

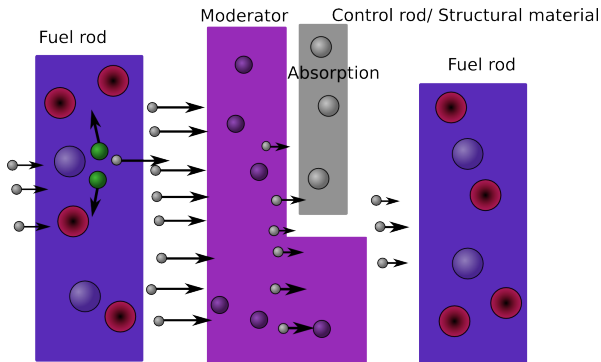
Einführung in die Reaktorphysik

Kernenergie Seminar WS 14/15

Martin Bieker

Überblick

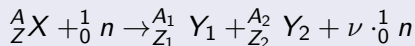
- Kernspaltung
- Neutronenphysik
- Vierfaktorformel
- Der Kritische Reaktor



[1]

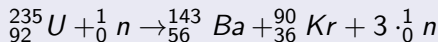
Die stoßinduzierte Kernspaltung

Die Allgemeine Reaktion



- $A = A_1 + A_2 + \nu - 1$
- $Z = Z_1 + Z_2$

Ein Beispiel



Reaktionsenergie der Kernspaltung

Erinnerung: Weizsäcker Massenformel & Masse Energie Äquivalenz

$$m(Z, A) = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \frac{E_B}{c^2}$$

$$E = mc^2$$

Für die Reaktionsenergie einer Kernreaktion gilt:

$$E_f = \Delta m \cdot c^2$$

mit dem Massendefekt:

$$\Delta m = m(\text{Edukte}) - m(\text{Produkte})$$

Massenbilanz der Kernspaltung

Vor der Reaktion

Teilchen	$\frac{Masse}{GeV}$
Uran-235	218.887
Neutron	0.940
Gesamt	219.827

Nach der Reaktion

Teilchen	$\frac{Masse}{MeV}$
Barium-143	133.072
Krypton-90	83.740
3 Neutronen	$3 \cdot 0.940$
Gesamt	219.632

$$E_f = \Delta m = 195 \text{ MeV} \approx 200 \text{ MeV}$$

Kernenergie vs. "Atomenergie"

Energiedichten von Uran im Vergleich zu konventionellen Energieträgern

- Berechnung der Energiedichte:

$$w = E_f \cdot \frac{N_A}{M_{U-235}} = 8.81 \times 10^{13} \text{ J kg}^{-1}$$

- Vergleich mit konventionellen Energieträgern:

Kohle: $2.88 \times 10^4 \text{ J kg}^{-1}$

Erdöl: $3.96 \times 10^4 \text{ J kg}^{-1}$



[2]

Spaltstoffe

Übersicht über verschiedene Spaltstoffe

Natürliche Spaltstoffe:

- Uran-235 (0.7 % in natürlichem Uran)

Erbrütete Spaltstoffe:

- Plutonium-239
- Plutonium-241
- Uran-233

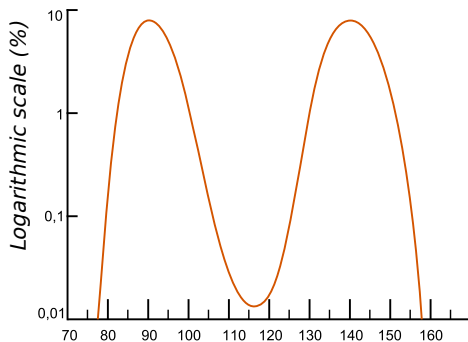


*Hochangereichertes
Uranmetall (99 % U-235) [3]*

Die Brutstoffe werden durch Kernreaktionen im Reaktor erzeugt.

Spaltprodukte

- Bei der Kernspaltung entstehen zwei Tochterkerne
 - Diese sind meist instabil und zerfallen weiter.
 - Auch nach Abschalten der Kettenreaktion entsteht Nachzerfallswärme
- Diese muss sicher abgeführt werden



Distribution of Uranium-235 fission products (A)

[4]

Spaltprodukte

Zerfallsketten

Krypton-90

$\beta^- \downarrow T_{1/2} = 32 \text{ s}$

Rubidium-90

$\beta^- \downarrow T_{1/2} = 2.6 \text{ min}$

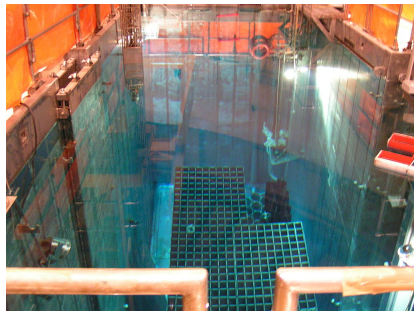
Strontium-90

$\beta^- \downarrow T_{1/2} = 28.9 \text{ a}$

Yttrium-90

$\beta^- \downarrow T_{1/2} = 2.6 \text{ d}$

Zirkonium-90



[5]

Neutronenemission

prompt und verzögert

- Neutronen werden mit einer Energie von durchschnittlich 2 MeV emittiert (schnelle Neutronen).
- 99.35 % aller Neutronen werden spontan (prompt) abgegeben.
- Diese entstehen innerhalb von 1×10^{-4} s nach der Kernspaltung.
- Die restlichen Neutronen entstehen durch Zerfälle der Spaltprodukte.
- Dies geschieht Sekunden bis Minuten nach der Kernspaltung
- Verzögerte Neutronen sind für die Reaktorsteuerung unverzichtbar.

Neutronenfluss und Wirkungsquerschnitt

Neutronenflussdichte

Energieabhängig: $\Phi(E, \vec{r}) = \vec{v}(E, \vec{r}) \cdot \rho_n(E, \vec{r})$

Gesamtflussdichte: $\Phi_{ges}(\vec{r}) = \int_0^{E_{max}} \Phi(E, \vec{r}) dE$

Makroskopischer Wirkungsquerschnitt

$$\Sigma = \sigma \cdot N = \frac{m \cdot N_A}{M} \cdot \sigma$$

Reaktionsraten und Reaktorleistung

Reaktionsrate

$$R = \Phi \cdot \sigma \cdot \rho_N = \Phi \cdot \Sigma$$

Φ : Neutronenfluss

σ : mikroskopischer Wirkungsquerschnitt

ρ_N : Targetdichte

Reaktorleistung

$$P = E_f \cdot R = R \cdot \Phi \cdot \Sigma$$

Energiespektren von Neutronen

- Viele Wechselwirkungen von Neutronen sind stark energieabhängig.
- Neutronen werden nach Energie unterschieden:
 - (schnelle) Spaltneutronen: $10 \text{ keV} < E < 20 \text{ MeV}$
 - mittelschnelle Neutronen: $0.5 \text{ eV} < E < 10 \text{ keV}$
 - epithermische Neutronen: $E < 1 \text{ eV}$
 - thermische Neutronen: $E < 100 \text{ meV}$

Wechselwirkungen von Neutronen

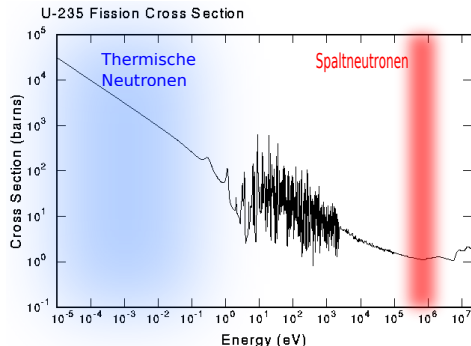
Neutronen wechselwirken mit der Materie im Reaktor auf verschiedene Arten:

- (stoßinduzierte) Kernspaltung
 - Streuung (elastisch / inelastisch)
 - $X + {}^1_0 n \rightarrow Y + 2 \cdot {}^1_0 n$
 - $X + {}^1_0 n \rightarrow Y + {}^4_2 \alpha$
 - $X + {}^1_0 n \rightarrow Y + \gamma$
- } Parasitäre Absorption

Kernspaltung

Wirkungsquerschnitt

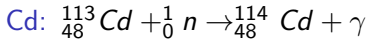
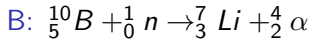
- Kernspaltung läuft bei niedrigen Energien (Thermische Neutronen) ab.
 - Neutronen, die bei Kernspaltungen entstehen, haben Energien von eV.
- Moderator benötigt



*Spaltquerschnitt von U-235 in
Abhängigkeit von der Neutronenenergie
[6]*

Absorption von Neutronen

■ Beispiele:

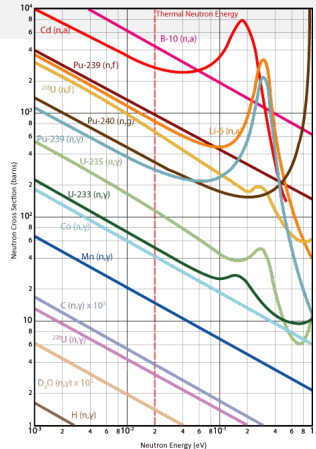


■ Bei niedrigen Neutronenenergien:

$$\sigma(E) \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$$

■ Stark erhöhter Wirkungsquerschnitt im Resonanzbereich

■ Wichtig für die Steuerung des Reaktors → Steuerstäbe

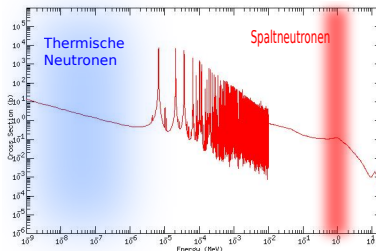


*Wirkungsquerschnitte für
verschiedene
Reaktormaterialien [7]*

Absorption von Neutronen

Wirkungsquerschnitt für U-238

- Niedrig angereichertes Uran besteht zu 97 % aus U-238.
 - Abgebremste Spaltneutronen durchqueren den Resonanzbereich.
- Signifikante Neutronenverluste durch Resonanz



[8]

Moderation

- Spaltneutronen haben Energien im MeV Bereich.
- Zum Erreichen günstiger Spaltquerschnitte müssen die Neutronen abgebremst werden.
- Dazu werden im Reaktor Moderatoren verwendet.
- Beispiele
 - Wasser
 - Graphit
- Abbremsung erfolgt vor Allem durch:
 - elastische Stöße
- Diese Vorgänge lassen sich mit klassischer Mechanik modellieren.

Moderation

Wichtige Größen

- Der relative Energieverlust pro Stoß ist konstant.
- Neue Größe \rightarrow Lethargie:

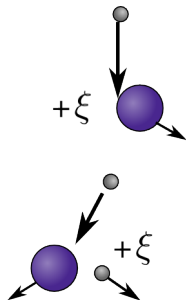
$$u = \ln \frac{E_0}{E}$$

- Mittlerer Lethargiegewinn pro Stoß:

$$\xi = 1 - \frac{(A-1)^2}{A} \cdot \ln \frac{A+1}{A-1}$$

- Anzahl der Stöße zum Abbremsen auf thermische Energien:

$$z = \frac{1}{\xi} \ln \frac{E_0}{E_{th}}$$



[9]

Kettenreaktion

Kriterium für Stabilität

- Reaktorsteuerung ist unabdingbar für die zivile Nutzung der Kernenergie
 - kontrollierte Kernspaltung
- Es muss für eine ausgeglichene Neutronenbilanz gesorgt werden.

$$\begin{aligned}\frac{d\rho_n}{dt} &= \nu \cdot \Sigma_f \cdot \Phi - \Sigma_f \cdot \Phi - \Sigma_a \cdot \Phi \\ &= \rho_n \cdot \nu \cdot [(\nu - 1) \Sigma_f - \Sigma_a] \\ &= C \cdot \rho_n\end{aligned}$$

Kettenreaktion

Kriterium für Stabilität

Fallunterscheidung:

$C > 0$: überkritischer Reaktor

$C < 0$: unterkritischer Reaktor

$C = 0$: kritischer Reaktor

Multiplikationsfaktor

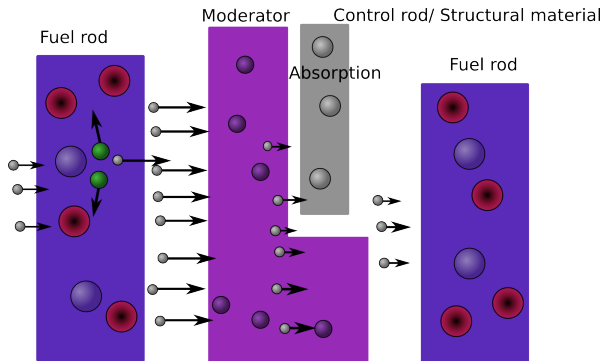
$$k = \frac{C}{\Sigma_a} + 1 = \sigma_f \cdot \frac{\nu - 1}{\Sigma_a}$$

Für $k = 1$ ist der Reaktor *kritisch*.

Vierfaktorformel

Herleitung für unendliche Reaktoren

- unendlicher Reaktor \rightarrow kein Neutronenverlust nach außen.

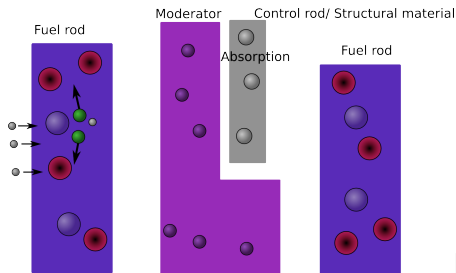


[10]

Vierfaktorformel

Herleitung für unendliche Reaktoren

- Beginn mit n thermischen Neutronen.
- Die Neutronen werden im Brennstoff absorbiert.



[10]

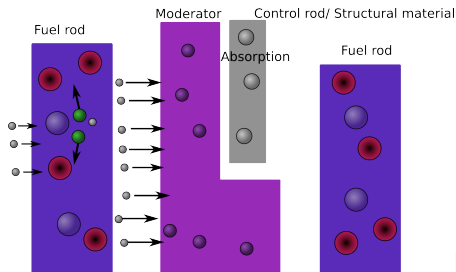
Vierfaktorformel

Herleitung für unendliche Reaktoren

- Es entstehen $n \cdot \eta$ schnelle Spaltneutronen.
- Durch schnelle Spaltung entstehen $n \cdot \eta \cdot \epsilon$ Neutronen.

η : Neutronenausbeute

ϵ : Schnellspaltfaktor



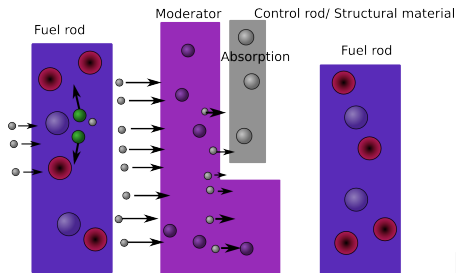
[10]

Vierfaktorformel

Herleitung für unendliche Reaktoren

- Neutronen werden im Moderator abgebremst.
- Dabei durchlaufen sie den Resonanzbereich des U-238
- Nach der Moderation sind $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p$ thermische Neutronen vorhanden.

p: Resonanzentkommwahrscheinlichkeit



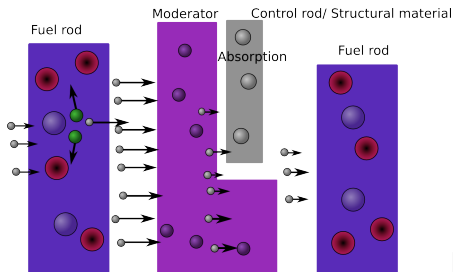
[10]

Vierfaktorformel

Herleitung für unendliche Reaktoren

- Ein Teil der Thermischen Neutronen werden im Moderator oder in Strukturmaterialien absorbiert.
- Es stehen $n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$ Neutronen für weitere Kernspaltungen zur Verfügung.

f: Thermische Nutzung



[10]

Vierfaktorformel

Zusammenfassung für unendliche Reaktoren

Für eine stabile Kettenreaktion muss gelten:

$$n = n \cdot \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \Leftrightarrow 1 = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$$

Es ergibt sich die

Vierfaktorformel für unendliche Reaktoren

$$k_{\infty} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f$$

η : Neutronenausbeute

ϵ : Schnellspaltfaktor

p : Resonanzentkommwahrscheinlichkeit

f : Thermische Nutzung

Vierfaktorformel

Korrekturen für ausgedehnte Reaktoren

- Für endliche Reaktoren muss der Verlust von Neutronen aus dem Reaktor berücksichtigt werden.
- Es werden zwei weitere Faktoren eingeführt.

- Schneller Verbleibfaktor

$$W_{th} = \frac{\text{Anzahl der im Reaktor verbleibenden schnellen Neutronen}}{\text{Anzahl erzeugter schneller gewordenen Neutronen}}$$

- Thermischer Verbleibfaktor

$$W_{th} = \frac{\text{Anzahl der im Reaktor absorbierten thermischen Neutronen}}{\text{Anzahl der thermisch gewordenen Neutronen}}$$

Vierfaktorformel für endliche Reaktoren

$$k = k_{\infty} \cdot W_s \cdot W_{th} = \eta \cdot \epsilon \cdot p \cdot f \cdot W_s \cdot W_{th}$$

Der kritische Reaktor

Kritikalität bezüglich verschiedener Neutronengruppen

Sei β der Beitrag der verzögerten Neutronen zum Multiplikationsfaktor:

unterkritisch ($k < 1$): Die Kettenreaktion bricht ab.

verzögert kritisch ($k = 1$): Die Leistung des Reaktors ist konstant und regelbar.

verzögert überkritisch ($1 < k < 1 + \beta$): Die Leistung nimmt zu, der Reaktor bleibt regelbar.

prompt überkritisch ($k > 1 + \beta$): Die Reaktorleistung nimmt unkontrollierbar zu.

Abbildungs- und Quellenverzeichnis I

Abbildungen

- 1 Eigene Bearbeitung von:
`http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thermal_reactor_diagram.svg`
- 2 Entnommen am 03.11.14 aus :
`http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Coal_train_east_of_Bristol_Parkway_2006-05-03_01.jpg`
- 3 Entnommen am 03.11.14 aus:
`http://commons.wikimedia.org/wiki/File:HEUranium.jpg`
- 4 Entnommen am 06.11.14 aus:
`http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fission_product-en.svg`

Abbildungs- und Quellenverzeichnis II

Abbildungen

- 5 Entnommen am 03.11.14 aus:
http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Centrale_nucleare_di_Caorso_-_Piscina_Pila_Nucleare.jpg
- 6 Entnommen und Bearbeitet am 04.11.14 aus:
<http://content.science20.com/files/images/u23520cross20section.gif>
- 7 Entnommen am 04.11.14 aus: http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/nuclear_materials/cross_section.php
- 8 Entnommen am 03.11.14 aus:
<http://atom.kaeri.re.kr/ton/nuc6.html>
- 9 Eigene Erstellung

Abbildungs- und Quellenverzeichnis III

Abbildungen

- 10** Eigene Berarbeitung von:
`http://commons.wikimedia.org/wiki/File:`
`Thermal_reactor_diagram.svg`

Abbildungs- und Quellenverzeichnis IV

Quellen

- Univ. Prof. Dr.-Ing Kugeler: *Skript: Reaktortechnik I* ,
Sept. 1994,
RWTH Aachen