

Versuch V503: Milikan-Versuch

Martin Bieker
Julian Surmann

Durchgeführt am 03.06.2014
TU Dortmund

1 Einleitung

In diesem Versuch soll die Elementarladung e mit Hilfe der Öltröpfchenmethode nach Milikan bestimmt werden.

2 Theorie

Grundgedanke des hier beschriebenen Versuchs ist die Bestimmung der Elementarladung durch Untersuchungen des Verhaltens von Öltröpfchen mit geringer Ladung im elektrischen Feld eines Kondensators.

2.1 Gravitation und Stokes-Reibung

Zunächst werden die auf einen Tropfen wirkenden Kräfte bei abgeschaltetem Feld untersucht. Einerseits wirkt die Differenz von Gravitations- und Auftriebskraft

$$\vec{F}_g = -\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_{Oel} - \rho_L) \cdot \vec{e}_y$$

Bewegt sich der Tropfen auf Grund dieser Kraft nach unten wirkt in entgegengesetzter Richtung die Reibungskraft F_R . Für die Reibung nach Stokes gilt:

$$\vec{F}_R = 6\pi\eta_L r v \cdot \vec{e}_y$$

Ist

$$\vec{F}_G + \vec{F}_R = \vec{0} \quad (1)$$

hat sich die Gleichgewichtsgeschwindigkeit v_0 eingestellt. Aus Bedingung 1 kann ein Zusammenhang für den Radius der Tröpfchen r ermittelt werden:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_{Oel} - \rho_L)}}. \quad (2)$$

2.2 Elektrische Kräfte auf geladene Teilchen

Befindet sich das Tröpfchen in einem elektrischen Feld und ist geladen, wirkt zusätzlich die elektrische Kraft

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}.$$

Da das Feld durch einen Kondensator erzeugt wird gilt:

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \frac{U}{d} \cdot \vec{e}_y.$$

Dabei wird die Richtung der Kraft durch die Polung der Spannung am Kondensator bestimmt. Abbildung 1 zeigt die angreifenden Kräfte bei den verschiedenen Richtungen des Feldes mit den Gleichgewichtsgeschwindigkeiten v_- und v_+ . Aus dieser Grafik können folgende Kräftegleichgewichte abgelesen werden:

- Bei fallendem Tropfen (v_-):

$$\vec{F}_g + \vec{F}_r - \vec{F}_{el} = \vec{0} \quad (3)$$

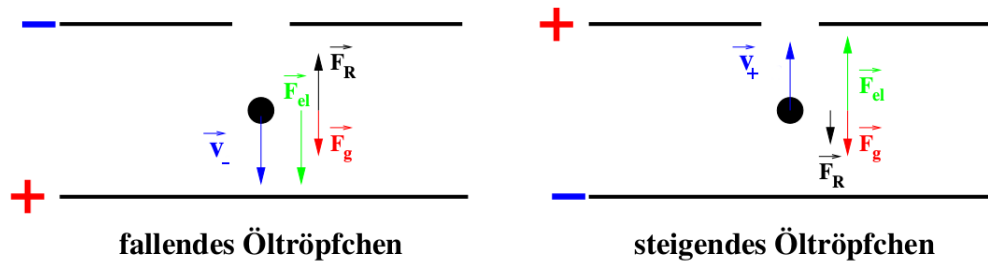


Abbildung 1: Kräftegleichgewichte bei verschiedenen Richtungen des elektrischen Feldes.[1]

- Bei steigendem Tropfen (v_+):

$$\vec{F}_g - \vec{F}_r + \vec{F}_{el} = \vec{0} \quad (4)$$

Mit diesen Gleichungen kann man Radius r und Ladung q der Tröpfchen berechnen. Es gilt:

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L(v_- - v_+)}{2g(\rho_{Oel} - \rho_L)}} \quad (5)$$

$$q = 3\pi\eta_L \sqrt{\frac{9\eta_L(v_- - v_+)}{4g(\rho_{Oel} - \rho_L)}} \cdot \frac{(v_- + v_+)d}{U} \quad (6)$$

Da die Tröpfchen auf Grund ihrer Größe das Reibungsgesetz von Stokes nicht erfüllen, muss bei der Berechnung die Viskosität korrigiert werden. Gemäß der Cunningham-Korrektur gilt:

$$q_{korr} = q_0 \left(1 + \frac{B}{p \cdot r}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (7)$$

3 Aufbau

Abbildung 2 zeigt den Aufbau der Versuchsanordnung.

In der Milikan-Kammer(3) befindet sich der Kondensator mit einem Plattenabstand von

$$d = (7.6250 \pm 0.0051) \text{ mm}$$

Durch eine kleine Öffnung an der Oberseite der Kammer und in der oberen Kondensatorplatte können die Öltröpfchen in die Apparatur eingebracht werden. Diese Tropfen werden dann durch eine Lampe(8) angestrahlt und können so durch ein Mikroskop(5 & 6) beobachtet werden. Zur einfacheren Versuchsdurchführung werden ist eine Kamera am Okular des Mikroskops befestigt. Diese überträgt die aufgenommenen Bilder an einen Monitor. Die Kondensatorspannung(1) wird durch ein Netzteil erzeugt und kann durch einen Schalter(7) eingeschaltet beziehungsweise umgepolt werden. Die Milikan-Kammer ist des Weiteren mit einem Koordinatengitter ausgestattet, um die von den Tröpfchen zurückgelegte Strecke zu messen. Der Abstand zwischen zwei Koordinatenlinien beträgt

$$a = 0.1 \text{ mm}$$

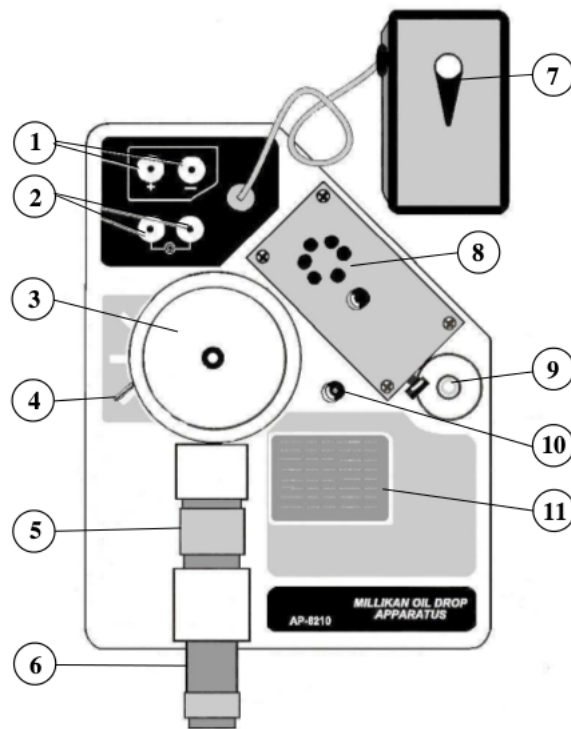


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Milikan-Apparatur.[1]

Da die Viskosität von Luft eine Funktion der Temperatur ist, befindet sich auch ein Thermowiderstand in der Kammer. Dieser kann mit Hilfe eines Multimeters (2) überwacht werden und ermöglicht somit die Messung der Temperatur innerhalb der Kammer. Unterhalb des Kondensators ist eine geringe Menge eines radioaktiven Präparats eingelassen, das mit einem Shutter(4) verschlossen ist. Wird dieser geöffnet, kann durch den α -Strahler die Luft in der Milikan-Kammer ionisiert werden. Auf diese Weise können weitere Ladungen auf die Öltröpfchen übertragen werden.

4 Durchführung

4.1 Justierung

Vor Beginn der Messung muss der Versuchsaufbau kalibriert werden. Hierzu wird zunächst die korrekte Ausrichtung der Milikan-Apparatur mit der am Gerät angebrachten Libelle(9) sichergestellt. Danach wird eine Kalibrations-Nadel in die Milikan-Kammer eingeführt. Hiermit kann sowohl die Tröpfchenebene, als das Koordinatengitter am Mikroskop scharf gestellt werden. Abschließend wird der Fokus und die Helligkeit so eingestellt, dass das Innere der Kammer klar erkennbar ist.

4.2 Messprogramm

Zu Beginn der Messung wird die Kondensatorspannung auf

$$U_C = 300 \text{ V}$$

eingestellt. Danach wird eine geringe Menge Öl in die Kammer eingebracht. Nun wird auf dem Bildschirm ein geeignetes Tröpfchen gewählt. Dieses zeichnet sich durch eine geringe waagerechte Driftgeschwindigkeit und eine genügende Größe aus. An diesem Punkt muss sichergestellt werden, dass auf dem Tröpfchen Ladung befindet. Dies wird durch Anlegend und anschließendes Umpolen der Kondensatorspannung festgestellt. Ist keine Änderung der Bewegungsrichtung erkennbar, wird versucht, mit Hilfe eines α -Strahlers, zusätzliche Ladung auf das Tröpfchen zu bringen. Ist dies nicht erfolgreich muss ein anderer Tropfen für die Messung gewählt werden. Bei der eigentlichen Messung wird die Zeit t gemessen, welche das Tröpfchen für eine Strecke

$$s = 0.5 \text{ mm}$$

benötigt. Für jeden Tropfen werden 3 Messungen durchgeführt. Die Laufzeiten werden ohne Kondensatorspannung t_0 und mit eingeschalteter Spannung in unterschiedlicher Polung t_+ und t_- gemessen. Aus diesen Werten werden dann die Geschwindigkeiten

$$v = \frac{s}{t}$$

berechnet. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis für 15 verschiedene Tropfen die 3 Geschwindigkeiten bekannt sind.

In einem zweiten Versuchsteil wird die Kondensatorspannung auf

$$U_C = 150 \text{ V}$$

gesenkt. Für 15 weitere Tröpfchen werden die Laufzeiten bei eingeschalteter Spannung t_+ und t_- bestimmt.

5 Auswertung

5.1 Auswertung für $U = 297 \text{ V}$

Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 1 abgebildet. In Tabelle 2 befinden sich die berechneten Ergebnisse und Zwischenergebnisse für alle Werte, bei denen

$$0.7 < \frac{v_{ab} - v_{auf}}{2v_0} < 1.3 \quad (8)$$

gilt. Dadurch werden Werte aussortiert, bei denen sich die Ladung während der Beobachtung geändert hat.

$t_{Null}[s]$	$t_{auf}[s]$	$t_{ab}[s]$	$R[M\Omega]$
34.900	3.273	2.918	2.03
58.948	5.011	7.655	2.01
28.018	4.204	9.842	1.89
15.755	7.946	4.245	1.89
26.543	4.735	3.879	1.89
23.904	5.640	3.685	1.85
64.958	3.796	3.484	1.84
26.536	11.756	6.005	1.84
58.571	3.633	3.582	1.80
61.098	20.798	14.684	1.80
17.396	52.334	6.584	1.79
27.842	5.237	3.838	1.79
34.652	5.125	3.424	1.79
47.401	3.125	2.967	1.77
12.061	17.707	4.751	1.77
55.808	9.272	7.093	1.77
18.702	35.159	8.964	1.77
37.240	5.758	4.510	1.77
17.102	23.986	5.877	1.77

Tabelle 1: Messwerte mit $U = 297\text{ V}$

$v_{auf}[10^{-5}\text{m/s}]$	$v_{ab}[10^{-4}\text{m/s}]$	$T[^\circ\text{C}]$	$\eta_L[10^{-5}\text{Nsm}^{-2}]$	$\eta[10^{-5}\text{Nsm}^{-2}]$	$r[10^{-7}\text{m}]$	$q[10^{-19}\text{C}]$
6.292	1.178	27.0	1.8575	1.671	7.268	4.671
8.865	1.357	28.0	1.8620	1.662	6.738	5.325
0.132	1.435	28.0	1.8620	1.501	3.374	2.808
4.253	0.833	28.0	1.8620	1.649	6.271	2.746
95.540	0.759	29.0	1.8670	1.695	8.016	2.484
9.547	1.303	29.0	1.8670	1.638	5.804	4.510
2.824	1.052	30.0	1.8720	1.711	8.645	4.236
5.393	0.705	30.0	1.8720	1.557	4.010	1.589
1.422	0.558	30.0	1.8720	1.660	6.351	1.559
8.684	1.109	30.0	1.8720	1.603	4.829	3.177
2.085	0.851	30.0	1.8720	1.697	7.895	3.033

Tabelle 2: Auswertung für $U = 297\text{ V}$

Die Werte für die Vielfachen der Elementarladung sind grafisch in Abbildung 3 dargestellt. Die Werte lassen sich in drei Messwertgruppen aufteilen. Die erste Gruppe, bestehend aus zwei Messwerten, liegt bei ca. $1.6 \times 10^{-19}\text{ C}$. Damit liegt sie Nahe an dem theoretischen Wert der Elementarladung von $1.602 \times 10^{-19}\text{ C}$. Die anderen Messwertgruppen müssten daher bei ca. $3.2 \times 10^{-19}\text{ C}$ und $4.8 \times 10^{-19}\text{ C}$ liegen. Leider sind die Abweichungen hier größer. Um einen sinnvollen Mittelwert bilden zu können, bräuchte es aufgrund der hohen Messfehler mehr Messwerte.

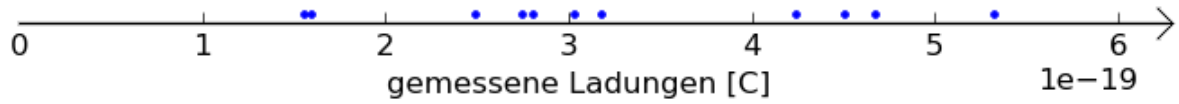


Abbildung 3: Errechnete Ladungen bei $U = 297\text{ V}$

5.2 Auswertung für $U = 150\text{ V}$

Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 3 abgebildet. In Tabelle 4 befinden sich die berechneten Ergebnisse und Zwischenergebnisse für alle Werte. Da hier die Geschwindigkeit der Tröpfchen nicht ohne elektrisches Feld gemessen wurde, werden hier auch Messungen berücksichtigt, bei denen sich die Ladung des Tröpfchens verändert haben könnte.

$t_{auf}[\text{s}]$	$t_{ab}[\text{s}]$	$R[\text{M}\Omega]$
23.776	20.512	1.76
27.441	9.432	1.76
24.321	16.568	1.76
27.289	16.873	1.76
21.155	18.188	1.76
40.118	8.290	1.76
24.523	8.476	1.76
7.059	5.758	1.76
10.672	4.887	1.75
13.574	6.956	1.75
5.253	3.278	1.75
8.079	10.210	1.75
13.310	5.877	1.75
3.606	3.904	1.75
6.833	3.876	1.75

Tabelle 3: Messwerte mit $U = 150\text{ V}$

$v_{auf}[10^{-5}\text{m/s}]$	$v_{ab}[10^{-5}\text{m/s}]$	$T[^\circ\text{C}]$	$\eta_L[10^{-5}\text{Nsm}^{-2}]$	$\eta[10^{-5}\text{Nsm}^{-2}]$	$r[10^{-7}\text{m}]$	$q[10^{-19}\text{C}]$
2.103	2.438	30.0	1.872	1.291	1.802	0.390
1.822	5.301	30.0	1.872	1.643	5.811	2.829
2.056	3.018	30.0	1.872	1.479	3.056	0.906
1.832	2.963	30.0	1.872	1.504	3.313	0.951
2.364	2.749	30.0	1.872	1.319	1.934	0.486
1.246	6.031	30.0	1.872	1.673	6.815	3.484
2.039	5.899	30.0	1.872	1.653	6.121	3.352
7.083	8.684	30.0	1.872	1.552	3.941	3.902
4.685	10.231	31.0	1.877	1.690	7.346	7.809
3.684	7.188	31.0	1.877	1.648	5.810	4.355
9.518	15.253	31.0	1.877	1.693	7.470	13.219
6.189	4.897	31.0	1.877	nan	nan	nan
3.757	8.508	31.0	1.877	1.677	6.800	5.872
13.866	12.807	31.0	1.877	nan	nan	nan
7.317	12.900	31.0	1.877	1.691	7.370	10.624

Tabelle 4: Auswertung für $U = 150\text{ V}$

In Abbildung 4 sind die Ergebnisse graphisch dargestellt. Hier ist keine Regelmäßigkeit zu

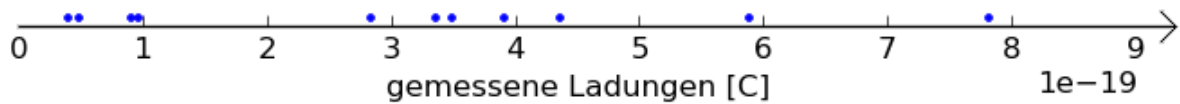


Abbildung 4: Errechnete Ladungen bei $U = 150\text{ V}$

erkennen, fehlerhafte Werte sind nicht von guten Werten zu unterscheiden. Außerdem liegen mehrere Werte unter dem Wert der Elementarladung.

6 Diskussion

An den Ergebnissen ist zu erkennen, dass eine genaue Messung geringer Ladungsmengen sehr schwer durchführbar ist. Die Fehler in den gemessenen Geschwindigkeiten wurden vor allem durch die relativ ungenaue manuelle Zeitmessung mit einer Stoppuhr verursacht. Des Weiteren wäre es für genauere Messwerte nötig gewesen, mit einzelnen Öltropfen mehrere Messungen durchzuführen, um einen Mittelwert mit einem statistischen Fehler zu bestimmen. Dies war auf Grund der kurzen Verweildauer der Tropfen in der Milikan-Kammer selten bis garnicht möglich.

Die geringe Aussagekraft der zweiten Messreihe wird wahrscheinlich durch Öltröpfchen, die ihre Ladung während der Messung ändern, verursacht. Da die Gleichgewichtsgeschwindigkeit v_0 nicht gemessen wurde, können diese Tropfen nicht erkannt und verworfen werden. Dies führt bei der Auswertung zu fehlerhaften Ergebnissen.

Es zeigt sich, dass für die genaue Bestimmung der Elementarladung

$$q = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

eine sehr lange und sorgfältige Messung mit sehr vielen Messpunkten nötig wäre.

7 Quellen

[1] Entnommen der Praktikumsanleitung der TU Dortmund.

Download am 04.06.14 unter:

<http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Milikan.pdf>

8 Anhang

- Auszug aus dem Messheft