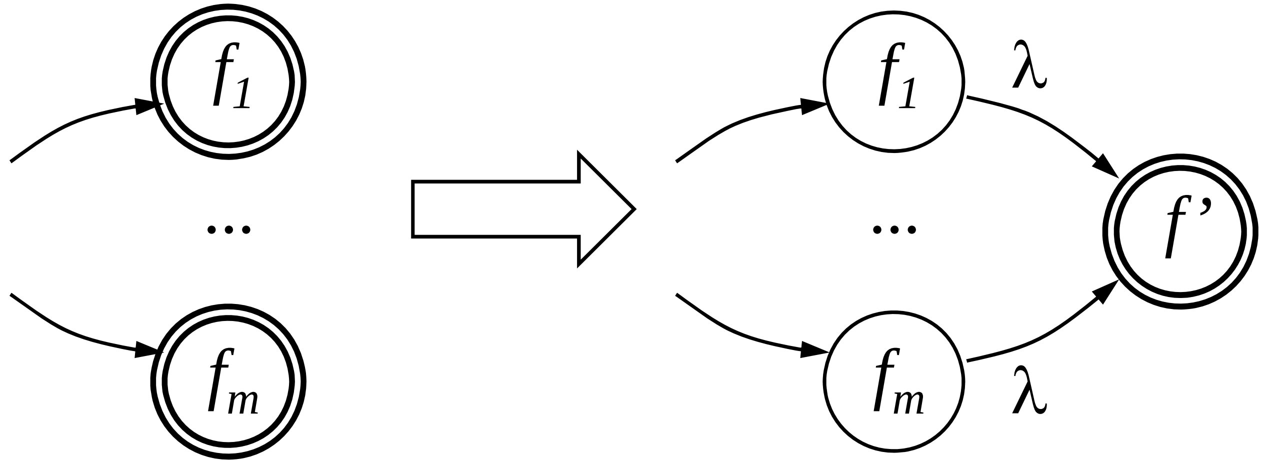
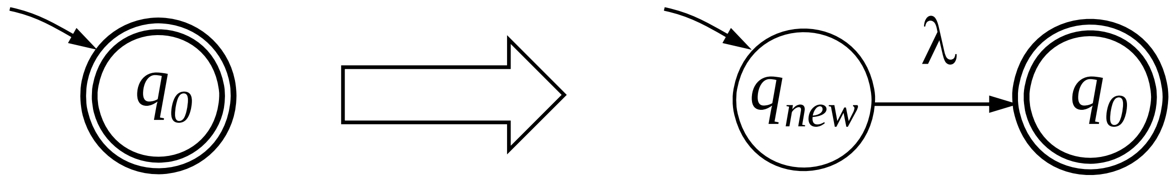
Demostración del teorema de análisis mediante grafos de transición generalizados

- Para $m \geq 1$ estados finales:
  1. Se crea un nuevo estado final f.
  2. Se añaden transiciones λ a f desde los antiguos estados finales
  3. Se quitan de F los antiguos estados finales

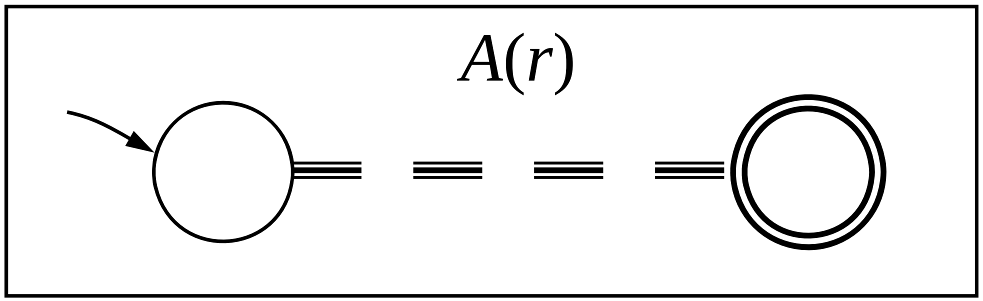


- Para $q_0 \in F$:
  1. Se crea un nuevo estado inicial q_{new}.
  2. Se añade una transición λ desde él a q_0.
  3. Y q_0 deja de ser inicial.



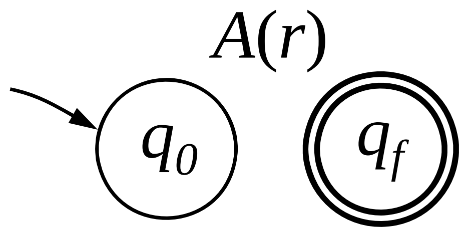
Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

- Se va a demostrar de forma constructiva proporcionando un algoritmo recursivo para la construcción de
  - Un autómata finito no determinista
  - Con sólo un estado final
  - Un estado inicial distinto del final
  - Que acepta el lenguaje de una expresión regular cualquiera r.
- El algoritmo sigue la definición recursiva de las expresiones regulares.
- Para describir el algoritmo se utilizará la siguiente notación.
  - $\forall r \in E_{\Sigma}$, $A(r)$ es el autómata finito no determinista tal que $L(A(r))=L(r)$ (construido, por ejemplo, con el algoritmo que se está especificando)
- Y la siguiente representación gráfica:
  - Ya que el autómata tiene sólo un estado final y un estado inicial distinto de él

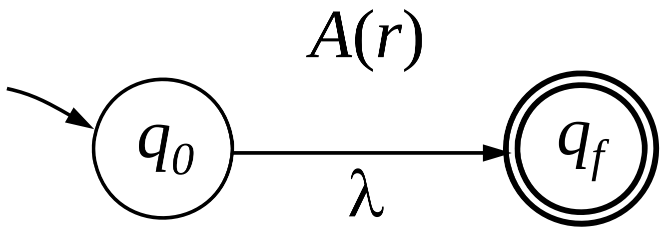


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

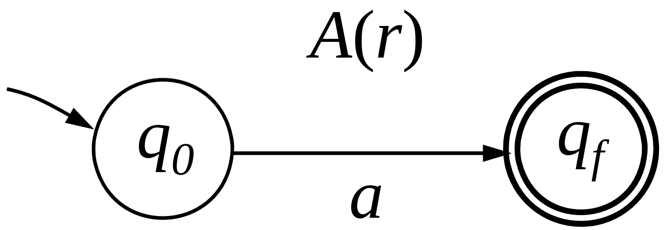
- Según los posibles valores de la expresión regular α
  1. Si $r=\Phi$



  2. Si $r=\lambda$

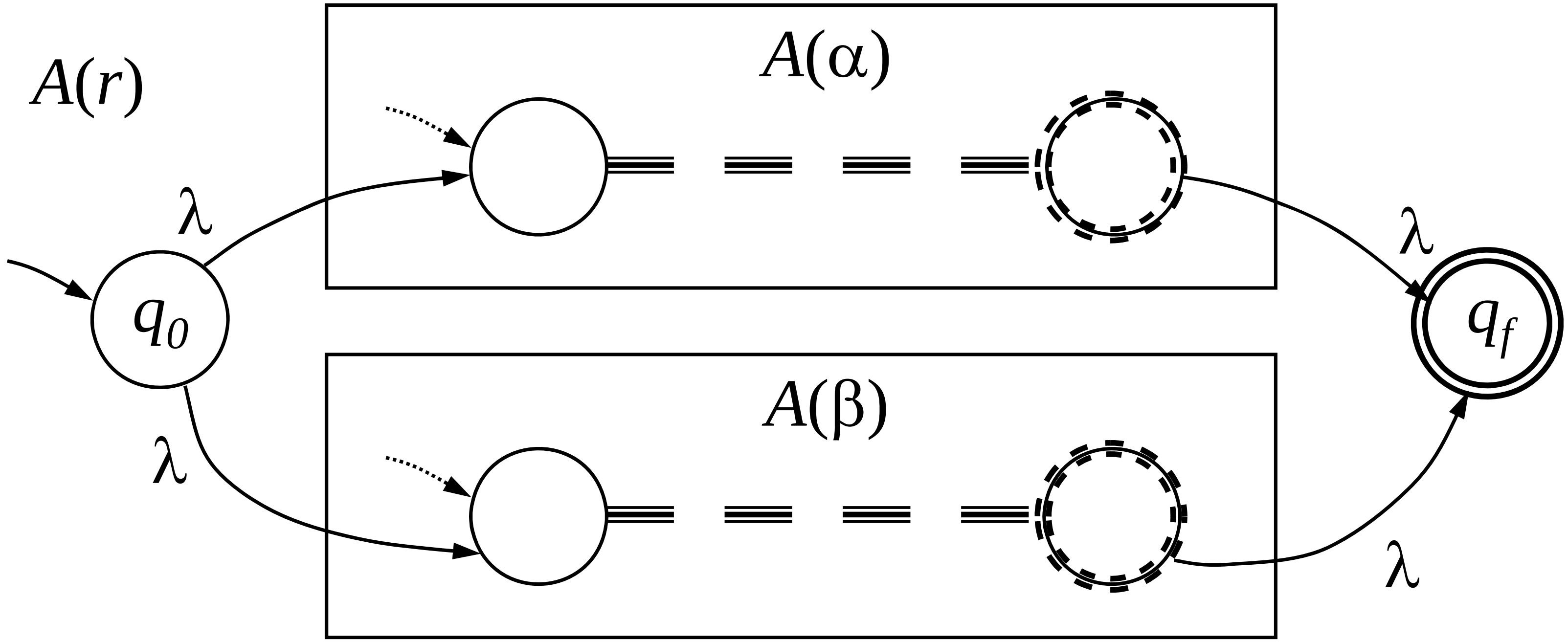


  3. Si $r=a,, a\in\Sigma$



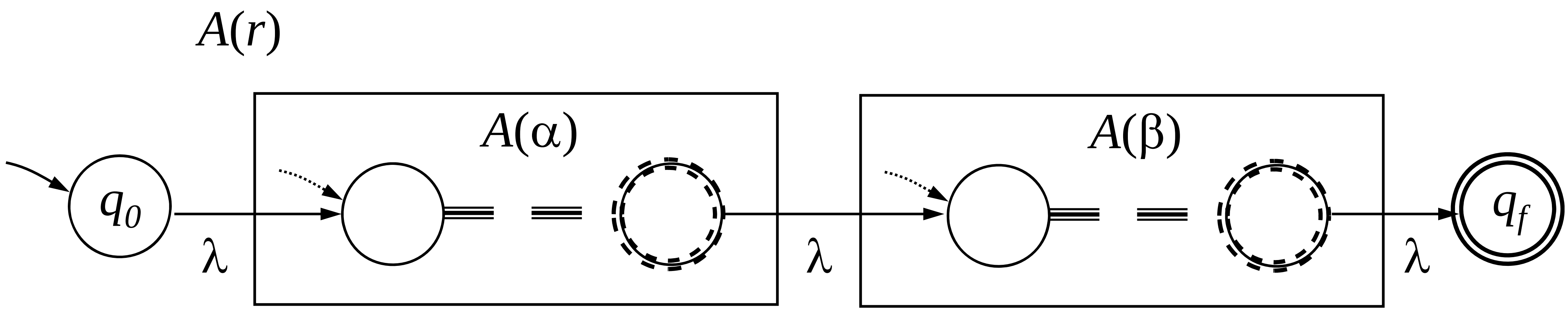
Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

4. Si $r = \alpha + \beta$,, α, $\beta \in E_\Sigma$ (se supone que q_0 y q_f son dos nombres nuevos de estados)



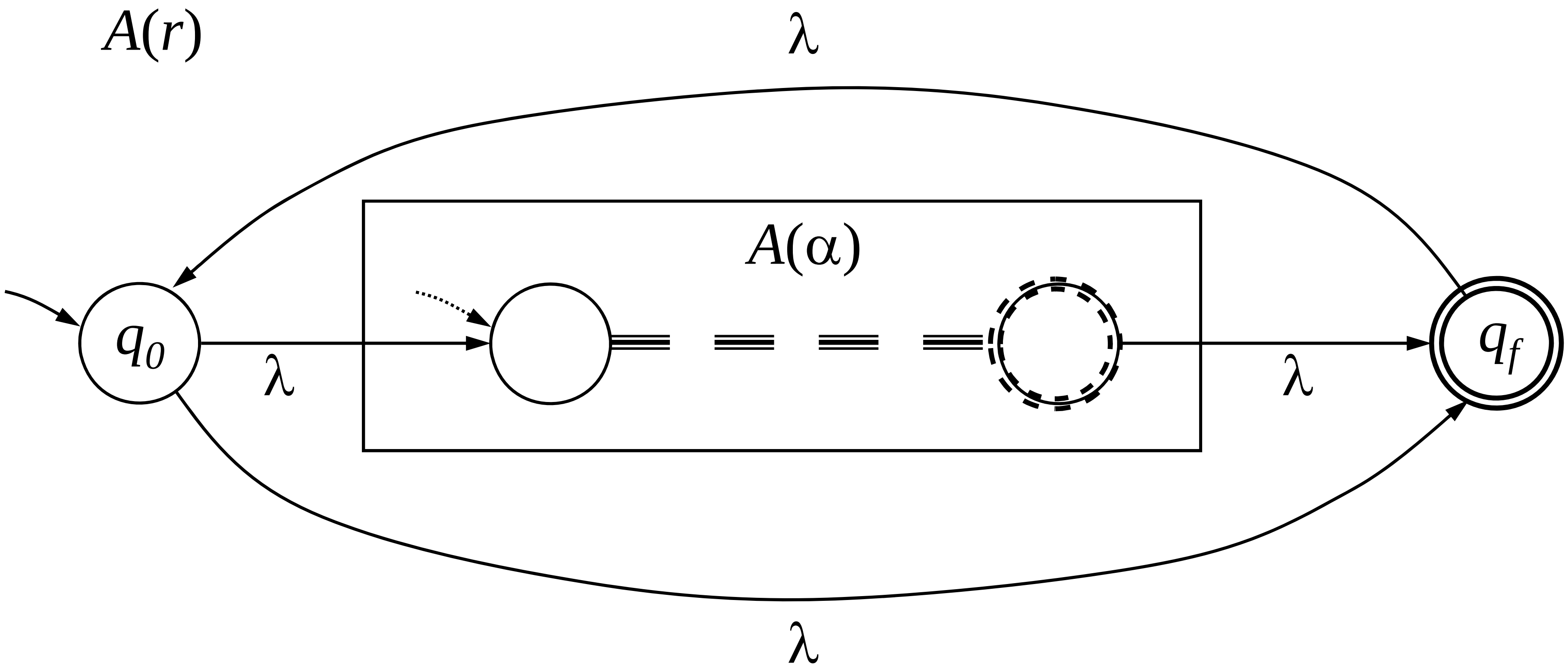
Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

4. Si $r = \alpha.\beta$,, α, $\beta \in E_\Sigma$ (se supone que q_0 y q_f son dos nombres nuevos de estados)



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), demostración

5. Si $r = \alpha^*$,, $\alpha \in E_\Sigma$



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), observaciones a la demostración

- Informalmente,
  - Resulta claro que en cada uno de los casos el nuevo autómata reconoce el lenguaje deseado.
  - Por otro lado, cualquier expresión regular tiene que construirse necesariamente mediante la aplicación un número finito de veces de alguno de los cinco casos anteriores (por el caso 6 de la definición de expresión regular)
- No se proporcionará una demostración formal detallada de la validez de este resultado.

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

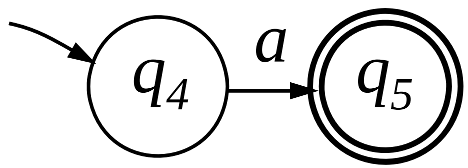
- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:

Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Del autómata para la expresión regular a:

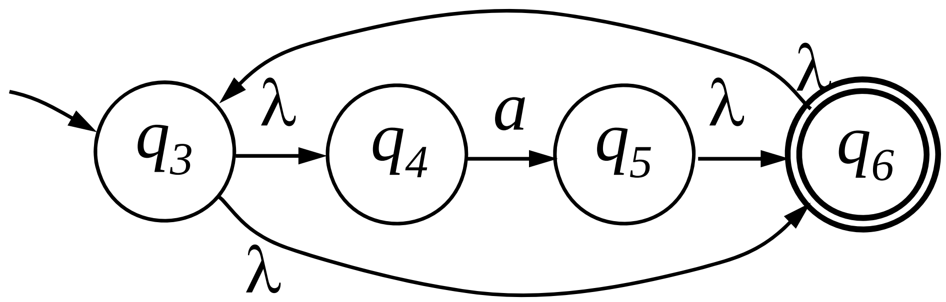


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Del autómata para la expresión regular a, puede obtenerse el de a^*.

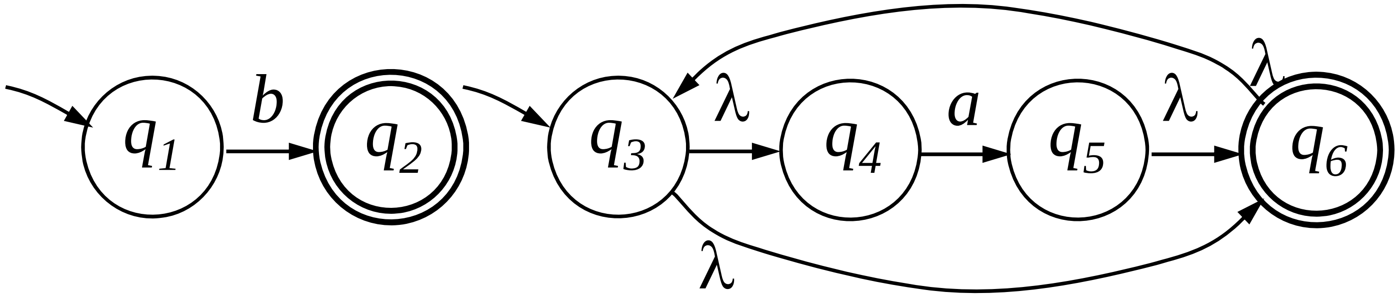


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Puede añadirse el autómata para la expresión regular b.

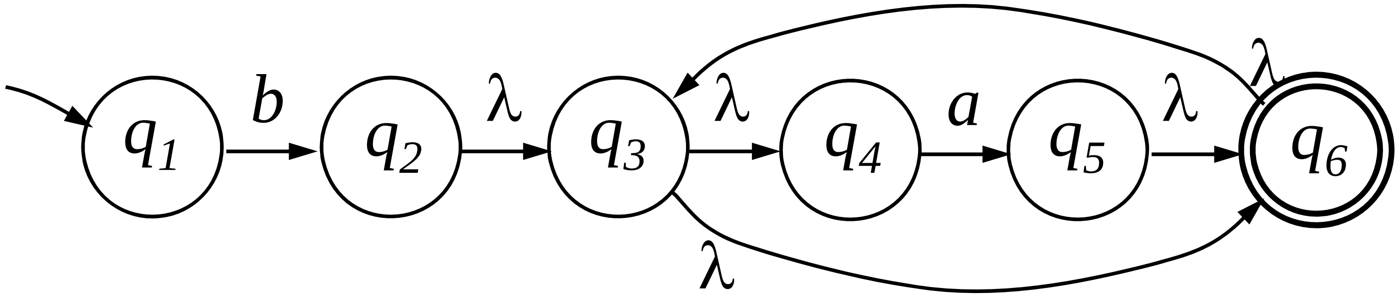


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Para obtener el de la expresión ba^*.

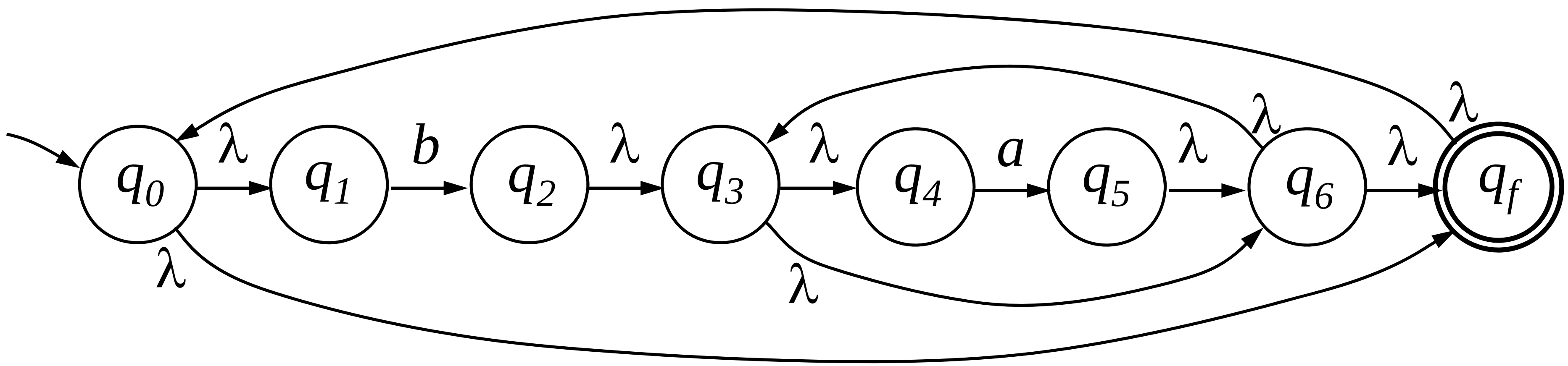


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Puede obtenerse un autómata finito no determinista mediante los siguientes pasos:
  - Y finalmente obtener el de la expresión completa.

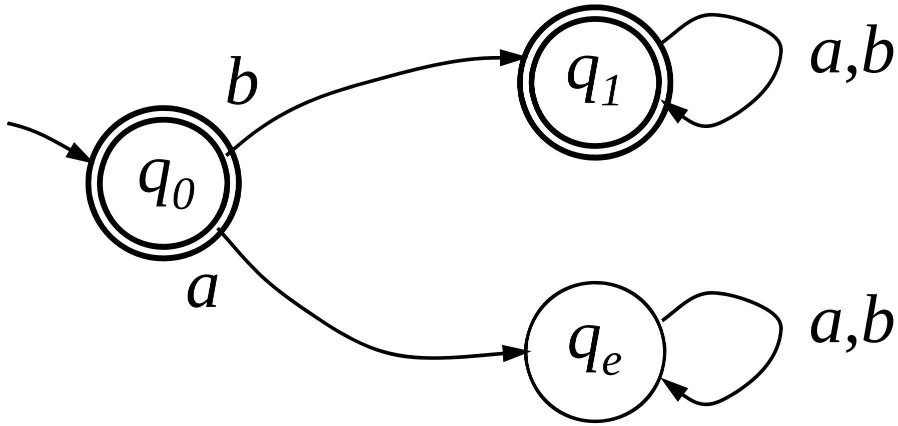


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 1

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(ba^*)^*$$

- Ya se han proporcionado algoritmos para obtener el autómata finito determinista equivalente a uno no determinista y para su minimización. Se deja como ejercicio comprobar que el siguiente es el autómata finito determinista mínimo equivalente a la expresión de partida.

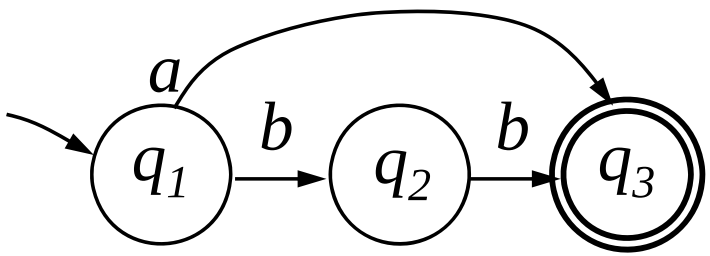


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* +\lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Se puede comenzar con el autómata de la expresión $a+bb$. Obsérvese que, para este, caso no es necesario aplicar todos los pasos del método.

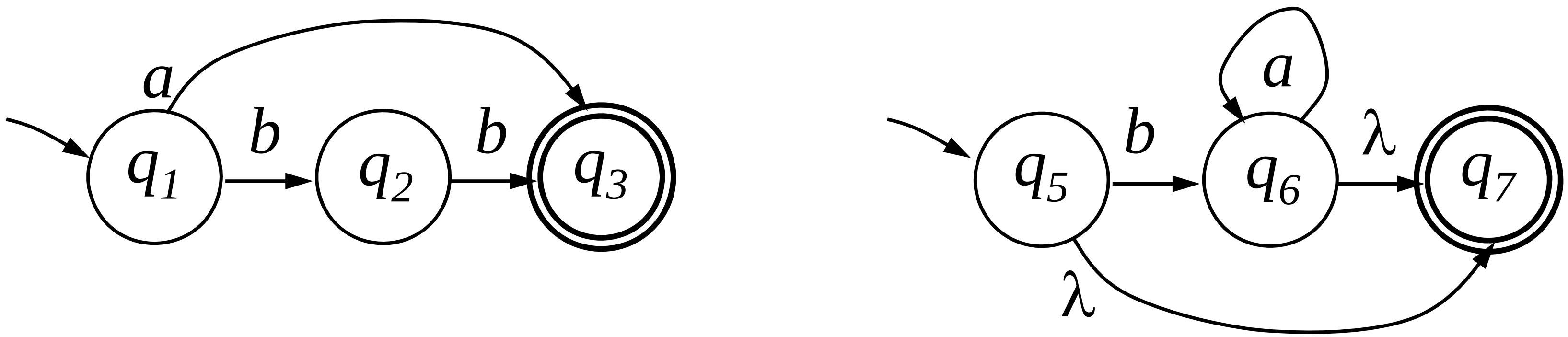


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Y con el de la expresión $ba^* + \lambda$.

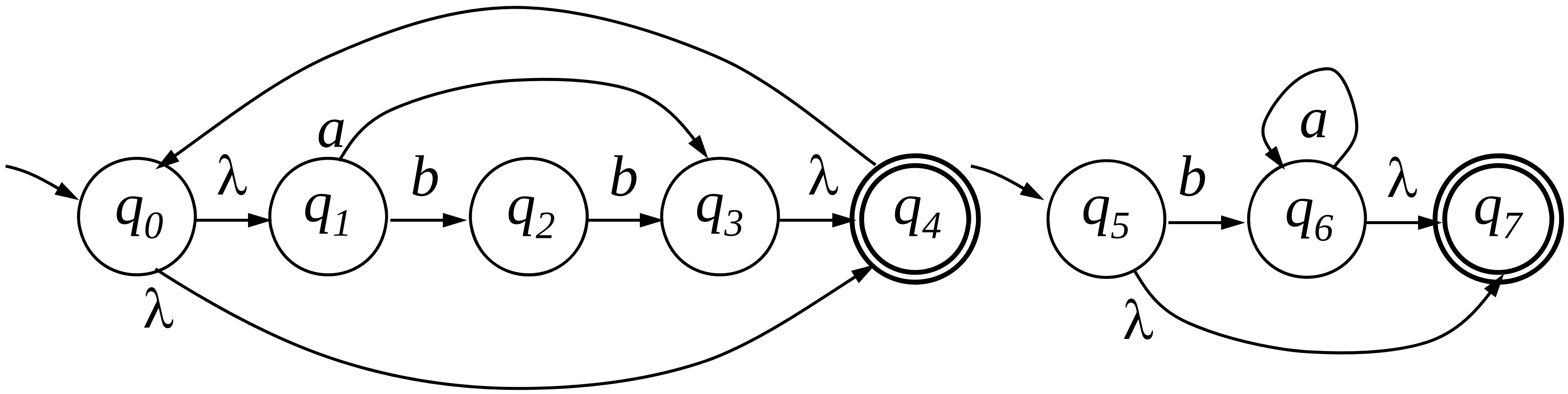


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Aplicar el método para obtener del primero el de la expresión $(a+bb)^*$.

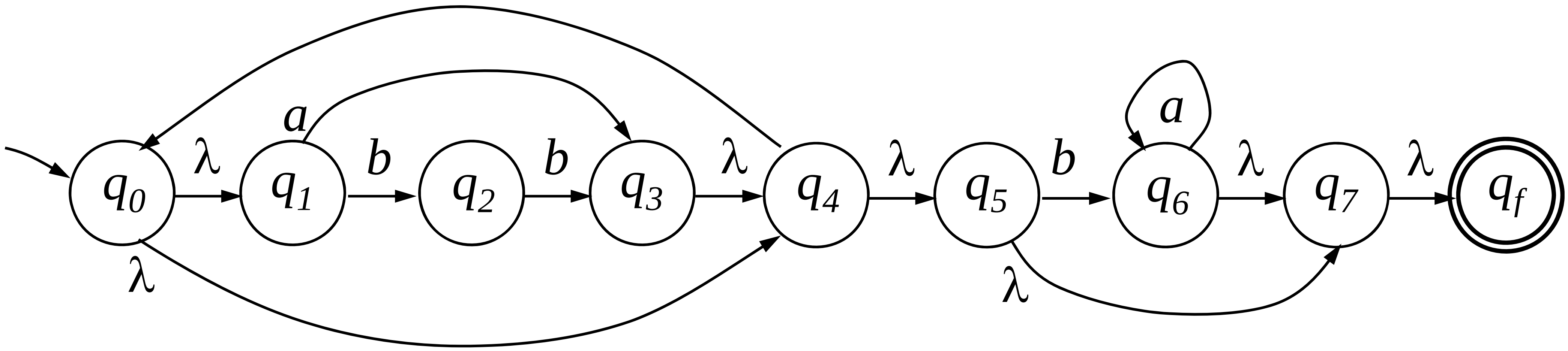


Problema de síntesis de Kleen: L(ER) $\subseteq$ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* + \lambda)$$

- Para obtener el autómata equivalente se pueden dar los siguientes pasos:
  - Y terminar con su concatenación.



Problema de síntesis de Kleen: L(ER) ⊆ L(AF), ejemplo 2

- Dada la siguiente expresión regular:

$$(a+bb)^*(ba^* +\lambda)$$

- Se deja como ejercicio comprobar que el siguiente autómata finito determinista es el mínimo que reconoce la expresión.