

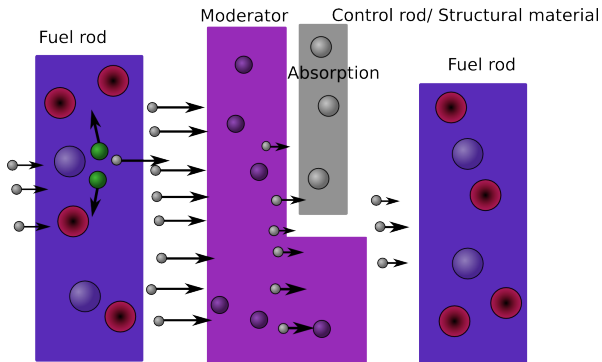
# Einführung in die Reaktorphysik

## Kernenergie Seminar WS 14/15

Martin Bieker

# Überblick

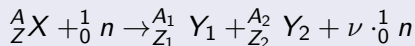
- Kernspaltung
- Neutronenphysik
- Vierfaktorformel
- Der Kritische Reaktor



[1]

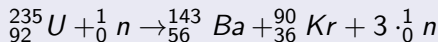
# Die stoßinduzierte Kernspaltung

## Die Allgemeine Reaktion



- $A = A_1 + A_2 + \nu - 1$
- $Z = Z_1 + Z_2$

## Ein Beispiel



# Reaktionsenergie der Kernspaltung

Erinnerung: Weizsäcker Massenformel & Masse Energie Äquivalenz

$$m(Z, A) = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \frac{E_B}{c^2}$$

$$E = mc^2$$

Für die Reaktionsenergie einer Kernreaktion gilt:

$$E_R = \Delta m \cdot c^2$$

mit dem Massendefekt:

$$\Delta m = m(\text{Edukte}) - m(\text{Produkte})$$

# Massenbilanz der Kernspaltung

## Vor der Reaktion

Teilchen	$\frac{Masse}{GeV}$
Uran-235	218.887
Neutron	0.940
Gesamt	219.827

## Nach der Reaktion

Teilchen	$\frac{Masse}{MeV}$
Barium-143	133.072
Krypton-90	83.740
3 Neutronen	$3 \cdot 0.940$
Gesamt	219.632

$$E_f = \Delta m = 195 \text{ MeV} \approx 200 \text{ MeV}$$

# Kernenergie vs. "Atomenergie"

Energiedichten von Uran im Vergleich zu konventionellen Energieträgern

- Berechnung der Energiedichte:

$$w = E_f \cdot \frac{N_A}{M_{U-235}} = 8.81 \times 10^{13} \text{ J kg}^{-1}$$

- Vergleich mit konventionellen Energieträgern:

Kohle:  $2.88 \times 10^4 \text{ J kg}^{-1}$

Erdöl:  $3.96 \times 10^4 \text{ J kg}^{-1}$



[4]

# Spaltstoffe

## Übersicht über verschiedene Spaltstoffe

### Natürliche Spaltstoffe:

- Uran-235 (0.7 % in natürlichem Uran)

### Erbrütete Spaltstoffe:

- Plutonium-239
- Plutonium-241
- Uran-233

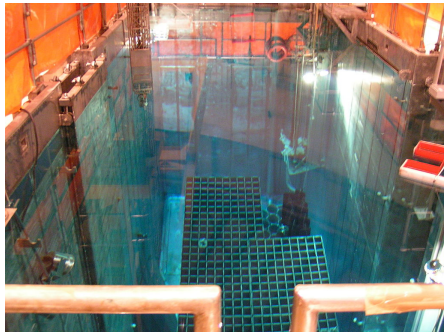


*Hochangereichertes  
Uranmetall (99 % U-235) [5]*

Die Brutstoffe werden durch Kernreaktionen im Reaktor erzeugt.

# Spaltprodukte

- Bei der Kernspaltung entstehen zwei Tochterkerne
  - Diese sind meist instabil und zerfallen weiter.
  - Auch nach Abschalten der Kettenreaktion entsteht Nachzerfallswärme
- Diese muss sicher abgeführt werden



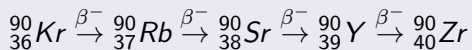
[6]



# Spaltprodukte

## Zerfallsketten

### Zerfallsreihe Krypton-90



# Neutronenemission

prompt und verzögert

- Neutronen werden mit einer Energie von durchschnittlich 2 MeV emittiert (schnelle Neutronen).
- 99.35 % aller Neutronen werden spontan (prompt) abgegeben.
- Diese entstehen innerhalb von  $1 \times 10^{-4}$  s nach der Kernspaltung.
- Die restlichen Neutronen entstehen durch Zerfälle der Spaltprodukte.
- Dies geschieht Sekunden bis Minuten nach der Kernspaltung
- Verzögerte Neutronen sind für die Reaktorsteuerung unverzichtbar.

# Neutronenfluss und Wirkungsquerschnitt

## Neutronenflussdichte

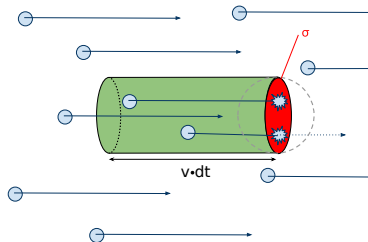
Energieabhängig:  $\Phi(E, \vec{r}) = \vec{v}(E, \vec{r}) \cdot \rho_n(E, \vec{r})$

Gesamtflussdichte:  $\Phi_{ges}(\vec{r}) = \int_0^{E_{max}} \Phi(E, \vec{r}) dE$

## Makroskopischer Wirkungsquerschnitt

$$\Sigma = \sigma \cdot N = \frac{m \cdot N_A}{M} \cdot \sigma$$

# Wirkungsquerschnitte und Reaktionsraten



[7]

## Reaktionsrate und Reaktorleistung

$$R = \sigma \cdot \rho_N \cdot v \cdot \rho_n = \phi \cdot \sigma \cdot \rho_N = \Phi \cdot \Sigma$$

$$P = E_f \cdot R = R \cdot \Phi \cdot \Sigma$$

# Energiespektren von Neutronen

- Viele Wechselwirkungen von Neutronen sind stark energieabhängig.
- Neutronen werden nach Energie unterschieden:
  - (schnelle) Spaltneutronen:  $10 \text{ keV} < E < 20 \text{ MeV}$
  - mittelschnelle Neutronen:  $0.5 \text{ eV} < E < 10 \text{ keV}$
  - epithermische Neutronen:  $E < 1 \text{ eV}$
  - thermische Neutronen:  $E < 100 \text{ meV}$

# Wechselwirkungen von Neutronen

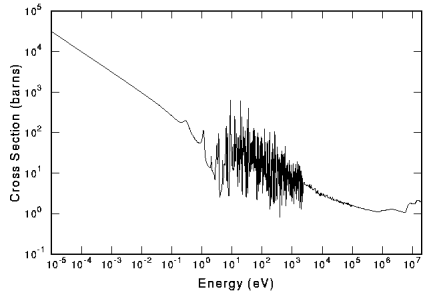
Neutronen wechselwirken mit der Materie im Reaktor auf verschiedene Arten:

- (stoßinduzierte) Kernspaltung
  - Streuung (elastisch / inelastisch)
  - $(2, 2n)$ -Reaktion
  - $(n, \alpha)$ -Reaktion
  - $(n, \gamma)$ -Reaktion
- } Parasitäre Absorption

# Kernspaltung

## Wirkungsquerschnitt

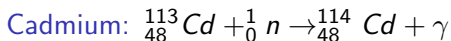
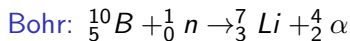
- Kernspaltung läuft bei niedrigen Energien (Thermische Neutronen) ab.
  - Neutronen, die bei Kernspaltungen entstehen, haben Energien von eV.
- Moderator benötigt



*Spaltquerschnitt von U-235 in  
Abhängigkeit von der Neutronenenergie  
[8]*

# Absorption von Neutronen

- Meist vom Typ  $(n, \gamma)$ -Reaktion
- Beispiele:

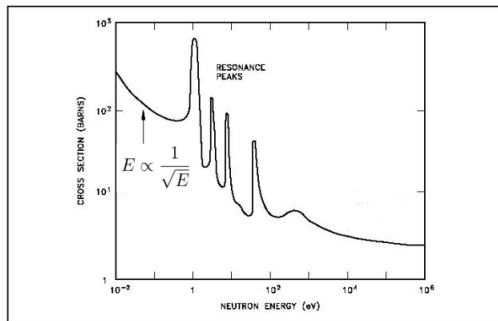


- Bei niedrigen Neutronenenergien:  $\sigma(E) \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$
- Stark erhöhter Wirkungsquerschnitt im Resonanzbereich
- Wichtig für die Steuerung des Reaktors  $\rightarrow$  Steuerstäbe

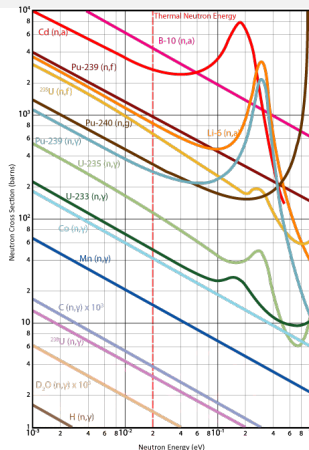


# Absorption von Neutronen

## Wirkungsquerschnitte



Allgemeiner Verlauf [9]

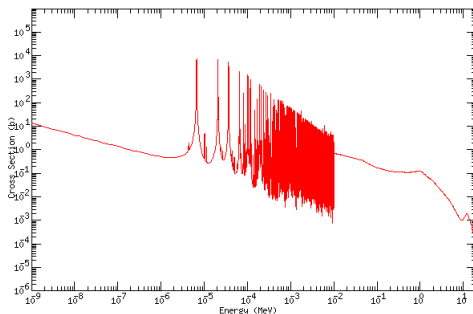


Für verschiedene  
Reaktormaterialien [10]

# Absorption von Neutronen

## Wirkungsquerschnitt für U-238

- Niedrig angereichertes Uran besteht zu 97 % aus U-238.
  - Abgebremste Spaltneutronen durchqueren den Resonanzbereich.
- Signifikante Neutronenverluste durch Resonanz



[11]

# Moderation

- Spaltneutronen haben Energien im MeV Bereich.
- Zum Erreichen günstiger Spaltquerschnitte müssen die Neutronen abgebremst werden.
- Dazu werden im Reaktor Moderatoren verwendet.
- Beispiele
  - Wasser
  - Graphit
- Abbremsung erfolgt vor Allem durch:
  - elastische Stöße
- Diese Vorgänge lassen sich mit klassischer Mechanik modellieren.

# Moderation

## Wichtige Größen

- Der relative Energieverlust pro Stoß ist konstant.
- Neue Größe  $\rightarrow$  Lethargie:

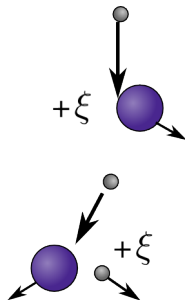
$$u = \ln \frac{E_0}{E}$$

- Mittlerer Lethargiegewinn pro Stoß:

$$\xi = 1 - \frac{(A-1)^2}{A} \cdot \ln \frac{A+1}{A-1}$$

- Anzahl der Stöße zum Abbremsen auf thermische Energien:

$$z = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E_{th}}$$



[12]

# Kettenreaktion

## Kriterium für Stabilität

- Reaktorsteuerung ist unabdingbar für die zivile Nutzung der Kernenergie
  - kontrollierte Kernspaltung
- Es muss für eine ausgeglichene Neutronenbilanz gesorgt werden.

$$\begin{aligned}\frac{d\rho_n}{dt} &= \nu \cdot \Sigma_f \cdot \Phi - \Sigma_f \cdot \Phi - \Sigma_a \cdot \Phi \\ &= \rho_n \cdot \nu \cdot [(\nu - 1) \Sigma_f - \Sigma_a] \\ &= C \cdot n\end{aligned}$$

# Kettenreaktion

## Kriterium für Stabilität

Fallunterscheidung:

$C > 0$ : überkritischer Reaktor

$C < 0$ : unterkritischer Reaktor

$C = 0$ : kritischer Reaktor

## Multiplikationsfaktor

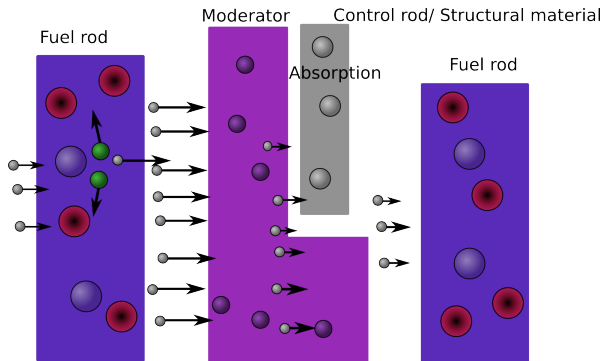
$$k = \frac{C}{\Sigma_a} + 1 = \sigma_f \cdot \frac{\nu - 1}{\Sigma_a}$$

Für  $k = 1$  ist der Reaktor *kritisch*.

# Vierfaktorformel

## Herleitung für unendliche Reaktoren

- unendlicher Reaktor  $\rightarrow$  kein Neutronenverlust nach außen.

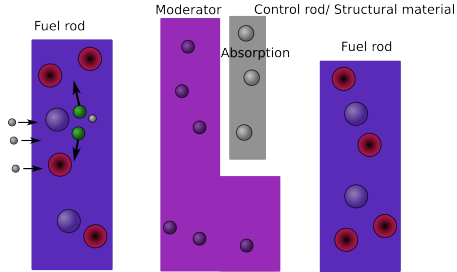


[13]

# Vierfaktorformel

## Herleitung für unendliche Reaktoren

- Beginn mit  $n$  thermischen Neutronen.
- Die Neutronen werden im Brennstoff absorbiert.



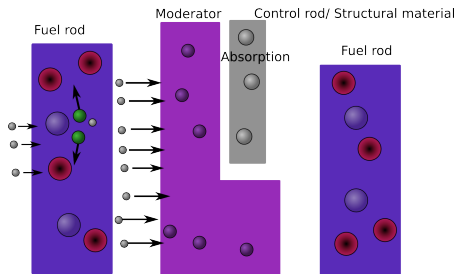
[13]



# Vierfaktorformel

## Herleitung für unendliche Reaktoren

- Im Brennstoff findet Kernspaltung und Absorption statt.
- Es entstehen  $n \cdot \eta$  schnelle Spaltneutronen.
- Durch schnelle Spaltung entstehen  $n \cdot \eta \cdot \epsilon$  Neutronen.

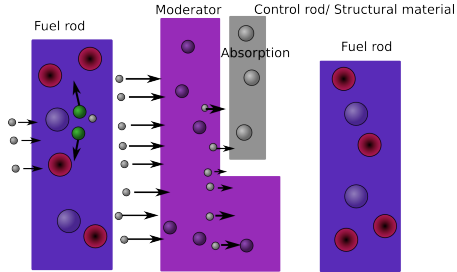


[13]

# Vierfaktorformel

## Herleitung für unendliche Reaktoren

- Neutronen werden im Moderator abgebremst.
- Dabei durchlaufen sie den Resonanzbereich des U-238
- Nach der Moderation sind  $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p$  thermische Neutronen vorhanden.

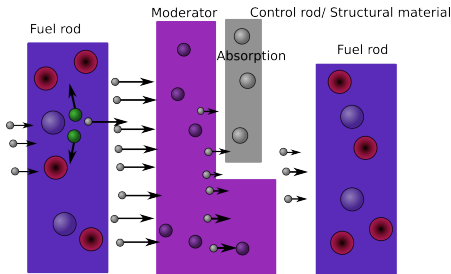


[13]

# Vierfaktorformel

## Herleitung für unendliche Reaktoren

- Ein Teil der Thermischen Neutronen werden im Moderator oder in Strukturmaterialien absorbiert.
- Es stehen  $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$  Neutronen für weitere Kernspaltungen zur Verfügung



[13]

# Vierfaktorformel

## Zusammenfassung für unendliche Reaktoren

Für eine stabile Kettenreaktion muss gelten:

$$n = n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \Leftrightarrow 1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$$

Es ergibt sich die

### Vierfaktorformel für unendliche Reaktoren

$$k_{\infty} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$$

$\eta$ : Neutronenausbeute

$\epsilon$ : Schnellspaltfaktor

$p$ : Resonanzentkommwahrscheinlichkeit

$f$ : Thermische Nutzung

# Vierfaktorformel

## Beschreibung der einzelnen Faktoren

- Neutronenausbeute:  $\eta = \nu \cdot \frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_a}$
- Schnellspaltfaktor:  

$$\epsilon = \frac{\text{Anzahl aller Kernspaltungen}}{\text{Anzahl Spaltungen durch thermische Neutronen}}$$
- Resonanzwahrscheinlichkeit:  

$$p = \frac{\text{Anzahl thermischer Neutronen}}{\text{Anzahl schneller Neutronen}}$$
- thermische Nutzung:  

$$p = \frac{\text{Absorption thermischer Neutronen im Brennstoff}}{\text{Absorption thermischer Neutronen insgesamt}}$$

# Vierfaktorformel

## Korrekturen für ausgedehnte Reaktoren

- Für endliche Reaktoren muss der Verlust von Neutronen aus dem Reaktor berücksichtigt werden.
- Es werden zwei weitere Faktoren eingeführt.

- Schneller Verbleibfaktor

$$W_{th} = \frac{\text{Anzahl der im Reaktor verbleibenden schnellen Neutronen}}{\text{Anzahl erzeugter schneller gewordenen Neutronen}}$$

- Thermischer Verbleibfaktor

$$W_{th} = \frac{\text{Anzahl der im Reaktor absorbierten thermischen Neutronen}}{\text{Anzahl der thermisch gewordenen Neutronen}}$$

## Vierfaktorformel für endliche Reaktoren

$$k = k_{\infty} \cdot W_s \cdot W_{th} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \cdot W_s \cdot W_{th}$$

# Der kritische Reaktor

## Kritikalität bezüglich verschiedener Neutronengruppen

Sei  $\beta$  der Beitrag der verzögerten Neutronen zum Multiplikationsfaktor:

unterkritisch ( $k < 1$ ): Die Kettenreaktion bricht ab.

verzögert kritisch ( $k = 1$ ): Die Leistung des Reaktors ist konstant und regelbar.

verzögert überkritisch ( $1 < k < 1 + \beta$ ): Die Leistung nimmt zu, der Reaktor bleibt regelbar.

prompt überkritisch ( $k > 1 + \beta$ ): Die Reaktorleistung nimmt unkontrollierbar zu.

# Abbildungs- und Quellenverzeichnis I

## Abbildungen

- 1 Eigene Bearbeitung von:  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermal\\_reactor\\_diagram.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermal_reactor_diagram.svg)
- 2 Entnommen am 03.04.14 aus:  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Albert\\_Einstein\\_Head\\_Cleaned\\_N\\_Cropped.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Albert_Einstein_Head_Cleaned_N_Cropped.jpg)
- 3 Entnommen am 03.11.14 aus:  
<https://www.uni-goettingen.de/admin/bilder/pictures/83c7175c61aec0cb4361db758616bc67.jpg>
- 4 Entnommen am 03.11.14 aus :  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coal\\_train\\_east\\_of\\_Bristol\\_Parkway\\_2006-05-03\\_01.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coal_train_east_of_Bristol_Parkway_2006-05-03_01.jpg)



# Abbildungs- und Quellenverzeichnis II

## Abbildungen

- 5 Entnommen am 03.11.14 aus:  
<http://commons.wikimedia.org/wiki/File:HEUranium.jpg>
- 6 Entnommen am 03.11.14 aus:  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Centrale\\_nucleare\\_di\\_Caorso\\_-\\_Piscina\\_Pila\\_Nucleare.jpg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Centrale_nucleare_di_Caorso_-_Piscina_Pila_Nucleare.jpg)
- 7 Entnommen am 04.11.14 und bearbeitet aus:  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiki\\_link\\_reaction\\_rate\\_XS.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wiki_link_reaction_rate_XS.svg)
- 8 Entnommen und Bearbeitet am 04.11.14 aus:  
<http://content.science20.com/files/images/u23520cross20section.gif>

# Abbildungs- und Quellenverzeichnis III

## Abbildungen

- 9 Entommen und bearbeitet am 03.11.14 aus:  
[http://knowledgepublications.com/doe/images/DOE\\_Nuclear\\_Typical\\_Neutron\\_Absorption.gif](http://knowledgepublications.com/doe/images/DOE_Nuclear_Typical_Neutron_Absorption.gif)
- 10 Entnommen am 04.11.14 aus: [http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/nuclear\\_materials/cross\\_section.php](http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/nuclear_materials/cross_section.php)
- 11 Entnommen am 03.11.14 aus:  
<http://atom.kaeri.re.kr/ton/nuc6.html>
- 12 Eigene Erstellung
- 13 Eigene Berarbeitung von:  
[http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermal\\_reactor\\_diagram.svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermal_reactor_diagram.svg)

# Abbildungs- und Quellenverzeichnis IV

## Quellen

- Univ. Prof. Dr.-Ing Kugeler: *Skript: Reaktortechnik I* ,  
Sept. 1994,  
RWTH Aachen