

# Versuch V604: Beugung am Spalt

Martin Bieker  
Julian Surmann

Durchgeführt am 10.06.2014  
TU Dortmund

# 1 Einleitung

Im folgenden Versuch wird die Beugung von Licht an Einzelspalten und einem Doppelspalt untersucht. Unter Beugung versteht man die Abweichung der Ausbreitung von Licht hinter kleinen Öffnungen von den Gesetzen der geometrischen Optik.

## 2 Theorie

Im Fall der Beugung muss Licht als Welle betrachtet werden. Beugungsphänomene können dann z.B. mit dem Huygensschen Prinzip und dem Interferenzprinzip erklärt werden.

### 2.1 Beugung am Einfach-Spalt

Es sind zwei Formen der Beugung zu unterscheiden: Die Fresnel-Beugung und die Fraunhofer-Beugung (Abbildung ??).

Bei der Fresnel-Beugung befinden sich die Lichtquelle und der Beobachtungspunkt (Schirm) im Endlichen. Dabei interferieren im Beobachtungspunkt Strahlen, die unter verschiedenen Winkeln gebeugt wurden. Bei der Fraunhofer-Beugung liegt die Lichtquelle im Unendlichen, d.h. es werden parallele Strahlenbündel emittiert. Mathematisch ist der zweite Fall viel einfacher zu behandeln, auf die Fresnel-Beugung soll hier nicht weiter eingegangen. Der Länge des verwendeten Spaltes beträgt ein Vielfaches der Breite, sodass nur ein eindimensionales Beugungsbild entsteht. Es fällt eine ebene Welle mit der Feldstärke

$$A(z, t) = A_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \quad (1)$$

pro Längeneinheit der Wellenfront aus der Z-Richtung ein. Um das Prinzip der Fraunhofer-Beugung zu verwenden, ist der Abstand Beugungsebene-Beobachtungsebene sehr viel größer als die Spaltbreite  $b$ .

Um die Amplitude des in Richtung  $\phi$  gebeugten Lichtes zu berechnen, muss man über alle Strahlenbündel summieren, die von allen Orten der Spaltöffnung in Richtung  $\phi$  emittiert werden. Zwei beliebige Strahlenbündel, die im Spalt eine Strecke  $x$  voneinander entfernt sind, haben aufgrund der Wegdifferenz zur Beobachtungsebene eine Phasendifferenz  $\delta$  mit

$$\delta = \frac{2\pi s}{\lambda} = \frac{2\pi x \sin \phi}{\lambda} \quad (2)$$

Aufgrund der infinitesimal kleinen Breiten der Strahlenbündel geht in der Berechnung der Amplitude die Summe in ein Integral über:

$$B(z, t, \phi) = A_0 \int_0^b e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} + \delta\right)} dx = A_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)} \int_0^b e^{i\left(\frac{2\pi x \sin \phi}{\lambda}\right)} dx. \quad (3)$$

Durch Integration und Ausklammern ergibt sich über die Eulersche Formel

$$\sin \alpha = \frac{(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha})}{2i} \quad (4)$$

der folgende Ausdruck:

$$B(z, t, \phi) = A_0 e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)} e^{i\left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda}\right)} \frac{\lambda}{\pi \sin \phi} \sin \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right). \quad (5)$$

Die Intensität des am Einfachspalt gebeugten Lichtes wird beschrieben durch

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0^2 b^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right). \quad (6)$$

Die durch Formel (6) beschriebene Beugungsfigur besitzt bei den Nulldurchgängen von Formel (5) Minima.

## 2.2 Beugung am Doppelspalt

Die Intensitätsverteilung  $I(\phi)$  lässt sich analog zum Einfachspalt berechnen. Die Beugungsfigur des Doppelspaltess wird behandelt als Überlagerung zweier Einfachspalte, die den Abstand  $s$  zueinander besitzen. Für die Intensitätsverteilung ergibt sich

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4 \cos^2 \left( \frac{\pi s \sin \phi}{\lambda} \right) \cdot \left( \frac{\lambda}{\pi b \sin \phi} \right)^2 \cdot \sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right). \quad (7)$$

Diese Intensitätsverteilung wird berechnet auf Grundlage der Intensitätsverteilung des Einfachspaltess (Formel (6)) und einer  $\cos^2$ -Verteilung. Es ergeben sich zusätzliche Minima an den Stellen

$$\phi(k) = \arcsin \left( \frac{2k+1}{2s} \right) \cdot \lambda, \quad (8)$$

also an den Nullstellen der  $\cos^2$ -Verteilung.

## 2.3 Fraunhofersche Beugung und Fourier-Transformation

Bei der Fraunhoferschen Beugung ist die Amplitudenverteilung auch auf allgemeine Weise möglich.  $B(\phi)$  lässt sich als Fourier-Transformierte der Amplitudenverteilung der einfallenden Welle auffassen. Bei der Amplitudenverteilung handelt es sich hier um die Verteilung in der eugungsebene.

Die Fourier-Transformation formuliert das Huygenssche Prinzip mathematisch. Auch Beugung an zweidimensionalen Objekten lässt sich mit Hilfe der Fourier-Transformation einfach berechnen.

## 3 Aufbau

Eine Skizze des Versuchsaufbaus ist in Abbildung (??) gezeigt. Auf einer Schiene mit Längenskala sind ein He-Ne-Laser, eine Halterung für den Spalt und die verschiebbare Photodiode befestigt. Der Laser leuchtet auf den Spalt, der zwischen dem Laser und der Photodiode befestigt ist. Die Photodiode kann mit einer Auflösung von 1/100 mm über eine Strecke von 5 cm verschoben werden. Die Photodiode ist an einem empfindlichen Amperemeter angeschlossen.

## 4 Durchführung

### 4.1 Messungen mit dem Einfach-Spalt

Bei dem ersten Einzelspalt (DatenDatenDaten) soll dessen Beugungsfigur punktweise ausgemessen werden. Die Schrittweite beträgt dabei 1 mm.

## 5 Auswertung

### 5.1 Mikroskopische Vermessung der Spalte

Das in diesem Versuch zur Vermessung der Beugungsobjekte verwendete Mikroskop besitzt willkürlich unterteilte Skala. Daher muss dieses zunächst mit Hilfe eines Objektmikrometers geeicht werden. Als Umrechnungsfaktor  $f$  ergibt sich:

$$f = 3.53 \times 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{Einheit}}$$

Die gemessenen und umgerechneten Werte für die Spaltbreite  $b$  und den Abstand der Spalte beim Doppelspalt  $g$  befinden sich in Tabelle 1.

	$\frac{b}{\text{Einheit}}$	$\frac{b}{\text{m}}$	$\frac{g}{\text{Einheit}}$	$\frac{g}{\text{m}}$
Einzelspalt A	1.9	$6.71 \times 10^{-5}$		
Einzelspalt B	3.8	$1.34 \times 10^{-4}$		
Doppelspalt	4.6	$1.63 \times 10^{-4}$	20.8	$7.35 \times 10^{-4}$

Tabelle 1: Ergebnisse der Mikroskopischen Untersuchung

### 5.2 Beugungsmuster am Einzelspalt

Die an den Einzelspalten gemessenen Werte befinden sich in Tabelle 2. Von diesen Stromstärken muss noch der so genannte thermische Dunkelstrom

$$I_D = \text{nA}$$

abgezogen werden. Um die Messwerte mit der Theorie vergleichen zu können, werden die gemessenen Strecken  $x$  um die Position des 0. Maximums zentriert und in einen Winkel  $\phi$  umgerechnet. Dabei gilt der Zusammenhang

$$\varphi \approx \frac{x - x_0}{L}$$

Der Abstand zwischen Schirm und Beugungsebene beträgt

$$L = \text{m.}$$

Diese Winkel und die korrigierten Stromstärken befinden sich ebenfalls in Tabelle 2. Die Abbildungen 3 und 2 zeigen den Photostrom in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

An diese Werte wird nun die Formel

$$I(\varphi) = A_0^2 b^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{b \cdot \sin \varphi}{\lambda} \right) \quad (9)$$

Die Wellenlänge des verwendeten HeNe-Lasers beträgt

$$\lambda = 633 \text{ nm.}$$

Die nichtlineare Ausgleichsrechnung wurde mit PYTHON durchgeführt. Für die Regressionsparameter  $A_0$  und  $b$  müssen dabei Startwerte angegeben werden. Für die Spaltbreite wurde

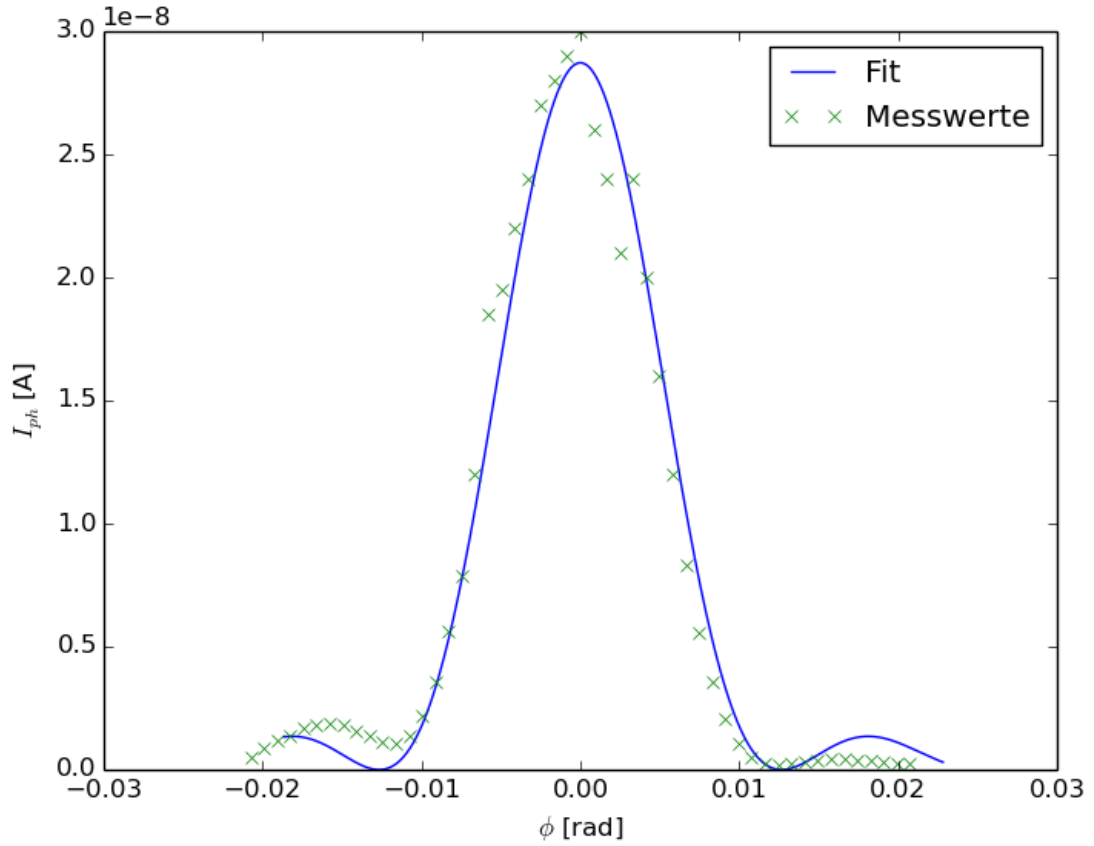


Abbildung 1: Beugungsmuster des Einzelspalts A ( $b \approx \text{mm}$ )

dabei die im vorherigen Abschnitt mit dem Mikroskop gemessenen Werte verwendet. Der Amplitudenfaktor wurde aus dem Photostrom des 0. Maximums berechnet:

$$A_0 = \sqrt{\frac{I_{Max}}{b^2}}.$$

Die Ergebnisse der Regression finden sich in Tabelle 3 und die Ausgleichsfunktionen sind in den Abbildungen zu finden.

### 5.3 Beugungsmuster am Doppelspalt

Die Berechnung des Photostroms  $I_{ph}$  und des Beugungswinkels  $\varphi$  wurden analog zum vorherigen Abschnitt durchgeführt. Die Ergebnisse befinden sich in Tabelle 4. Abbildung 4 zeigt den Photostrom in Abhängigkeit von  $\varphi$ . An diese Messwerte soll die Theoriefunktion

$$I(\varphi) = 4 \cdot A_0^2 \cdot b^2 \cos^2 \left( \frac{\pi \cdot g \cdot \sin \varphi}{\lambda} \right) \cdot \text{sinc}^2 \left( \frac{b \cdot \sin \varphi}{\lambda} \right) \quad (10)$$

angepasst. Analog zum Vorgehen beim Einzelspalt werde als Startwerte für die Regressionsparameter  $g$  und  $b$  die mikroskopisch bestimmten Messergebnisse verwendet. Für den Am-

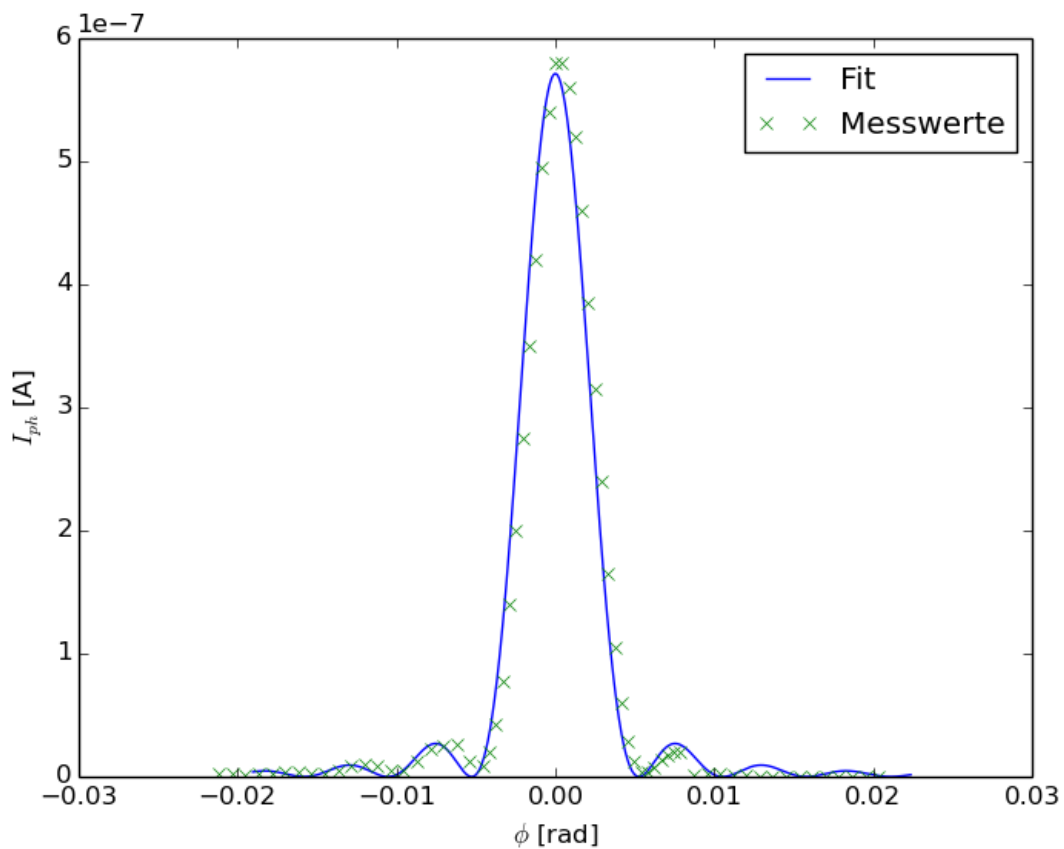


Abbildung 2: Beugungsmuster des Einzelspalts B ( $b \approx \text{mm}$ )

plitudenfaktor gilt:

$$A_0 = \sqrt{\frac{I_{Max}}{4 \cdot b^2}}.$$

Die Ergebnisse der Regression befinden sich in Tabelle 5. Um einen Vergleich zwischen Beugung am Einzel und am Doppelspalt zu ermöglichen zeigt Abbildung 4 beide Beugungsmuster. Die Amplituden sind dabei jeweils auf das 0. Maximum normalisiert.

#### 5.4

## 6 Diskussion

## 7 Quellen

- [1] Entnommen der Praktikumsanleitung der TU Dortmund.

Download am 16.06.14 unter:

<http://129.217.224.2/HOME/PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf>

	$\frac{A_0}{\text{nA m}^{-2}}$	$\frac{g}{\text{m}}$
Einzelspalt A	1.9	$6.71 \times 10^{-5}$
Einzelspalt B	3.8	$1.34 \times 10^{-4}$

Tabelle 2: Regressionsergebnisse der Einzelspalte

## 8 Anhang

- Auszug aus dem Messheft

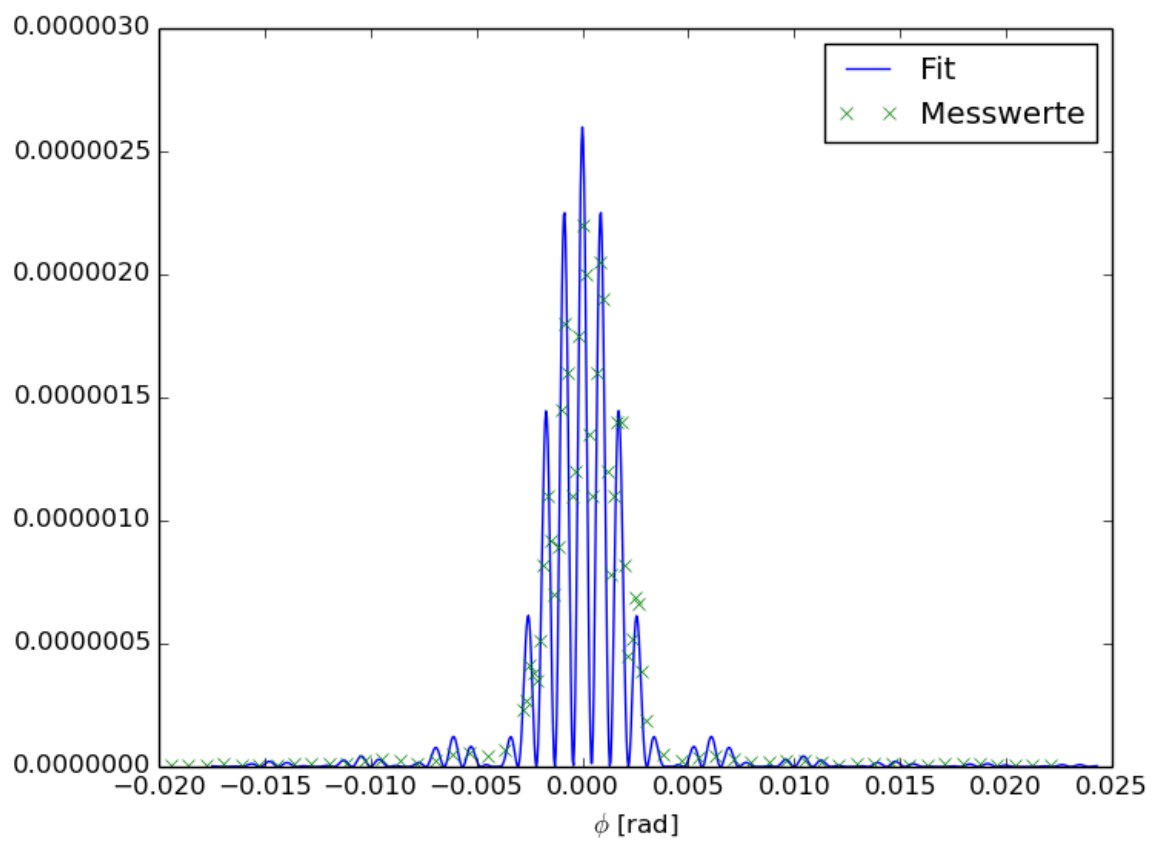


Abbildung 3: Beugungsmuster des Doppelspalts ( $b \approx \text{mm}$  und  $g \approx \text{mm}$ )



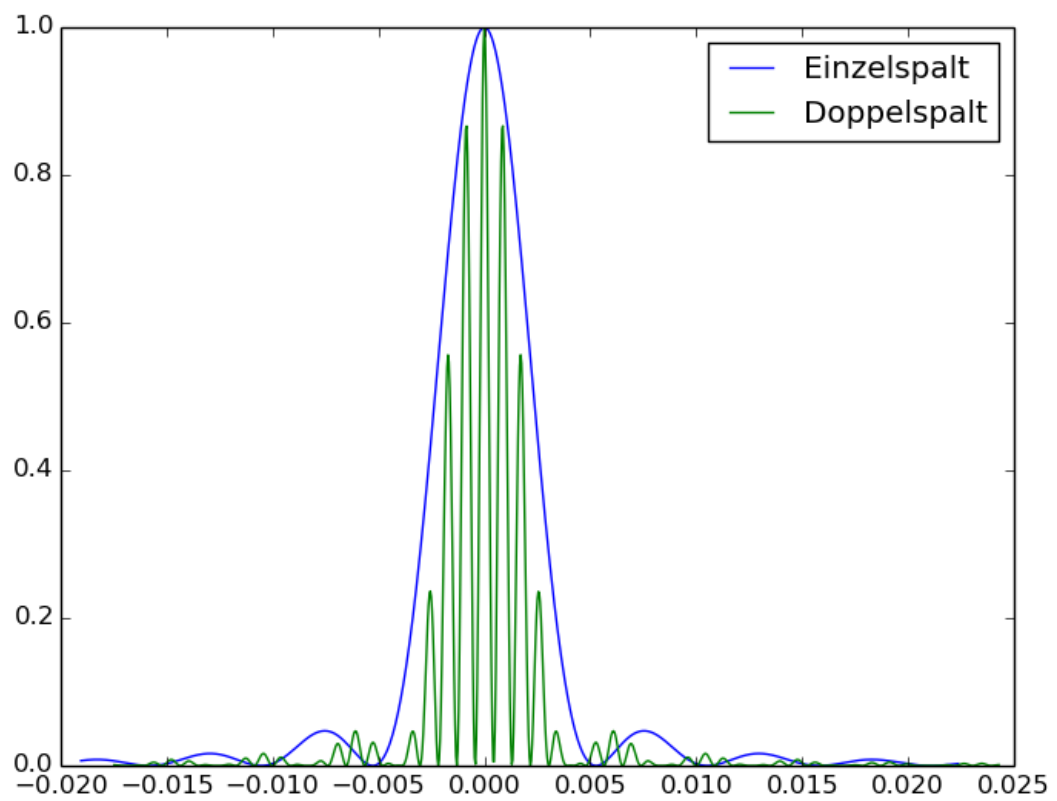


Abbildung 4: Vergleich zwischen Beugung am Doppelspalt und Beugung am Einzelspalt mit näherungsweise gleicher Spaltbreite  $b$ .