

SCM22108

Sistemas de Comunicação

Aula 10

Engenharia Eletrônica - IFSC
Florianópolis

Modulação Digital em Banda Passante - parte III

Modulação QPSK (offset de $\pi/4$)

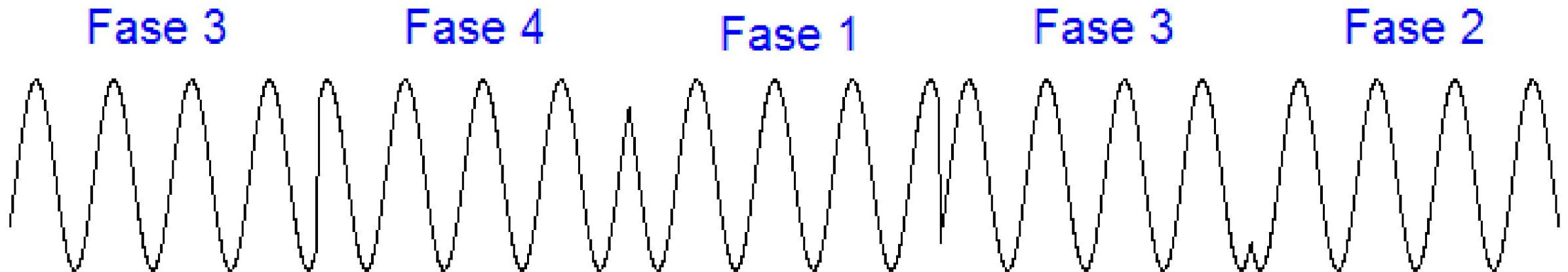
- ▶ Na modulação QPSK (4-PSK) os quatro símbolos de energia E são representados por quatro fases distintas de uma portadora de frequência f_c de acordo com a expressão:

$$s_i(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[2\pi f_c t + (2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] \\ 0 \text{ em caso contrário} \end{cases}, 0 \leq t \leq T$$

onde $i = 1, 2, 3, 4$ representa os símbolos possíveis

Modulação QPSK

- ▶ A figura a seguir ilustra um trecho de um sinal QPSK, no qual podem ser notadas as quatro diferentes fases citadas anteriormente. O conjunto de $k = \log_2 M = \log_2 4 = 2 \text{ bits}$ que cada símbolo representa pode ser, em princípio, qualquer e dependerá do mapeamento adotado pelo projetista do sistema



Funções-base para a modulação QPSK

- Aplicando a identidade trigonométrica $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ na expressão do sinal modulado, no intervalo T tem-se:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E}{T}} \sin \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] \sin(2\pi f_c t)$$

$$s_i(t) = \sqrt{E} \cos \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{E} \sin \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t)$$

Funções-base para a modulação QPSK

- Perceba nesta última expressão que ao reorganjarmos alguns termos fizemos aparecer uma forma de onda cossenoidal e outra senoidal com energias unitárias, as quais, por serem também ortogonais, podem ser caracterizadas como as funções-base da modulação QPSK. Então temos:

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t), 0 \leq t \leq T$$

e

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t), 0 \leq t \leq T$$

Constelação da modulação QPSK

- ▶ As constantes que multiplicam as funções-base a cada intervalo de símbolo são os coeficientes dos correspondentes vetores-sinais, ou seja, se $s_i(t) = s_{i1}\phi_1(t) + s_{i2}\phi_2(t)$, então podemos escrever:

$$s_i = \begin{bmatrix} s_{i1} \\ s_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{E} \cos[(2i - 1)(\pi/4)] \\ -\sqrt{E} \sin[(2i - 1)(\pi/4)] \end{bmatrix}$$

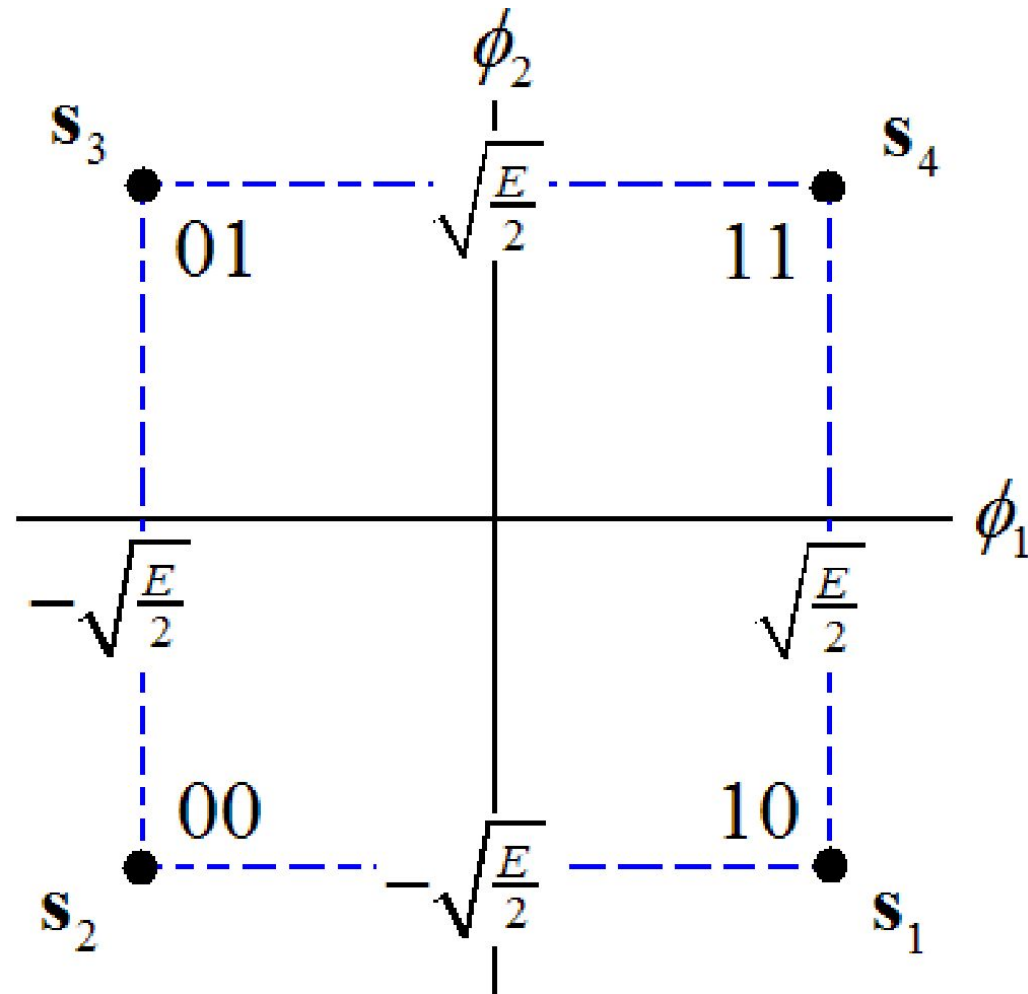
Constelação da modulação QPSK

► De onde obtemos:

$$s_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{E/2} \\ -\sqrt{E/2} \end{bmatrix} \quad s_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{E/2} \\ -\sqrt{E/2} \end{bmatrix} \quad s_3 = \begin{bmatrix} -\sqrt{E/2} \\ \sqrt{E/2} \end{bmatrix} \quad s_4 = \begin{bmatrix} \sqrt{E/2} \\ \sqrt{E/2} \end{bmatrix}$$

► Se associarmos as coordenadas positivas ao bit 1 e as coordenadas negativas ao bit 0 teremos a constelação dada na figura a seguir. Perceba que o mapeamento “símbolo/bit” está utilizando o código Gray em símbolos vizinhos mais próximos.

Constelação da modulação QPSK (offset em $\pi/4$)



Probabilidade de erro de símbolo e de bit para a modulação QPSK

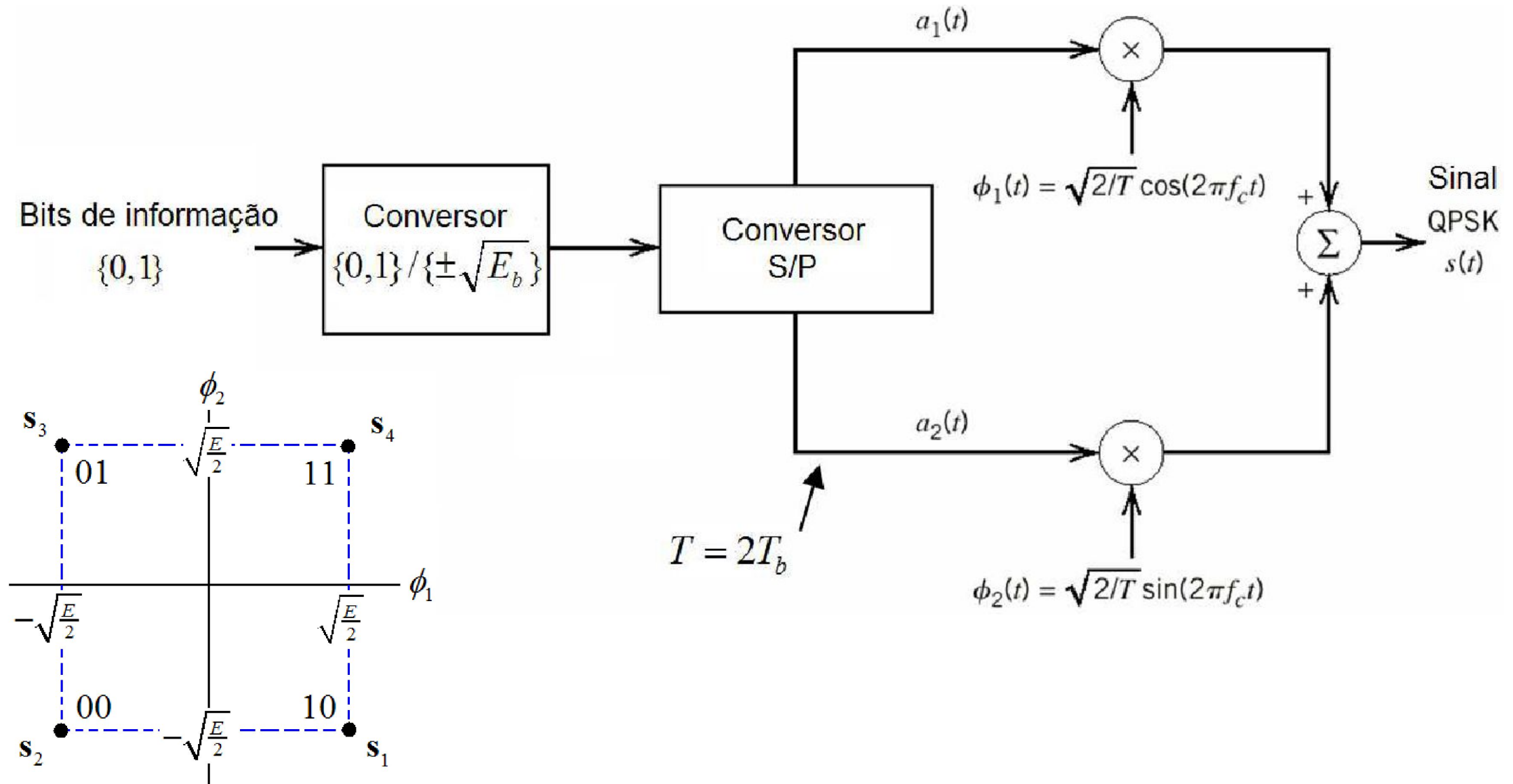
►

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

- Observe que o desempenho da modulação QPSK, em termos de eficiência de potência, é o mesmo da modulação BPSK.



Geração de um sinal QPSK

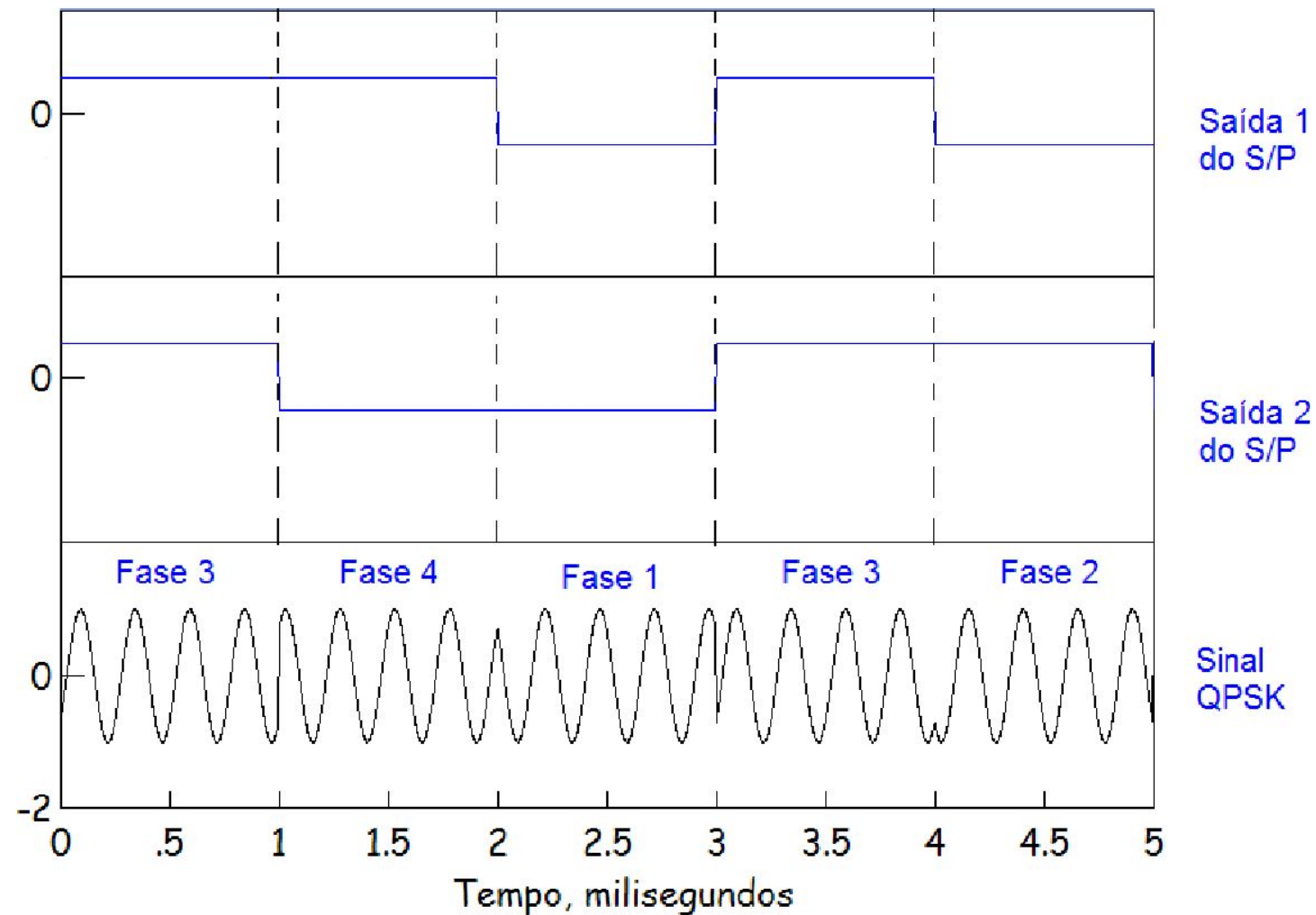




Geração de um sinal QPSK

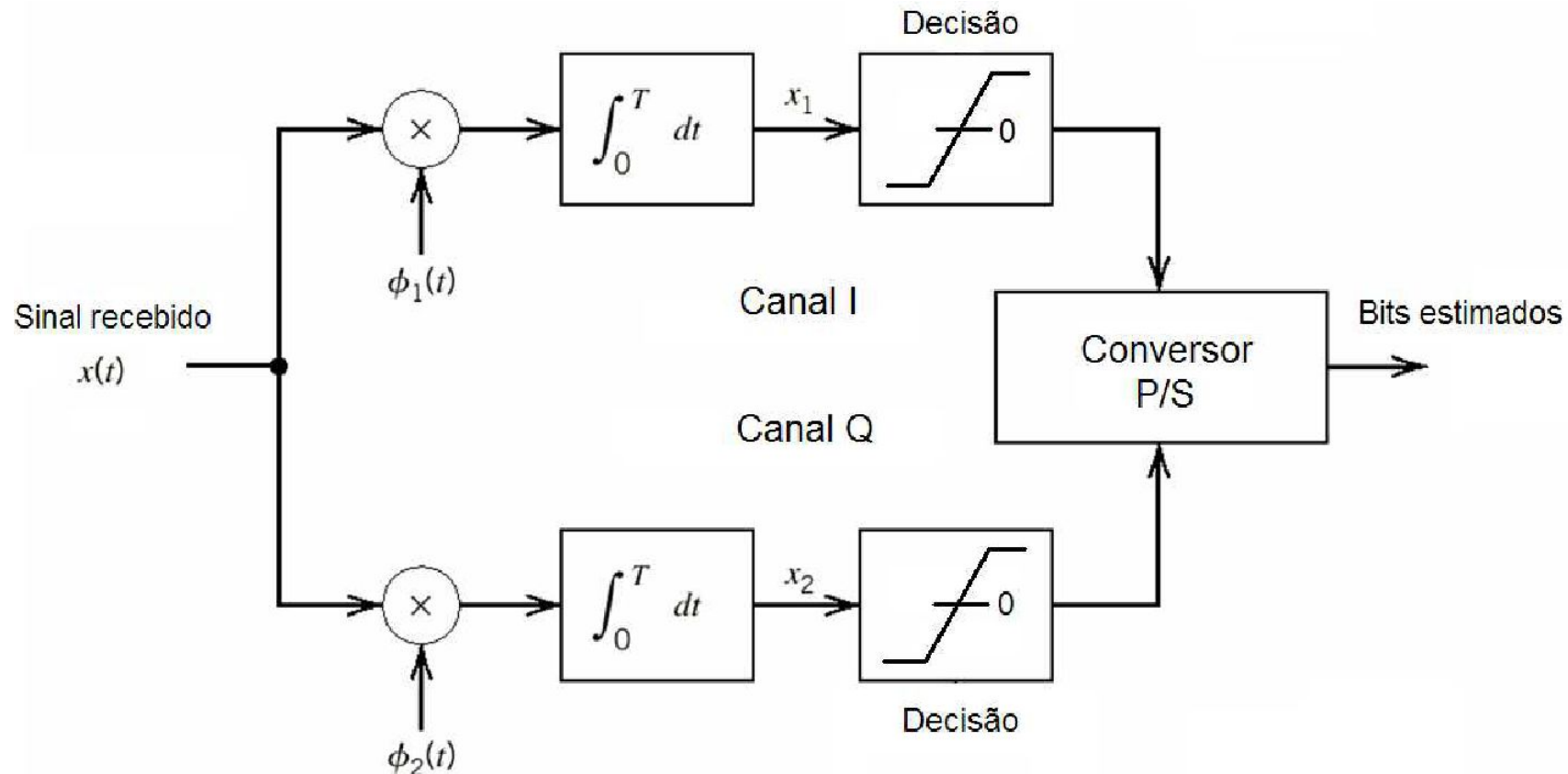
- ▶ No modulador QPSK em questão, a sequência de bits de informação é convertida para a forma bipolar e em seguida para a forma paralela (ou vice-versa), de tal sorte que cada par de bits (*dibit*) seja responsável pela geração de um dos símbolos. As formas de onda resultantes $a_1(t)$ e $a_2(t)$ modulam cada uma das funções-base. O sinal QPSK é gerado pela soma dos sinais modulados em cada um dos ramos do modulador

Geração de um sinal QPSK



Demodulação coerente QPSK

- O Demodulador QPSK será composto por dois demoduladores BPSK em paralelo.



Demodulação coerente QPSK

- ▶ Um dos demoduladores BPSK estimará a sequência de bits ímpares de informação e o outro estimará a sequência de bits pares de informação.
- ▶ Para termos a sequência de bits final estimada, basta que façamos uma multiplexação ou conversão paralelo/série (P/S) das saídas dos dois demoduladores BPSK componentes



DEP de um sinal QPSK

- Revisitando a primeira forma de representação do sinal modulado QPSK e comparando-a com a representação $s(t) = s_I(t) \cos(2\pi f_c t) - S_Q(t) \sin(2\pi f_c t)$, podemos notar que a componente em fase $s_I(t)$ e a componente em quadratura $s_Q(t)$, ou simplesmente sinais I e Q são:

$$s_I(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] = \pm \sqrt{\frac{E}{T}}$$

e

$$s_Q(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \sin \left[(2i - 1) \frac{\pi}{4} \right] = \pm \sqrt{\frac{E}{T}}$$



DEP de um sinal QPSK

- ▶ Ou seja, $s_I(t)$ e $s_Q(t)$ correspondem a sequências aleatórias binárias com formatos de pulso retangulares de duração T e amplitudes $\pm\sqrt{E/T}$.
- ▶ Como tais sequências estão sendo transportadas por portadoras ortogonais, a densidade espectral de potência (DEP) resultante será a soma das DEPs de $s_I(t)$ e de $s_Q(t)$

DEP de um sinal QPSK

- Então, a DEP do sinal QPSK equivalente em banda-base será:

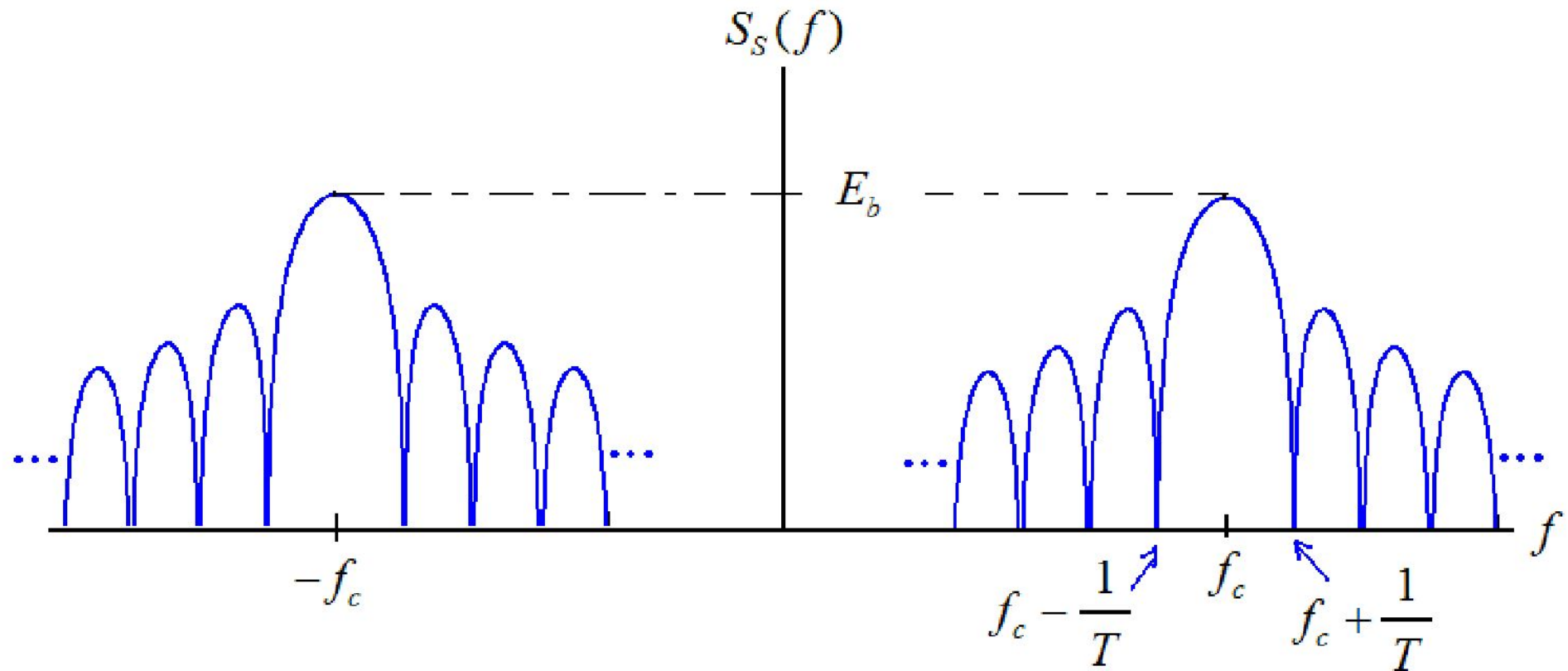
$$\begin{aligned} S_B(f) &= S_{BI}(f) + S_{BQ}(f) \\ S_B(f) &= \frac{|T\sqrt{E/T} \operatorname{sinc}(fT)|^2}{T} + \frac{|T\sqrt{E/T} \operatorname{sinc}(fT)|^2}{T} \\ &= 4E_b \operatorname{sinc}^2(2fT_b) \end{aligned}$$

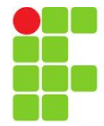
- e a DEP do sinal modulado QPSK será:

$$\begin{aligned} S_s(f) &= \frac{1}{4} [S_B(f - f_c) + S_B(f + f_c)] \\ &= E_b \operatorname{sinc}^2[2(f - f_c)T_b] + E_b \operatorname{sinc}^2[2(f + f_c)T_b] \end{aligned}$$



DEP de um sinal QPSK





Eficiência espectral da modulação QPSK

- Assim como fizemos na análise da modulação BPSK, se definirmos que a banda a ser ocupada pelo sinal modulado QPSK é a banda do lobo principal do espectro do sinal, então $B = 2/T$. Assim, a eficiência espectral será:

$$\rho = \frac{R_b}{B} = \frac{R_b}{2/T} = \frac{R_b}{2/2T_b} = \frac{R_b}{R_b} = 1 \text{ bit/s/Hz}$$

- Como exemplo, se quiséssemos transmitir informação a uma taxa de 1.000 bits/s, ocuparíamos uma banda de 1.000 Hz.

Eficiência espectral da modulação QPSK

- ▶ Note que o sinal QPSK ocupa a metade da banda ocupada pelo sinal BPSK, ou seja, a modulação QPSK tem o dobro da eficiência espectral da modulação BPSK.
- ▶ Entretanto, para uma dada relação E_b/N_0 a BER da sinalização QPSK é a mesma da sinalização BPSK, ou seja, estas modulações têm a mesma eficiência de potência.