Versuch V308: Spulen und Magnetfelder

Martin Bieker Julian Surmann

Durchgeführt am 20.05.2014 TU Dortmund

1 Einleitung

In diesem Versuch soll der Verlauf der magnetischen Feldstärke in verschiedenen Spulenanordnungen gemessen werden.

2 Theorie

Magnetfelder entstehen durch die Bewegung elektrischer Ladungen. Also wird jeder Leiter, durch den ein elektrischer Strom fließt, von einem Magnetfeld umgeben. Im Gegensatz zu E-Feld-Linien sind Magnetfeldlinien immer geschlossen. Außerdem kreuzen sie sich nicht. Im Falle einer in diesem Versuch betrachteten Spule beschreiben die Feldlinien konzentrische Kreise, die senkrecht zum Stromfluss verlaufen.

2.1 Magnetfeld einer langen Spule

Das Magnetfeld im Innern eine langen Spule kann als homogen angesehen werden. Nimmt man den Raum ausserhalb der Spule als feldfrei an, so kann die Stärke das magnetischen Feldes näherungsweise mit Hilfe der 4. MAXWELLGLEICHUNG

$$\oint B \cdot d\vec{r} = \mu_r \mu_0 I \tag{1}$$

berechnet werden. Es ergibt sich:

$$B = \mu_r \mu_0 \frac{nI}{I}.$$
 (2)

2.2 Magnetfeld einer Helmholtz-Spule

Bei einer Helmholtz-Spule haben zwei Spulen als Abstand zueinander ihren Radius. Bei dieser Anordnung wird auf der Spulenachse im Inneren ein homogenes Magnetfeld erzeugt. Dieses Magnetfeld hat die selben Eigenschaften wie das Magnetfeld einer langen Spule, allerdings ist es für Versuche oft besser geeignet, da zwischen dem Helmholtz-Spulenpaar ein Versuchsaufbau arretiert werden kann. Ein Helmholtz-Spulenpaar ist in Abbildung 7 dargestellt.

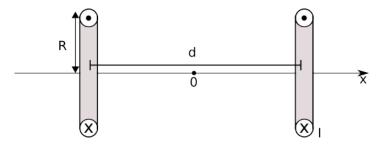


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Helmholtz-Spulenpaars

Die Magnetfeldstärke auf der Spulenachse an der Stelle x wird dann berechnet mit

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \left(\frac{1}{\left(R^2 + (x + \frac{d}{2})^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left(R^2 + (x - \frac{d}{2})^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \cdot \vec{e}_x. \tag{3}$$

Wenn man Formel (3) nach x ableitet, ergibt sich die Änderung der Magnetfeldstärke B:

$$\frac{d\vec{B}}{dx} = \frac{-3\mu_0 I}{2} \left(\frac{x + \frac{d}{2}}{\left(R^2 + (x + \frac{d}{2})^2\right)^{\frac{5}{2}}} + \frac{x - \frac{d}{2}}{\left(R^2 + (x - \frac{d}{2})^2\right)^{\frac{5}{2}}} \right) \cdot \vec{e}_x. \tag{4}$$

2.3 Funktionsweise einer Hall-Sonde

Die in diesem Versuch zu bestimmenden magnetischen Feldstärken, werden mit Hilfe einer Hall-Sonde gemessen. Dieses Messverfahren basiert auf dem *Hall-Effekt*, welcher an dieser Stelle kurz durch Abbildung 2 erläutert werden soll.

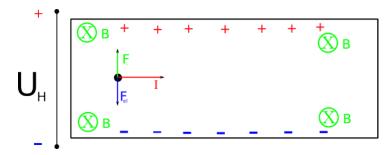


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Hall-Effekts

An die Hallsonde wird ein Strom I angelegt. Wird die Sonde von einem magnetischen Feld \vec{B} durchdrungen, werden die bewegten Ladungen im Inneren durch die Lorentzkraft F_L abgelenkt. Auf Grund dieser Ladungstrennung entsteht ein Elektisches Feld \vec{E} . Dieses wirkt der Ansammlung weiterer Ladungsträger entgegen. Des Weiteren wird durch das Feld eine Spannung erzeugt, die an den Seiten der Sonde abgegriffen werden kann. Im Gleichgewicht gilt:

$$F_L = F_{el}$$
.

Hieraus kann eine Beziehung für das Magnetfeld in Abhängigkeit von der gemessenen Spannung U_H hergeleitet werden:

$$B = \frac{d}{A_H I} \cdot U_H.$$

Dabei ist A_H , genannt Hallkonstante, eine Materialkonstante und d die Dicke der Hall-Sonde. Diese Berechnungen werden vom Messgerät, welches in diesem Versuch verwendet wird, intern ausgeführt. Die so gemessene magnetische Feldstärke wird also direkt angezeigt.

3 Aufbau und Durchführung

Alle Spulen werden an Labornetzteilen angeschlossen, die die Spannung und den fließenden Strom zeigen. Zur Messung der Magnetfeldstärke wird eine Hallsonde an ein Gaußmeter angeschlossen.

3.1 Messung an der langen Spule

Für die Messung an der langen Spule stehen drei Spulenmodule zur Verfügung. Die Spulen sind identisch zueinander und haben folgende Eigenschaften:

- n = 3400
- $d = 0.11 \,\mathrm{m} \Rightarrow r = 0.055 \,\mathrm{m}$.

Die Module können hintereinander gesetzt werden, um so längere Spulen zu erzeugen. Die zu vermessende Spule kann an einem Holzlineal auf der x-Achse verschoben werden. Eine longitudinale Hallsonde ist so an einem Stativ befestigt, dass die Sonde auf der Achse der Spule liegt. Durch das Verschieben der Spule wird dann das Magnetfeld im Inneren der Spule an verschiedenen Punkten der Achse gemessen.

Es werden drei Spulen mit unterschiedlicher Länge untersucht. Dabei wird die Magnetfeldstärke in Abhängigkeit vom Ort x der Hallsonde gemessen.

3.2 Messung an der Helmholtz-Spule

Das Spulenpaar ist auf einem Sockel befestigt, der an einer Skala das Ablesen der Spulenpositionenen ermöglicht. Über den Spulen befindet sich eine Schiene zur Aufnahme der transversalen Hallsonde. An dieser Schiene befindet sich ebenfalls eine Skala. Die Spulen haben folgende Eigenschaften:

- n = 100
- $l = 0.033 \,\mathrm{m}$
- $d = 0.125 \,\mathrm{m} \Rightarrow r = 0.0625 \,\mathrm{m}$.

Es werden nun drei verschiedene Spulenabstände untersucht, bei einem dieser Abstände soll der Abstand der Spulen gleich dem Radius der Spulen sein. Dann handelt es sich um ein Helmholtz-Spulenpaar und das Magnetfeld auf der Spulenachse soll homogen sein. Es sollen jeweils 15 Magnetfeldstärken an verschiedenen Orten x auf der Spulenachse gemessen werden.

4 Auswertung

Die in den Tabellen 1-6 (Anhang) sind die gemessenen Werte eingetragen. Mit Hilfe der Formel (3) wurden dann die Theoriekurven des Spulenpaars und mit Hilfe der Formel (2) die Theoriekurven der langen Spule berechnet. Dabei wurden folgende Größen eingesetzt:

- $n_{Spulenpaar} = 100$
- $R_{Spulenpaar} = 0.125 \,\mathrm{m}$
- $I_{Spulenpaar} = 2.78 \,\mathrm{A}$
- $n_{Spulenelement} = 3400$
- $R_{Spulenelement} = 0.055 \,\mathrm{m}$
- $I_{langeSpule} = 0.7 \,\mathrm{A}$
- $I_{mittlere,kurzeSpule} = 0.8 \,\mathrm{A}$
- $l_{Spulenelement} \approx 0.1 \,\mathrm{m}$

Die gemessenen und berechneten Kurven sind jeweils in den Abbildungen 3 bis 8 abgebildet. Dabei sind die Graphen so verschoben, dass bei x = 0 der Mittelpunkt der Spule/Spulen ist.

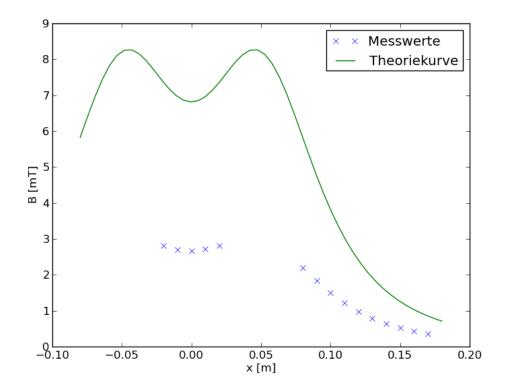


Abbildung 3: Spulenpaar - $d=0.1\,\mathrm{m}$

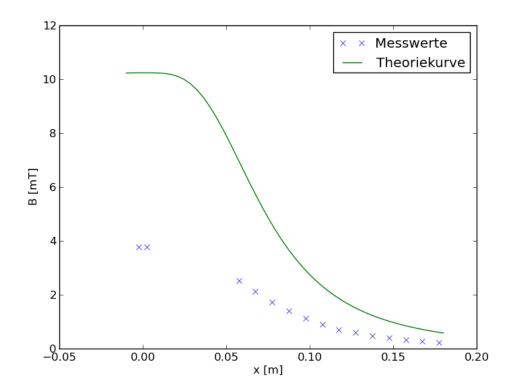


Abbildung 4: Spulenpaar - $d=0.0625\,\mathrm{m}$

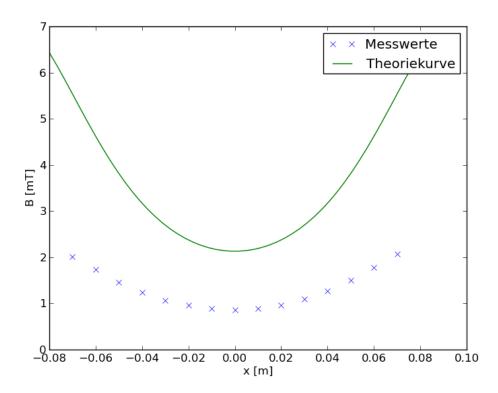


Abbildung 5: Spulenpaar - $d=0.2\,\mathrm{m}$

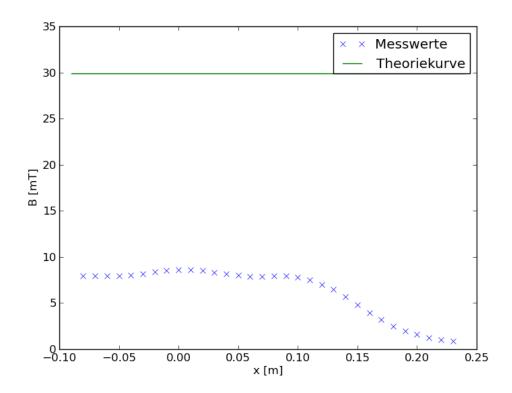


Abbildung 6: Lange Spule (drei Elemente)

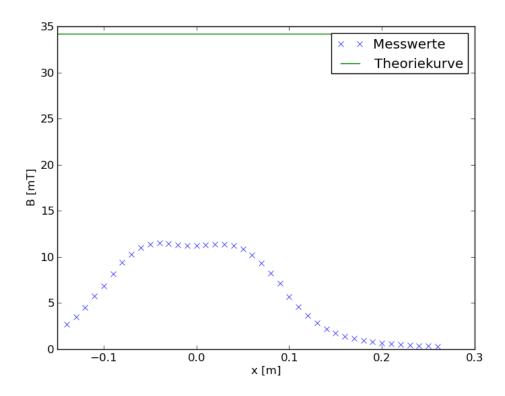


Abbildung 7: Mittlere Spule (zwei Elemente)

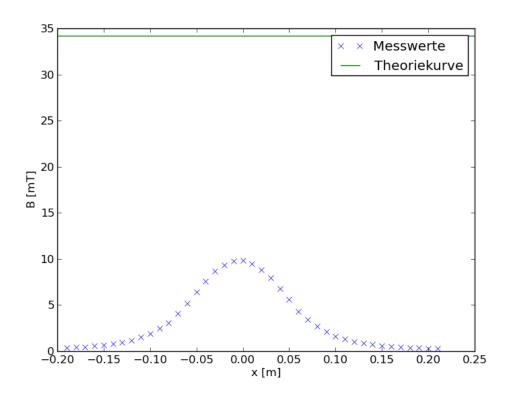


Abbildung 8: Kurze Spule (ein Element)

5 Diskussion

Die Messung der Magnetfeldstärke mit Hilfe der Hallsonde war gut durchzuführen. Die Werte wurden in mT digital ausgegeben.

Leider waren die Helmholtz-Spulen recht breit im Vergleich zu ihrem Durchmesser, sodass bei idealer Ausrichtung nur zwei Messwerte innerhalb der Spulen gemessen werden konnten. Die Plots der Spulenpaare zeigen deutlich, dass bei idealer Anordnung (Abbildung 4) ein homogeneres Magnetfeld innerhalb der Spulen entsteht als bei einer anderen Anordnung. Bei $d=0.2\,\mathrm{m}$ ist das innere Magnetfeld deutlich inhomogen.

Die Abbildungen 6-8 zeigen deutlich, dass die Annäherung an die theoretische lange Spule nur im Inneren gilt. Die vermessene kurze Spule ist dabei zu kurz, um als lange Spule zu gelten. Hier ist auch innerhalb der Spule kein homogenes Magnetfeld ersichtlich.

Bei allen Messungen ist die Theoriekurve um einen Faktor nach oben verschoben. Das lässt darauf schließen, dass die Messung des Stromes, der durch die Anordnung fließt, nicht gut bzw. garnicht funktioniert hat. Bei einer Verschiebung der Theoriekurve legt diese sich eng an die Messwerte.

6 Quellen

Alle Abbildungen sind selbstständig erstellt.

7 Anhang

- Tabellen
- Auszug aus dem Messheft

| x/cm | B/mT |
|-----------------|-----------------|
| 1.0 | 2.805 |
| 2.0 | 2.705 |
| 3.0 | 2.668 |
| 4.0 | 2.712 |
| 5.0 | 2.819 |
| 11.0 | 2.195 |
| 12.0 | 1.844 |
| 13.0 | 1.507 |
| 14.0 | 1.215 |
| 15.0 | 0.972 |
| 16.0 | 0.779 |
| 17.0 | 0.633 |
| 18.0 | 0.517 |
| 19.0 | 0.422 |
| 20.0 | 0.347 |

Tabelle 1: Untersuchung des Spulenpaares - $d=0.1\,\mathrm{m}$

| x/cm | B/mT |
|-----------------|-----------------|
| 1.0 | 3.782 |
| 1.5 | 3.78 |
| 7.0 | 2.531 |
| 8.0 | 2.118 |
| 9.0 | 1.727 |
| 10.0 | 1.403 |
| 11.0 | 1.123 |
| 12.0 | 0.907 |
| 13.0 | 0.701 |
| 14.0 | 0.594 |
| 15.0 | 0.485 |
| 16.0 | 0.402 |
| 17.0 | 0.336 |
| 18.0 | 0.282 |
| 19.0 | 0.237 |

Tabelle 2: Untersuchung des Spulenpaares - $d=0.0625\,\mathrm{m}$

| x/cm | B/mT |
|-----------------|-----------------|
| 1.0 | 2.01 |
| 2.0 | 1.729 |
| 3.0 | 1.464 |
| 4.0 | 1.244 |
| 5.0 | 1.067 |
| 6.0 | 0.957 |
| 7.0 | 0.886 |
| 8.0 | 0.867 |
| 9.0 | 0.892 |
| 10.0 | 0.967 |
| 11.0 | 1.09 |
| 12.0 | 1.268 |
| 13.0 | 1.499 |
| 14.0 | 1.785 |
| 15.0 | 2.073 |

Tabelle 3: Untersuchung des Spulenpaares - $d=0.2\,\mathrm{m}$

| x/cm | B/mT |
|------|-----------------|
| 10.0 | 7.92 |
| 11.0 | 7.96 |
| 12.0 | 7.92 |
| 13.0 | 7.93 |
| 14.0 | 8.01 |
| 15.0 | 8.17 |
| 16.0 | 8.39 |
| 17.0 | 8.54 |
| 18.0 | 8.63 |
| 19.0 | 8.61 |
| 20.0 | 8.5 |
| 21.0 | 8.33 |
| 22.0 | 8.15 |
| 23.0 | 7.99 |
| 24.0 | 7.9 |
| 25.0 | 7.91 |
| 26.0 | 7.94 |
| 27.0 | 7.92 |
| 28.0 | 7.79 |
| 29.0 | 7.5 |
| 30.0 | 7.03 |
| 31.0 | 6.49 |
| 32.0 | 5.7 |
| 33.0 | 4.8 |
| 34.0 | 3.96 |
| 35.0 | 3.2 |
| 36.0 | 2.51 |
| 37.0 | 1.98 |
| 38.0 | 1.59 |
| 39.0 | 1.27 |
| 40.0 | 1.04 |
| 41.0 | 0.86 |

Tabelle 4: Untersuchung der langen Spule (drei Elemente)

| x/cm | B/mT |
|------|-----------------|
| 10.0 | 2.71 |
| 11.0 | 3.49 |
| 12.0 | 4.53 |
| 13.0 | 5.78 |
| 14.0 | 6.89 |
| 15.0 | 8.2 |
| 16.0 | 9.4 |
| 17.0 | 10.31 |
| 18.0 | 11.0 |
| 19.0 | 11.36 |
| 20.0 | 11.5 |
| 21.0 | 11.46 |
| 22.0 | 11.33 |
| 23.0 | 11.22 |
| 24.0 | 11.2 |
| 25.0 | 11.28 |
| 26.0 | 11.39 |
| 27.0 | 11.41 |
| 28.0 | 11.26 |
| 29.0 | 10.88 |
| 30.0 | 10.19 |
| 31.0 | 9.34 |
| 32.0 | 8.24 |
| 33.0 | 7.14 |
| 34.0 | 5.7 |
| 35.0 | 4.6 |
| 36.0 | 3.63 |
| 37.0 | 2.83 |
| 38.0 | 2.2 |
| 39.0 | 1.77 |
| 40.0 | 1.41 |
| 41.0 | 1.14 |
| 42.0 | 0.96 |
| 43.0 | 0.81 |
| 44.0 | 0.68 |
| 45.0 | 0.58 |
| 46.0 | 0.51 |
| 47.0 | 0.45 |
| 48.0 | 0.4 |
| 49.0 | 0.35 |
| 50.0 | 0.32 |

Tabelle 5: Untersuchung der mittleren Spule (zwei Elemente)

| x/cm | B/mT |
|------|-----------------|
| 10.0 | 0.35 |
| 11.0 | 0.42 |
| 12.0 | 0.47 |
| 13.0 | 0.55 |
| 14.0 | 0.66 |
| 15.0 | 0.81 |
| 16.0 | 0.97 |
| 17.0 | 1.19 |
| 18.0 | 1.5 |
| 19.0 | 1.9 |
| 20.0 | 2.45 |
| 21.0 | 3.09 |
| 22.0 | 4.09 |
| 23.0 | 5.15 |
| 24.0 | 6.45 |
| 25.0 | 7.61 |
| 26.0 | 8.66 |
| 27.0 | 9.35 |
| 28.0 | 9.8 |
| 29.0 | 9.86 |
| 30.0 | 9.49 |
| 31.0 | 8.83 |
| 32.0 | 7.93 |
| 33.0 | 6.79 |
| 34.0 | 5.58 |
| 35.0 | 4.31 |
| 36.0 | 3.43 |
| 37.0 | 2.71 |
| 38.0 | 2.08 |
| 39.0 | 1.62 |
| 40.0 | 1.29 |
| 41.0 | 1.05 |
| 42.0 | 0.87 |
| 43.0 | 0.72 |
| 44.0 | 0.6 |
| 45.0 | 0.52 |
| 46.0 | 0.44 |
| 47.0 | 0.38 |
| 48.0 | 0.34 |
| 49.0 | 0.28 |
| 50.0 | 0.26 |

Tabelle 6: Untersuchung der kurzen Spule (ein Element)