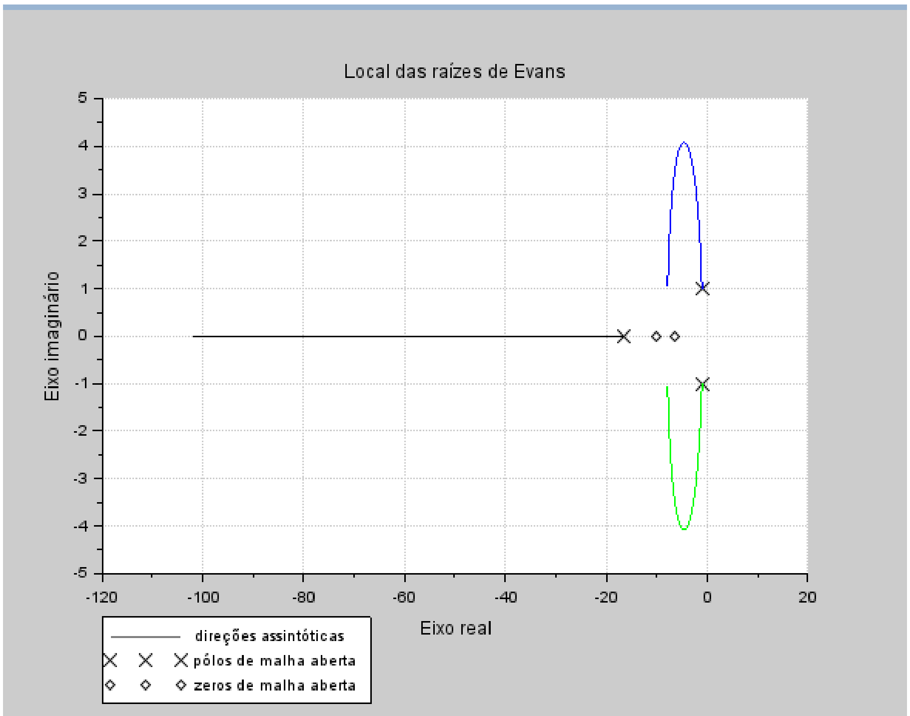
$$G_c(s) := 20 \cdot \frac{0,1497343 \cdot s + 1}{0,0426997 \cdot s + 1}$$

Resultados gráficos

Lugar das raízes original



Lugar das raízes compensado.

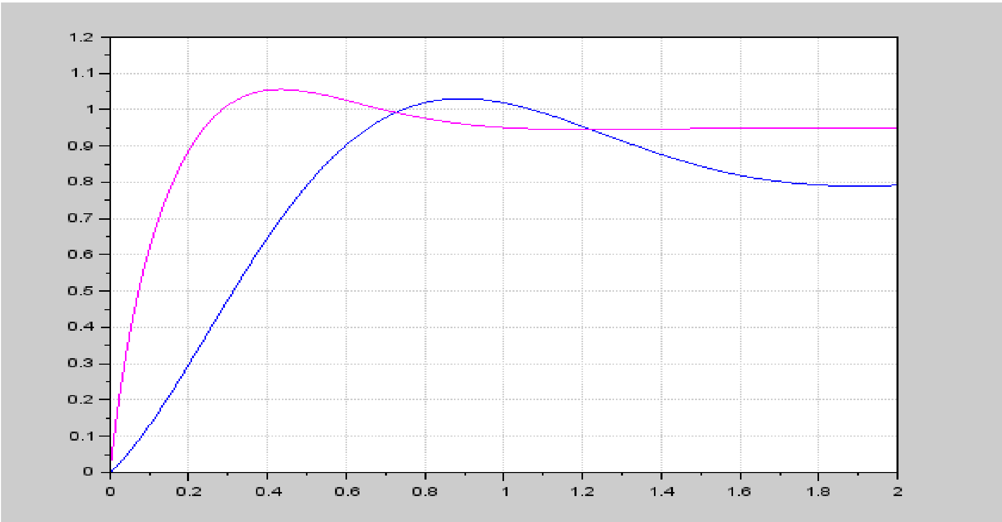


Conclusão do sistema controlado.

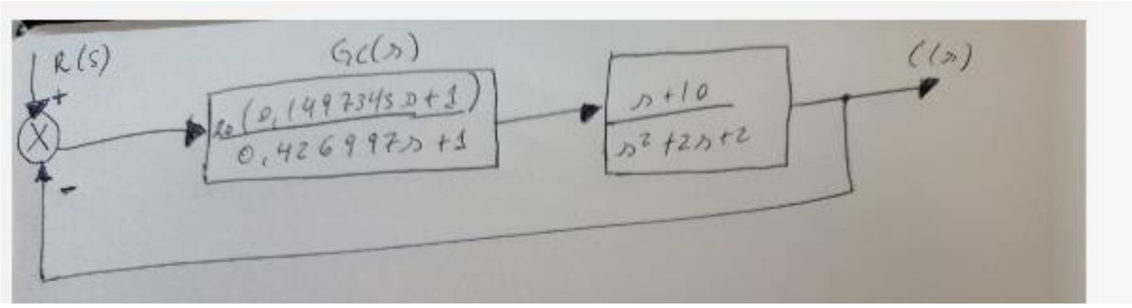
Analisando a resposta do sistema + compensador projetado:

Como podemos ver o compensador deixou o sistema muito mais rápido. No sistema original tinhas um (tS(5%)= 0,95s); muito lento em comparação ao sistema controlado que é de ts(5%)= 500ms. Também a mudança no erro de regime de 20% foi para 5% essa diferença é bem notória no grafico.

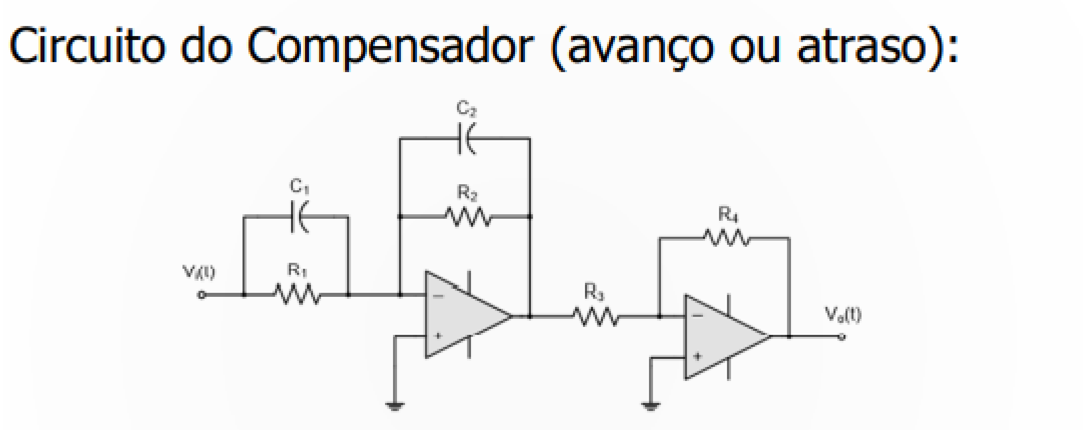
Entretanto o ζ original era de 0,55 e agora é de ζ = 0,707 o que representa pouca variação no sobre sinal o que é uma característica interessante. Segue resultado grafico. O azul é o sistema original.



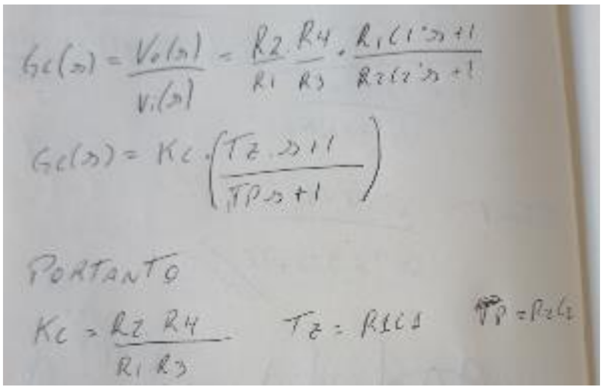
Para a planta do sistema compensada da imagem abaixo podemos calcular o circuito real a ser implementado.



O circuito que será utilizado será;



A função de transferência para o circuito compensador é;



$$G_c(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_1 \cdot R_3} \cdot \frac{R_1 C_1 s + 1}{R_2 C_2 s + 1}$$

$$G_c(s) = K_c \cdot \left(\frac{T_z \cdot s + 1}{T_p s + 1} \right)$$

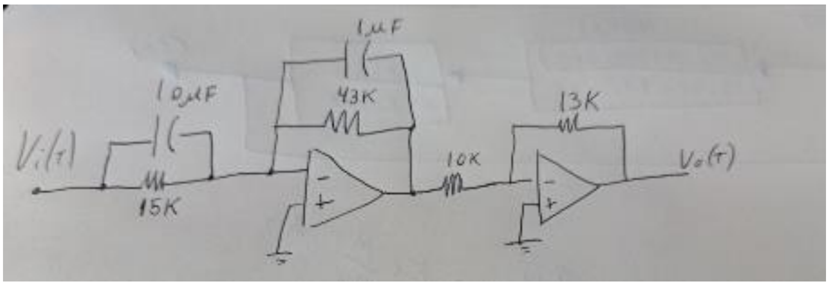
PORTANTO

$$K_c = \frac{R_2 R_4}{R_1 R_3} \qquad T_z = R_1 C_1 \qquad T_p = R_2 C_2$$

Cálculos dos componentes.

$$tp := 0{,}0426997$$
$$tz := 0{,}1497343$$
$$kc := 3{,}8$$
$$c1 := 0{,}00001$$
$$c2 := 0{,}000001$$
$$r1 := \frac{tz}{c1} = 14973{,}43$$
$$r2 := \frac{tp}{c2} = 42699{,}7$$
$$r3 := 10000$$
$$r4 := kc \cdot \frac{r1}{r2} \cdot r3 = 13325{,}3943236135$$

Trazendo os componentes para números comerciais fica, r1=15kohm, r2=43kohm e r4=13kohm. Como pode ser visto na imagem abaixo.



Portanto o compensador real que pode ser implementado nesse caso é;

$$tp := 0{,}0426997$$
$$tz := 0{,}1497343$$
$$kc := 3{,}8$$
$$c1 := 0{,}00001$$
$$c2 := 0{,}000001$$
$$r1 := 15000$$
$$r2 := 43000$$
$$r3 := 10000$$
$$r4 := 13000$$
$$aux1 := \frac{r2}{r1} \cdot \frac{r4}{r3} = 3{,}7266666666667$$
$$aux2 := r1 \cdot c1 = 0{,}15$$
$$aux3 := r2 \cdot c2 = 0{,}043$$
$$G_c(s) := aux1 \cdot \left(\frac{(aux2 \cdot s + 1)}{aux3 \cdot s + 1} \right)$$

$$Gc(s) = 3.73 * \frac{0.15 * s + 1}{0.043 * s + 1}$$