

Versuch V504: Thermische Elektronenemission

Martin Bieker
Julian Surmann

Durchgeführt am 17.06.2014
TU Dortmund

1 Einleitung

In diesem Versuch wird die sogenannte Thermische Elektronenemission untersucht, dabei handelt es sich um die Auslösung von Elektronen aus einer Metalloberfläche mit Hilfe von thermischer Energie. Die Temperaturabhängigkeit dieses Vorganges ist von besonderem Interesse.

2 Theorie

Metalle besitzen eine sehr gute Leitfähigkeit, da praktisch alle auf den Kristallgitterplätzen sitzenden Atome ionisiert sind. Die daraus resultierenden freien Elektronen werden Leitungselektronen genannt. Das Potential der Gitterstruktur lässt sich als konstant betrachten. Damit lässt sich Metallplatte im Raum mit dem Potentialtopfmodell vergleichen. Die Elektronen können sich innerhalb des Metalles frei bewegen. Wenn ein Elektron den Leiter jedoch verlassen will, muss es eine Austrittsarbeit leisten, um die Potentialbarriere zu überwinden. Aus der Quantentheorie folgen zwei Bedingungen: Die Elektronen können nur diskrete Energiewerte annehmen und zu jedem Zustand mit einer Energie E_n darf es nur zwei Elektronen geben, die sich im Spin unterscheiden (Pauli-Verbot). Aus letzterer folgt, dass die Elektronen selbst bei $T = 0\text{ K}$ eine Energie besitzen müssen. In diesem Zustand bezeichnet man die maximale Energie eines Elektrons als Fermische Grenzenergie ζ . Diese ist abhängig von der Elektronendichte. Die Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\zeta}{kT}} + 1} \quad (1)$$

gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass ein möglicher Zustand mit der Energie E besetzt ist. Abbildung 1 zeigt den Verlauf der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion am Beispiel des absoluten Nullpunktes und einer Temperatur $T \gg 0$.

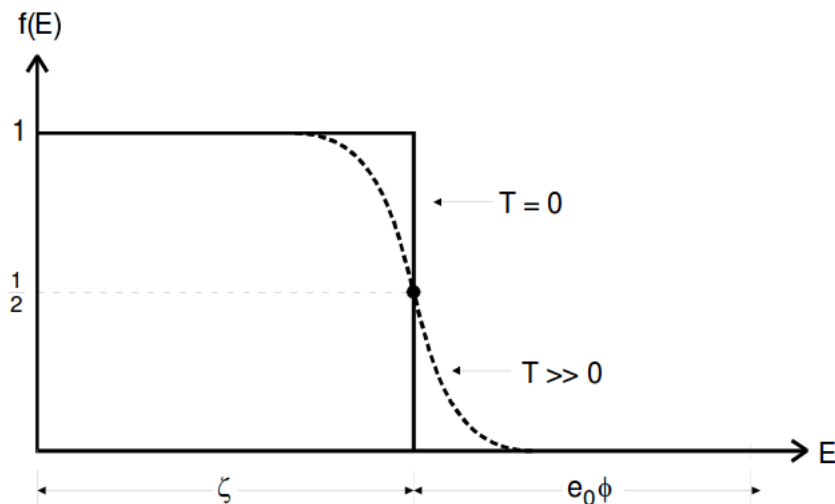


Abbildung 1: Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion bei verschiedenen Temperaturen [1]

Die Anzahl der Elektronen pro Volumeneinheit des Phasenraumes (aufgespannt durch

Impuls- und Ortskoordinaten) lässt sich mit Hilfe von

$$n(E) = \frac{2}{h^3} f(E) \quad (2)$$

berechnen. Die Richardson-Gleichung für die Stromdichte in Abhängigkeit von der Temperatur ergibt sich zu

$$j_s(T) = \frac{4\pi e_0 m_0 k^2}{h^3} T^2 e^{\frac{-e_0 \phi}{kT}}. \quad (3)$$

2.1 Die Hochvakuum-Diode

Eine Messung des Sättigungsstromes der emittierenden Metalloberfläche ist nur im Hochvakuum möglich, da die austretenden Elektronen sonst in Wechselwirkung mit den Gasmolekülen treten würden. Die Hochvakuum-Diode ist nicht nur evakuiert, in ihr lässt sich auch ein elektrisches Feld erzeugen.

Die Hochvakuum-Diode besteht aus einem evakuierten Glaskörper, in dem ein Draht angebracht ist. Durch eine angelegte Spannung fließt Strom durch diesen (Wolfram-)Draht, der so auf 1000-3000 K erhitzt wird. Zwischen der Glühkathode und einer gegenüber liegenden Anode kann mit einer weiteren angelegten Spannung das elektrische Feld erzeugt werden, um die freien Elektronen abzusaugen.

2.2 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Bei kleineren Anodenspannungen stellt man fest, dass der Anodenstrom bei gegebener Kathodentemperatur auch von der Anodenspannung abhängt. Ist die Spannung zu klein, erreichen also nicht alle emittierten Elektronen die Anode. Das Ohmsche Gesetz ist nicht nur bei Erreichen der Sättigungsspannung, sondern auch davor nicht gültig, denn die Elektronen führen eine beschleunigte Bewegung aus. Daher nimmt die Raumladungsdichte zur Anode hin ab. Der gemessene Diodenstrom ist kleiner als der zu erwartende, da die Raumladung das Feld von der Kathode abschirmt. Es ergibt sich das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz

$$j = \frac{4\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e_0}{m_0}} V^{\frac{3}{2}}}{9a^2}, \quad (4)$$

welches im Raumladungsgebiet (siehe 2.4) gültig ist.

2.3 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuumdiode

Aus Formel (4) folgt, dass für $V = 0$ auch $j = 0$ ist. Es wird allerdings auch bei ausgeschalteter Saugspannung noch ein Strom gemessen. Dieser entsteht aus der Eigengeschwindigkeit der Elektronen. Dadurch sind manche Elektronen sogar in der Lage, gegen eine Gegenspannung anzulaufen. Die Abbildung 2 zeigt das Potentialverhältnis zwischen der Kathode und der Anode.

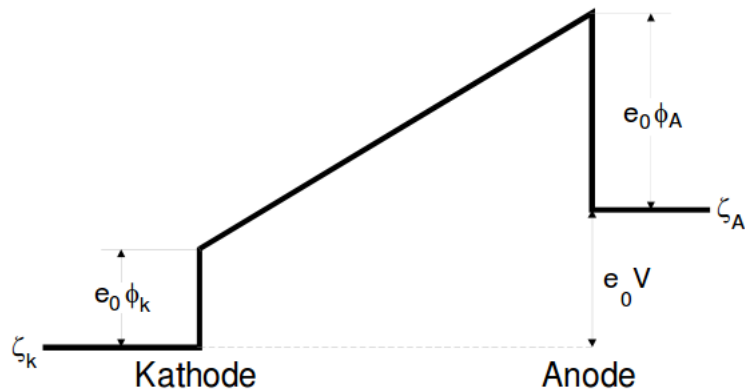


Abbildung 2: Potentialverhältnis im Anlaufstromgebiet [1]

Durch die leitende Verbindung werden die Fermi-Oberflächen auf das gleiche Potential gebracht, durch die angelegte Spannung um $e_0 V$ verschoben. Für den Anlaufstrom in Abhängigkeit vom äußeren Potential ergibt sich

$$j(V) = j_0 e^{-\frac{e_0 \Phi_A + e_0 V}{kT}} = C e^{-\frac{e_0 V}{kT}}. \quad (5)$$

2.4 Die Kennlinie einer Hochvakuumdiode

Unter der Kennlinie einer Hochvakuumdiode versteht man den Zusammenhang zwischen der Stromdichte j und dem angelegten Potential. Sie ist unterteilt in ein Anlaufstrom-, ein Raumladungs- und ein Sättigungsstromgebiet. Das Anlaufstromgebiet liegt bei $V < 0$ zeigt einen exponentiellen Zusammenhang zwischen I und V . Das Raumladungsgebiet schließt sich an das Anlaufstromgebiet an und wird dann vom Sättigungsstromgebiet abgelöst. Eine Kennlinie ist in Abbildung 3 zu sehen.

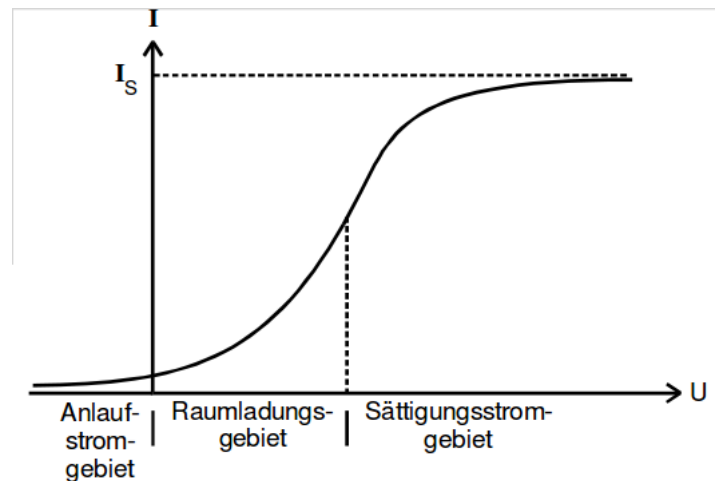


Abbildung 3: Kennlinie einer Hochvakuumdiode [1]

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Aufbau

Die bereits beschriebene Hochvakuumdiode wird mit zwei Netzteilen verbunden. Eines der Netzteile (Konstantspannungsgerät) wird an den Wolframdraht angeschlossen um diesen zu erhitzen. Das zweite Netzteil dient der Erzeugung der Saugspannung. Die beiden anliegenden Potentiale werden direkt an den Netzteilen von eingebauten Voltmetern abgelesen, der Heizstrom und der Anodenstrom mit Hilfe von eingebauten Amperemetern. Eine dritte Spannungsquelle ist in der Lage, eine Gegenspannung an die Elektroden anzulegen.

3.2 Erstellung der Kennlinienschar

Mit fünf verschiedenen Heizleistungen wird durch Einstellen verschiedener Saugspannungen und Ablesen der Stromstärke je eine Kennlinie aufgenommen. Dann wird versucht, den Sättigungsstrom I_S abzulesen.

3.3 Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

Bei maximaler Heizleistung wird eine Kennlinie aufgenommen und dort der Gültigkeitsbereich ermittelt. Aus den im Bereich liegenden Wertepaaren wird der Exponent der Strom-Spannungs-Beziehung ermittelt.

3.4 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Durch die Verwendung der dritten Spannungsquelle kann ein Gegenfeld aufgebaut werden, um so eine Kennlinie des Anlaufstrom-Gebietes zu ermitteln. Dabei soll die maximale Heizleistung verwendet werden.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung des Sättigungsstroms

Zur Bestimmung des temperaturabhängigen Sättigungsstroms der Diode wurde der Strom in Abhängigkeit vom der Spannung zwischen Anode und Kathode gemessen. Diese Daten befinden sich in Tabelle 1. In Abbildung 4 werden die ermittelten Kennlinien graphisch dargestellt.

Es ist erkennbar, dass der Strom innerhalb des untersuchten Spannungsbereichs das jeweilige temperaturabhängige Sättigungsniveau erreicht. Somit entspricht der Sättigungsstrom näherungsweise dem höchsten gemessenen Wert von I der jeweiligen Messreihe. Daher gilt:

- $I_{S1} = 440 \mu\text{A}$
- $I_{S2} = 248 \mu\text{A}$
- $I_{S3} = 129 \mu\text{A}$
- $I_{S4} = 58 \mu\text{A}$
- $I_{S5} = 22 \mu\text{A}$

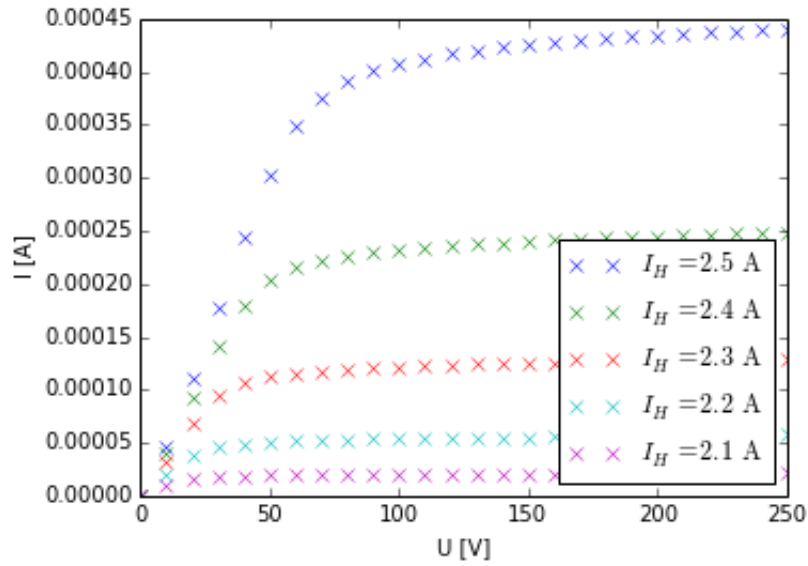


Abbildung 4: Kennlinie der Hochvakuumdiode in Abhängigkeit von der Temperatur.

4.2 Verifizierung Langmuir-Schottkyschen Gesetztes

In diesem Versuchsteil wird das Raumladungsgebiet der Kennlinie genauer untersucht. Hier soll der Exponent q der Strom-Spannungsbeziehung

$$I = k \cdot x^q$$

bestimmt werden. Dazu sind in Abbildung 5 sind die Messpunkte für die maximale Heizleistung ($I_H = 2.5 \text{ A}$) doppelt logarithmisch aufgetragen.

In dieser Darstellung ist der lineare Zusammenhang

$$\ln\left(\frac{I}{\text{A}}\right) = q \cdot \ln\left(\frac{U}{\text{V}}\right) + \ln\left(\frac{k}{\text{A V}^{-1}}\right)$$

erkennbar. Durch eine lineare Ausgleichsrechnung ergibt sich:

- $q = 1.1317 \pm 0.0011$
- $\ln\left(\frac{k}{\text{A V}^{-1}}\right) = -12.531 \pm 0.013$

Die durch diese Werte bestimmte Ausgleichsgerade ist ebenfalls in Abbildung 5 dargestellt. Die Abweichung von q zum Langmuir-Schottkyschen Gesetz mit

$$q_{theo} = \frac{3}{2}$$

beträgt:

$$\Delta q = \frac{|q_{theo} - q|}{q_{theo}} = 24.55 \%$$

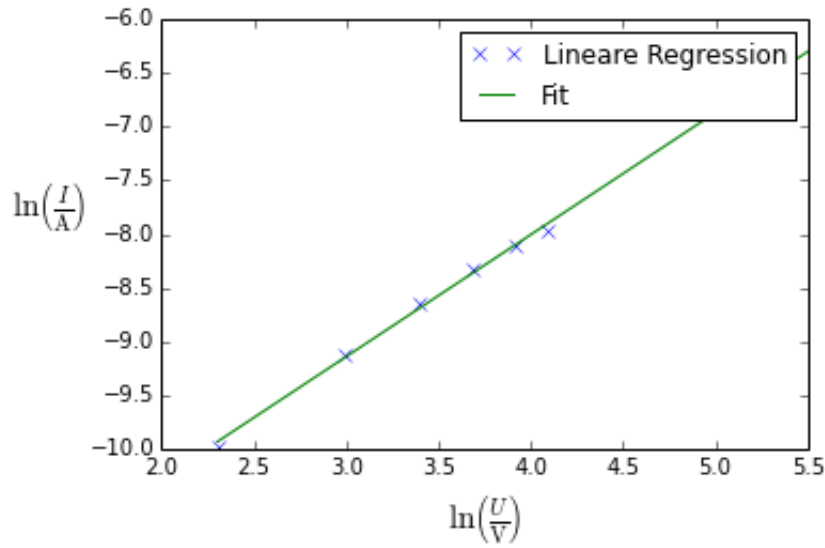


Abbildung 5: Doppelt-Logarithmische Darstellung der Diodenkennlinie im Raumladungsbereich mit $I_H = 2.5 \text{ A}$

4.3 Untersuchung des Anlaufstromgebiets

Tabelle 2 enthält den gemessenen Diodenstrom I in Abhängigkeit von der angelegten Gegenspannung U . Da aber das zur Messung des Stroms verwendete Amperemeter einen nicht vernachlässigbaren Innenwiderstand

$$R_i = 1 \text{ M}\Omega$$

besitzt, muss die gemessenen Werte für die Spannung zunächst korrigiert werden. Gemäß der Kirchhoffschen Maschenregel gilt für die Spannung zwischen Anode und Kathode:

$$U_{Korr} = U_{Messung} + I \cdot R_i$$

Die korrigierten Werte sind in Abbildung 6 graphisch dargestellt. Es zeigt sich der erwartete exponentielle Zusammenhang

$$I = C \cdot \exp\left(\frac{e_0 U}{k_b T}\right).$$

Daher werden die Messwerte in Abbildung 7 halb-logarithmisch aufgetragen. Es ergibt sich der folgende lineare Zusammenhang:

$$\ln\left(\frac{I}{A}\right) = \frac{e_0}{k_b T} \cdot U + \ln(C) = m \cdot U + b.$$

Durch eine lineare Regression wird die Steigung m der Geraden bestimmt. Es ergibt sich:

$$m = -4.198 \pm 0.004 = \frac{e_0}{k_b T} \Leftrightarrow T = (2764.2 \pm 2.7) \text{ K}$$

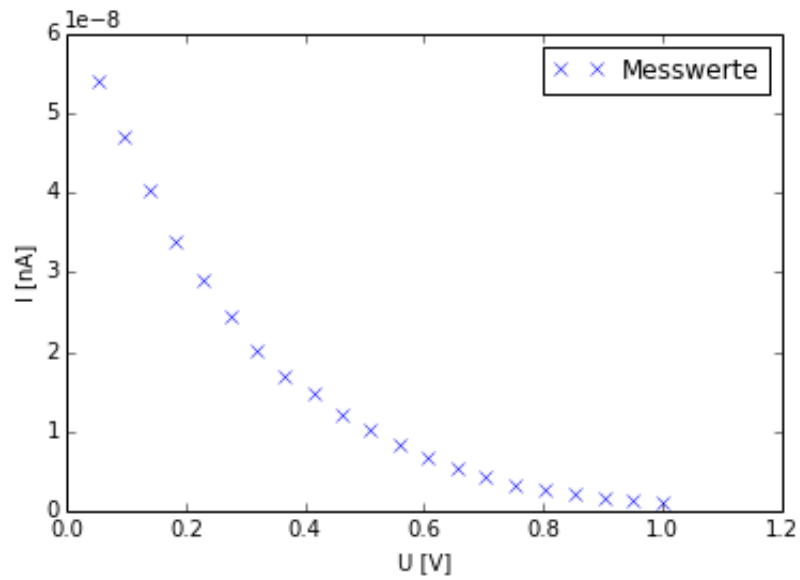


Abbildung 6: Strom in Abhängigkeit von der Gegenspannung im Anlaufstromgebiet der Diode.

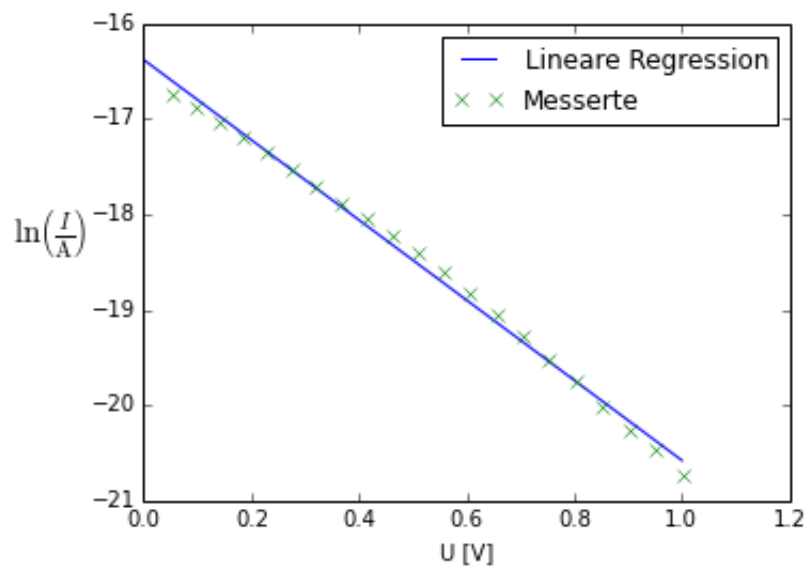


Abbildung 7: Halb-Logarithmische Darstellung des Stroms in Abhängigkeit von der Gegenspannung.

4.4 Bestimmung der Temperatur der Kathode

Aus einer Leistungsbilanz kann die Temperatur der Kathode bestimmt werden. Denn es gilt:

$$N_{el} = N_{WL} + N_{Str.}$$

Die Elektrische Heizleistung kann aus Heizstrom und Heizspannung berechnet werden. Die Strahlungsleistung kann durch das Stefan-Boltzmannsche Gesetz

$$N_{Str.} = A\eta\sigma T^4$$

ausgedrückt werden. Da die Fläche der Kathode

$$A = 0.32 \text{ cm}^2$$

die Stefan-Boltzmannsche Konstante

$$\sigma = \text{W}/(\text{cm}^2\text{K}^4)$$

und der Absorptionsgrad

$$\eta = 0.27$$

bekannt sind und der Energieverlust durch Wärmeleitung durch

$$N_{WL} = 1 \text{ W}$$

abgeschätzt werden kann, gilt für die Temperatur:

$$T = \sqrt[4]{\frac{U_H I_H - 1 \text{ W}}{A\eta\sigma}}.$$

Die Ergebnisse dieser Berechnungen befinden sich in Tabelle 3.

4.5 Berechnung der Austrittsarbeit des Kathodenmaterials

Aus den in den vorherigen Teilen der Auswertung bestimmten Werten für den Sättigungsstrom I_S der dazugehörigen Kathodentemperatur T kann mit Hilfe der Richardson-Gleichung (Formel ??) die Austrittsarbeit des Kathodenmaterials bestimmt werden. Es gilt:

$$W_A = -\log\left(\frac{I_S h^3}{e_0 m_0 k_b^2 T^2}\right) \cdot k_b T$$

Die mit dieser Formel berechneten Werte befinden sich in Tabelle 4. Es ergibt sich für den Mittelwert mit statistischen Fehler:

$$W_A = (6.32 \pm 0.05) \text{ eV}.$$

Die Kathode der in diesem Versuch verwendeten Diode besteht aus Wolfram. Der Literaturwert[2] für die Austrittsarbeit beträgt

$$W_A \approx 4.6 \text{ eV}$$

Damit berechnet sich die Abweichung des experimentell bestimmten Wertes vom Literaturwert zu

$$\Delta W_A = \frac{|W_A - \overline{W_A}|}{W_A} = 38.79 \%$$

5 Diskussion

Die Form der im ersten Versuchsteil aufgenommenen Kennlinien der Diode stimmte gut mit den theoretischen Erwartungen überein. Bis auf die Messreihe mit der maximalen Heizleistung wurde der Sättigungsstrom innerhalb des untersuchten Spannungsgebiets erreicht. Daher konnte I_S relativ einfach bestimmt werden. Der im zweiten Versuchsteil bestimmte Exponent der Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgleichung lag wie erwartet unter dem theoretischen Wert. Bei der Untersuchung des Anlaufstromgebiets zeigte sich der theoretisch vorausgesagte exponentielle Verlauf der Strom-Spannungskurve. Die durch Regression bestimmte Kathodentemperatur weicht aber signifikant von den Temperaturen ab, die mit Hilfe der Leistungsbilanz bestimmt wurden. Der Fehler entsteht wahrscheinlich durch eine unzureichende Genauigkeit bei der Messung des Anlaufstroms. Diese Messung war auf Grund des geringen Stromflusses sehr anfällig gegenüber Störungen in den Verbindungskabeln und dem Netzteil. Die Ergebnisse bei der Bestimmung der Austrittsarbeit von Wolfram gab es eine signifikante Abweichungen vom Theoriewert. Diese können größtenteils auf Fehler bei der Messung der Kathodentemperatur zurückgeführt werden.

6 Quellen

- [1] Entnommen der Praktikumsanleitung der TU Dortmund.
Download am 01.06.14 unter:
<http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V703.pdf>

7 Anhang

- Tabellen
- Auszug aus dem Messheft

$\frac{U}{V}$	$\frac{I_1}{\mu A}$	$\frac{I_2}{\mu A}$	$\frac{I_3}{\mu A}$	$\frac{I_4}{\mu A}$	$\frac{I_5}{\mu A}$
0	0	0	0	0	0
10	47	40	32	21	11
20	110	92	68	38	16
30	177	142	94	46	18
40	244	180	107	49	19
50	303	203	112	51	20
60	348	215	115	52	20
70	375	222	117	53	20
80	391	226	119	53	20
90	402	229	120	54	21
100	407	232	121	54	21
110	412	233	122	54	21
120	417	235	123	55	21
130	420	237	124	55	21
140	423	238	124	55	21
150	425	240	125	55	21
160	427	241	125	56	21
170	429	242	126	56	21
180	431	243	126	56	22
190	433	244	127	56	22
200	434	244	127	57	22
210	436	245	128	57	22
220	437	246	128	57	22
230	438	247	128	57	22
240	439	247	129	57	22
250	440	248	129	58	22

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Kennlinie der Diode bei verschiedenen Temperaturen.

$\frac{U}{V}$	$\frac{U_{korr}}{V}$	$\frac{I_1}{nA}$
0	0.054	54.00
0.05	0.097	47.00
0.10	0.140	40.25
0.15	0.184	34.00
0.20	0.229	29.00
0.25	0.275	24.50
0.30	0.320	20.25
0.35	0.367	17.00
0.40	0.415	14.75
0.45	0.462	12.20
0.50	0.510	10.20
0.55	0.558	8.25
0.60	0.607	6.70
0.65	0.655	5.35
0.70	0.704	4.25
0.75	0.753	3.35
0.80	0.803	2.65
0.85	0.852	2.05
0.90	0.902	1.60
0.95	0.951	1.30
1.00	1.001	1.00

Tabelle 2: Strom in Abhängigkeit von der (korrigierten) Gegenspannung im Anlaufstromgebiet.

$\frac{I_H}{A}$	$\frac{U_H}{V}$	$\frac{T}{K}$
2.50	4.90	2166
2.40	4.60	2106
2.30	4.30	2043
2.20	4.05	1984
2.10	3.80	1923

Tabelle 3: Messwerte zur Berechnung der Kathodentemperatur und die Ergebnisse.

$\frac{I_S}{\mu A}$	$\frac{T}{K}$	$\frac{W_A}{eV}$
440	2166	6.45
248	2106	6.37
129	2043	6.28
58	1984	6.22
22	1923	6.18

Tabelle 4: Messwerte zur Berechnung der Austrittsarbeit und die Ergebnisse.