Raport 2
Testowanie hipotez

LABORATORIUM STATYSTYKA STOSOWANA
Prowadzący laboratorium: dr Grzegorz Sikora

Boniatowska Martyna
nr. albumu: 249763

08.06.2020

1 Wstęp teoretyczny

W momencie, kiedy chcemy zweryfikwać pewną hipotezę, a dokładniej jej prawdziwość poddajemy ją testowaniu. Mówiąc o testowaniu warto wprowadzić kilka pojęć.

Hipoteza - to pewne twierdzenie wynikające z naszego pytania badawczego. Nasze pytanie badawcze z kolei wynika ze zgłębienia pewnego obszaru wiedzy jakiejś dziedziny nauki. Hipoteza zazwyczaj jest postawiona po to by ją potwierdzić lub odrzucić. W statystyce stawiamy zazwyczaj dwa rodzaje hipotez – zerową i alternatywną.

Hipoteza zerowa - jest to pierwsza hipoteza, i od jej postawienia przeważnie zaczyna się weryfikacja hipotez. Za hipotezę zerową przyjmujemy tą, którą poddajemy w wątpliwości i chcemy ją odrzucić jeśli tylko znajdziemy ku temu podstawę. Oznaczamy ją symbolem H_0

Hipoteza alternatywna - jest to hipoteza, którą jesteśmy skłonni przyjąć jeśli odrzucimy hipotezę zerową. Oznaczamy ją symbolem H_1.

Statystyka testowa - Aby podjąć próbę testowania hipotez, należy ustalić statystykę testową. Jest to zmienna losowa, której wartość obliczamy wykorzystując dane z próby. Zależnie od jej wartości podejmujemy decyzję o nieodrzuceniu bądź odrzuceniu hipotezy H_0 na rzecz hipotezy H_1. Statystyka testowa musi być zmienną, której rozkład, przy założeniu prawdziwości H_0, jest znany.

Obszar krytyczny - to taki podzbiór wartości, jakie może przyjmować statystyka testowa, że prawdopodobieństwo, iż wyliczona wartość statystyki testowej na podstawie pobranej próby należy do tego zbioru, jest równe α. Wartości wyznaczające zbiory krytyczne odczytujemy z tablic rozkładu jaki charakteryzuje statystykę testową w przypadku prawdziwości H_0.

P-wartość - jest to najmniejszy poziom istotności, przy którym obserwowana wartość statystyki prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej.

Jeśli przyjmiemy hipotezę, która jest prawdziwa lub odrzucimy hipotezę nieprawdziwą, podejmujemy decyzję słuszną. Weryfikując postawioną hipotezę możliwe jest także podjęcie decyzji błędnej. Jeśli odrzucimy hipotezę zerową, która jest prawdziwa, popełniamy **błąd I rodzaju**, jeśli natomiast przyjmiemy hipotezę zerową, która jest fałszywa a odrzucimy alternatywną, która jest prawdziwa popełniamy **błąd II rodzaju**.

Decyzję o podjęciu bądź odrzuceniu stawianej hipotezy podejmujemy po przeprowadzeniu pewnych procedur nazywanych testem statystycznym. Test wykonujemy wykorzystując dane z próby losowej, dlatego nie da się uniknąć czynnika losowego i musimy rozważyć prawdopodobieństwo podjęcia decyzji błędnej. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu I rodzaju nazywamy **poziomem istotności testu**. Natomiast dopełnienie do jedności prawdopodobieństwa popełnienia błędu II rodzaju nazywamy **mocą testu**.

Posiadając znajomość powyższych pojęć możemy przejść do testowania hipotez dla różnych przypadków.

2 Zadanie pierwsze

Zadanie polegało na zweryfikowaniu trzech hipotez, co do wartości μ, dla danych pobranych ze strony (dla populacji generalnej o rozkładzie normalnym $N(\mu, 0.2)$). Hipotezy należało przetestować na poziomie istotności $\alpha = 0.05$

- $\mu \neq 1.5$ (1)
- $\mu > 1.5$ (2)
- $\mu < 1.5$ (3)

Należało także wyznaczyć obszary krytyczne, p-wartości i zweryfikować co się stanie, gdy będziemy zwiększać lub zmniejszać poziom istotności α.

Zadanie zaczniemy od wyznaczenie hipotezy zerowej:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

Za statystykę testową w tym przypadku przyjmiemy:

$$Z = \frac{(\overline{X} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}$$

Za $\overline{X}$ przyjmujemy średnią z próby, natomiast n to długość badanej próby.Za statystykę dobrze jest przyjmować zmienną losową więc od tej pory będziemy przyjmować, że statystyka Z ma rozkład normalny $N(0, 1)$. Wiemy, że standardowy rozkład normalny będzie skupiał swoje wartości wokół zera, więc łatwo będzie zaobserwować jeżeli statystyka Z będzie przyjmować wartości nietypowe.

Podstawiając nasze wartości statystyka Z wynosi:

$$Z = \frac{(1.45 - 1.50)\sqrt{1000}}{0.2} = -7.04$$

Dla hipotezy (1) hipoteza alternatywna ma postać:

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Gdzie $\mu_0 = 1.5$.

Teraz należy zająć się wyznaczeniem obszaru krytycznego. Dla rozważanej hipotezy (1) ma on postać:

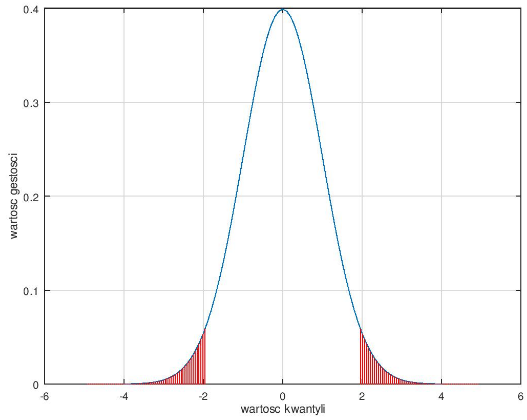
$$C = \{z \leqslant -z_{1-\alpha/2} \vee z \geqslant z_{1-\alpha/2}\}$$

Gdzie $z_{1-\alpha/2}$ jest kwartylem rzędu $1 - \alpha/2$ rozkładu normalnego.
Zobaczmy jaką postać przyjmują zbiory krytyczne w zależności od poziomu istotności α

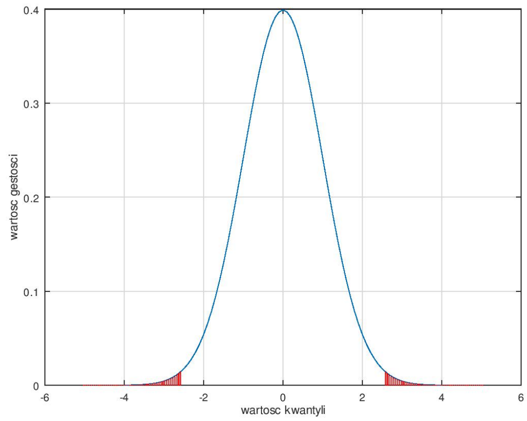
- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = (-∞,-1.96] $\bigcap$ [1.96,∞)
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = (-∞,-2.58] $\bigcap$ [2.58,∞)

- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = (-∞,-1.64] $\bigcap$ [1.64,∞)

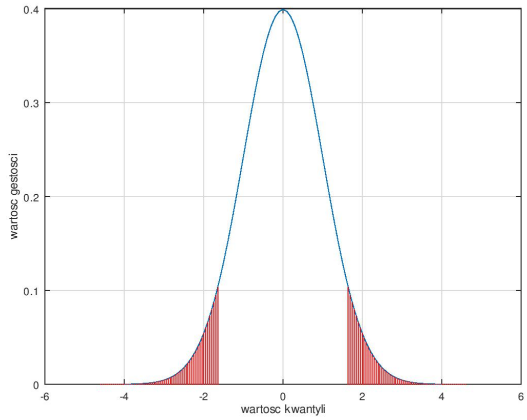
Zobaczmy jak zbiór ten prezentuje się na wykresie:



Rysunek 1: Zbiór krytyczney dla $\mu \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 2: Zbiór krytyczny dla $\mu \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 3: Zbiór krytyczny dla $\mu \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

Do obliczenia p-wartości skorzystamy ze wzoru:

$$2P_{H_0}(Z > |z|)$$

Dla hipotezy (1) p-wartość wynosi $1.9 * 10^{-12} \approx 0$

W dalszej części zadania zajmiemy się przetestowaniem kolejnej hipotezy alternatywnej, nie będziemy natomiast zmieniać statystyki zerowej H_0 ani statystyki testowej Z. Dla hipotezy (2) hipoteza alternatywna wygląda następująco:

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

Teraz wyznaczymy zbiory krytyczne, korzystając ze wzoru:

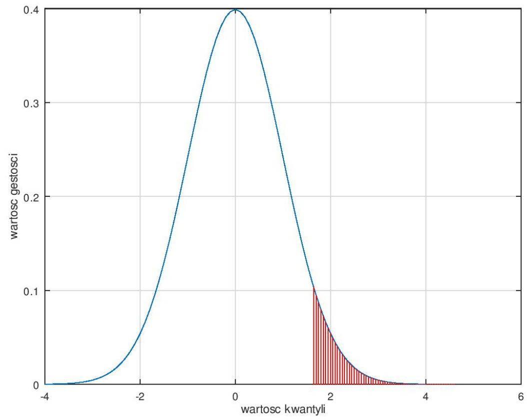
$$C = \{z \geqslant z_{1-\alpha}\}$$

Gdzie $z_{1-\alpha}$ to kwartyl rzędu $1 - \alpha$ standardowego rozkładu normalnego.

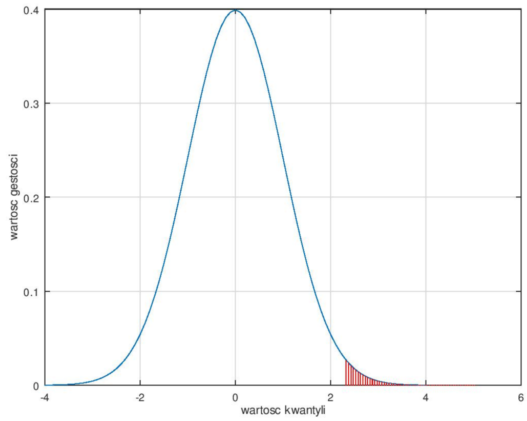
W tym przypadku również sprawdzimy wpływ wartości α na ich postać.

- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = [1.64,∞)
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = [2.33,∞)
- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = [1.28,∞)

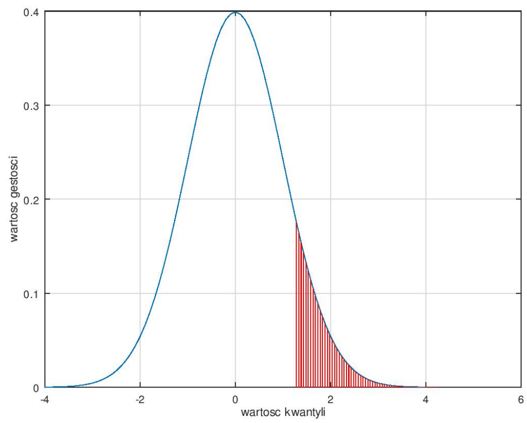
Następnie porównując wyniki na wykresach:



Rysunek 4: Zbior krytyczny dla $\mu > 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 5: Zbiór krytyczny dla $\mu > 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 6: Zbiór krytyczny dla $\mu > 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

Ostatnią rzeczą którą zbadamy przy tej hipotezie (2) jest jej p-wartość,którą otrzymamy przy pomocy wzoru:

$$P_{H_0}(Z > z)$$

Dla naszych danych wynosi ona dokładnie 1.00.

Na koniec przetestujemy hipotezę alternatywną (3). Tu również skorzystamy z wyznaczonej na początku statystyki Z oraz tej samej hipotezy zerowej H_0

Naszą hipotezę alternatywną zadamy sobie w postaci:

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

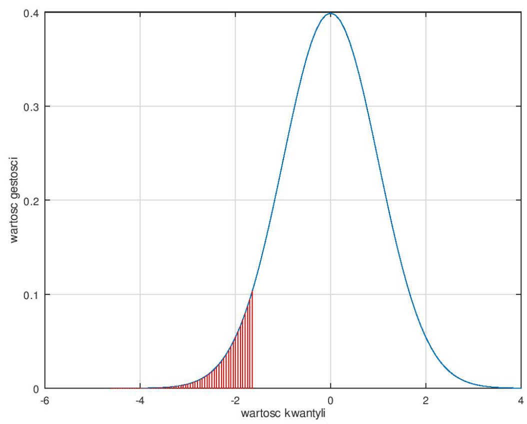
Tak jak w poprzednich przypadkach teraz przejdziemy do zbiorów krytycznych. Dla tej hipotezy alternatywnej wzór na zbiór krytyczny wygląda następująco:
Teraz wyznaczymy zbiory krytyczne, korzystając ze wzoru:

$$C = \{z \leqslant z_{1-\alpha}\}$$

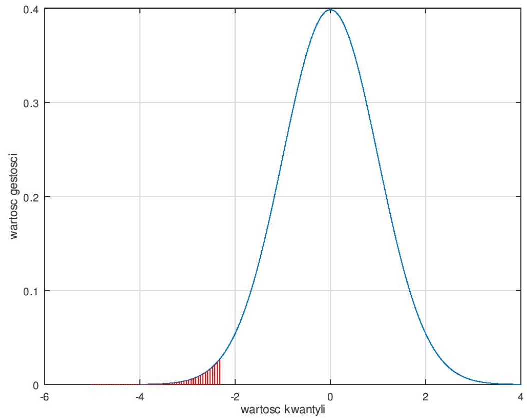
Gdzie $z_{1-\alpha}$ to kwartyl rzędu $1 - \alpha$ standardowego rozkładu normalnego.
Tym razem także przeprowadzimy analizę wpływu wartości α na postać zbioru krytycznego.

- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = (-∞,-1.64]
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = (-∞,-2.33]
- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = (-∞,-1.28]

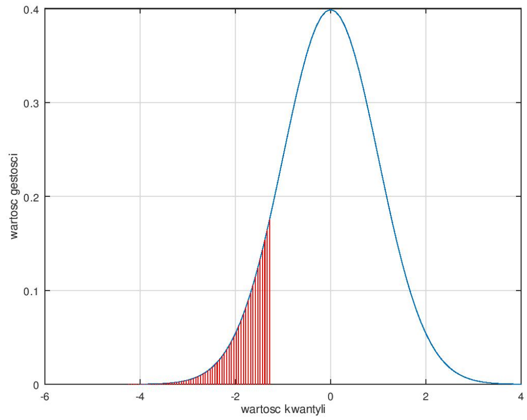
Na wykresach podane zbiory prezentują się następująco:



Rysunek 7: Zbiór krytyczny dla $\mu < 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 8: Zbiór krytyczny dla $\mu < 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 9: Zbiór krytyczny dla $\mu < 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

Na koniec również dla tej hipotezy (3) wyliczymy p-wartość, wykorzystując wzór:

$$P_{H_0}(Z < z)$$

Dla badanego przypadku otrzymujemy wartość $9.51 * 10^{-13} \approx 0$.

WNIOSKI

1. **Wpływ wartości α na zbiór krytyczny**

Analizując otrzymane przedziały, które opisują zbiory krytyczne dla różnych hipotez alternatywnych można zauważyć, że w każdym przypadku zmiana wartości parametru α wpływa na ich wygląd. Jako, że z definicji α to poziom istotności testu, czyli można go interpretować jako procent szans na uzyskanie statystyki z tego przedziału przy założeniu prawdziwości hiipotezy zerowej. Spodziewamy się, że obszar będzie tym większy im większa będzie nasza α ponieważ zwięszając procent szans, musimy zmienić coś co pozwoli nam taki procent uzyskać, i albo zwiększymy liczbę prób albo właśnie obszar. W naszym przypadku konsekwencją zmiany wartości parametru jest zmniejszenie (dla α

$= 0.01$) oraz zwiększenie (dla $\alpha = 0.1$) obszaru krytycznego. Możemy to zaobserwować na wykresach obrazujących obszary krytyczne dla poszczególnych hipotez, właśnie w zależności od tego parametru. Wnioskujemy, że im dokładniejszy chcemy otrzymać wynik tym mniejszy powinien być poziom istotności.

2. **P-wartości**

Zgodnie z definicją, którą przyjęliśmy p-wartością nazywamy najmniejszy poziom istotności α, przy którym zaobserwowana wartość statystyki testowej prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej. Spodziewamy się więc, że w przypadku hipotez alternatywnych, które wcześniej przyjęliśmy, p-wartości będą bliskie 0, a w przypadku odrzuconych - bliskie 1. Analizując otrzymane przez nas wyniki, gdzie dla hipotezy (1) i hipotezy (3) otrzymaliśmy te wartości zbliżone do zera, jesteśmy więc skłonni przyjąć te hipotezy jako prawdziwe w stosunku do hipotezy zerowej, którą w tym przypadku uznamy za fałszywą. Jednak w przypadku hipotezy alternatywnej (2) otrzymaliśmy p-wartość w okolicach 1 co świadczy o tym, że tą hipotezę uznamy za fałszywą na rzecz prawdziwej hipotezy zerowej.

3 Zadanie 2

Zadanie polegało na zweryfikowaniu trzech hipotez, co do wartości σ^2, dla danych pobranych ze strony (dla populacji generalnej o rozkładzie normalnym $N(0.2, \sigma^2)$). Hipotezy należało przetestować na poziomie istotności $\alpha = 0.05$

- $\sigma \neq 1.5$ (1)
- $\sigma > 1.5$ (2)
- $\sigma < 1.5$ (3)

Należało także wyznaczyć obszary krytyczne, p-wartości i zweryfikować co się stanie, gdy będziemy zwiększać lub zmniejszać poziom istotności α.

Zaczniemy od ustalenia hipotezy zerowej, którą będziemy poddawać pod wątpliwość:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

Gdzie $\sigma_0^2 = 1.5$

Teraz wyznaczymy charakterystykę testową. Jako, że poddajemy testowi hipotezę dotyczącą wariancji, nasza statystyka będzie zdefiniowana inaczej niż w przypadku testowania wartości μ. Dla tego przypadku ma ona postać:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

Gdzie S^2 jest wariancją z próby. W ten sposób skonstruowana statystyka jest również zmienną losową, jednak jej rozkład to rozkład χ^2 z $n-1$ stopniami swobody.

Dla naszych danych statystyka przyjmuje postać:

$$\chi^2 = \frac{(1000-1)(1.67)^2}{(1.5)^2} = 1111$$

Teraz zdefiniujemy pierwszą hipotezę alternatywną:

$$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

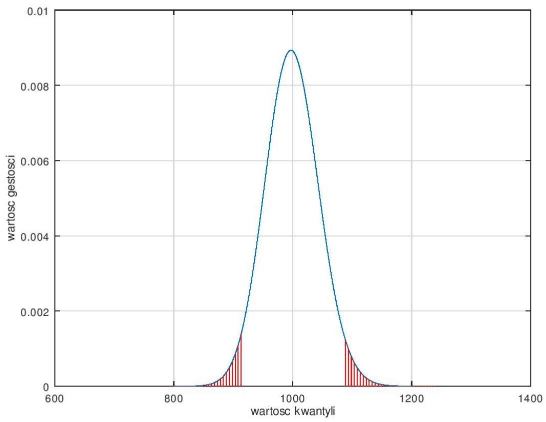
Zdefiniujmy wzór na obszar krytyczny hipotezy (1).

$$C = \{x^2 : x^2 \leqslant \chi^2_{\alpha/2,n-1} \vee x^2 \geqslant \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}\}$$

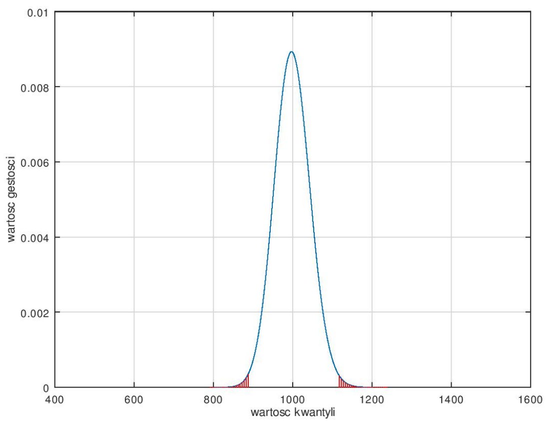
Wyznaczymy teraz zbiory krytycze w zależności od parametru α:

- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = (-∞,913] $\bigcap$ [1088,∞)
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = (-∞,888] $\bigcap$ [1118,∞)
- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = (-∞,927] $\bigcap$ [1074,∞)

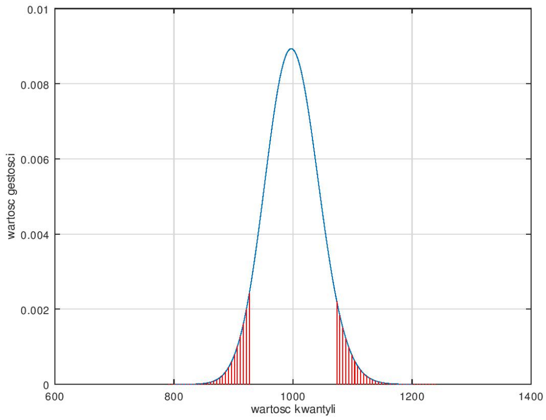
Zbiory krytyczne na wykresach prezentują się następująco:



Rysunek 10: Zbiór krytyczny dla $\sigma \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 11: Zbiór krytyczny dla $\sigma \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 12: Zbiór krytyczny dla $\sigma \neq 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

Teraz zajmiemy się wyznaczeniem p-wartości, korzystając ze wzoru:

$$2 * min(P1, P2)$$

Gdzie P1 to p-wartość dla $\mu < 1.5$ a P2 to p-wartość dla $\mu > 1.5$.
Dla tego konkretnego przypadku jest ona równa $0.015 \approx 0$.

Drugą testowaną hipotezą jest przypadek, kiedy hipoteza alternatywna ma postać:

$$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$

Teraz wyznaczymy zbiory krytyczne, korzystając ze wzoru:

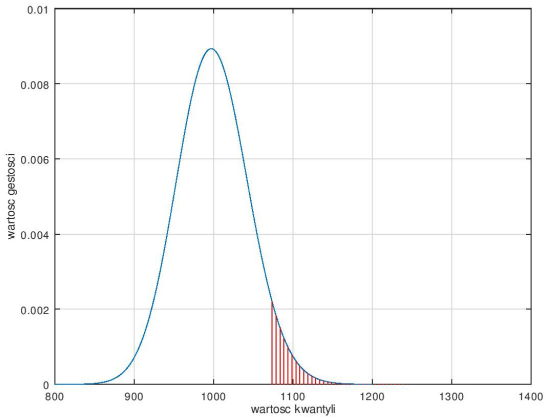
$$C = \{c^2 \geqslant x^2_{1-\alpha,n-1}\}$$

Gdzie $x^2_{1-\alpha}$ to kwartyl rzędu $1 - \alpha$ rozkładu χ^2 o $n - 1$ stopniach swobody.

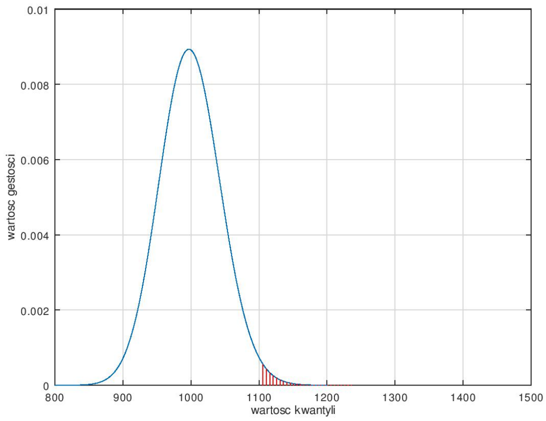
W tym przypadku również sprawdzimy wpływ wartości α na ich postać.

- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = [1074,∞)
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = [1106,∞)
- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = [1056,∞)

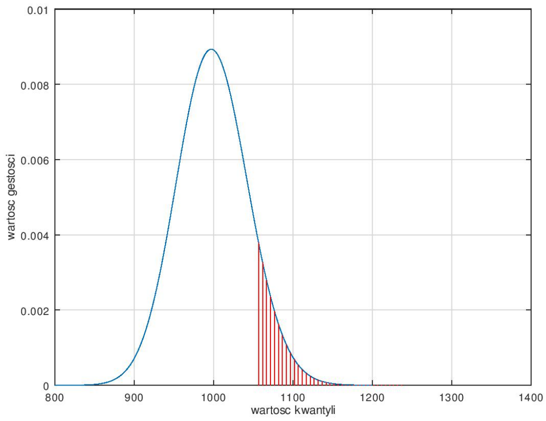
Zobaczmy jak wyliczone obszary prezentują się na wykresach:



Rysunek 13: Zbiór krytyczny dla $\sigma > 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 14: Zbiór krytyczny dla $\sigma > 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 15: Zbiór krytyczny dla $\sigma > 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

P-wartość wyznaczymy przy pomocy wzoru:

$$P_{H_0}(\chi^2 > x^2)$$

Dla naszego przypadku jest ona równa $0.9925 \approx 1$.

Teraz przetestujemy ostatnią rozważaną hipotezę alternatywną, a mianowicie tą postaci:

$$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$$

Teraz zajmiemy się wyznaczeniem zbiorów krytycznych, korzystając ze wzoru:

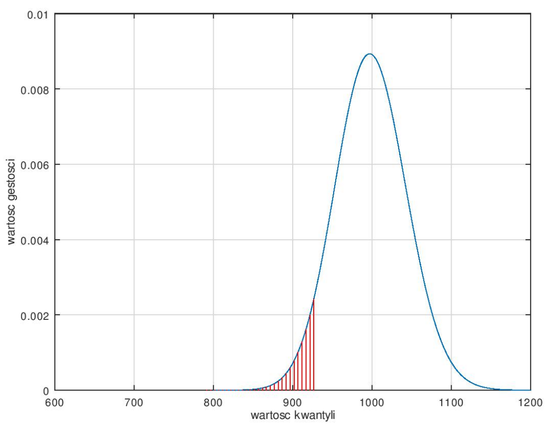
$$C = \{c^2 \geqslant x^2_{\alpha,n-1}\}$$

Gdzie x^2_α to kwartyl rzędu α rozkładu χ^2 o $n-1$ stopniach swobody.

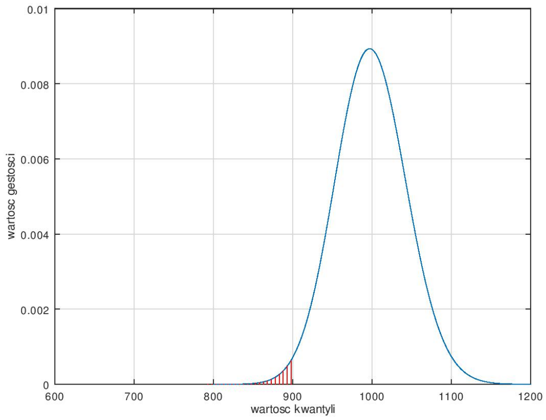
W tym przypadku również sprawdzimy wpływ wartości α na ich postać.

- Dla $\alpha = 0.05$ zbiór krytyczny ma postać C = (-∞,926]
- W przypadku $\alpha = 0.01$ otrzymujemy zbiór krtytczny postaci C = (-∞,898]
- $\alpha = 0.1$ zbiór C wygląda następująco C = (-∞,942]

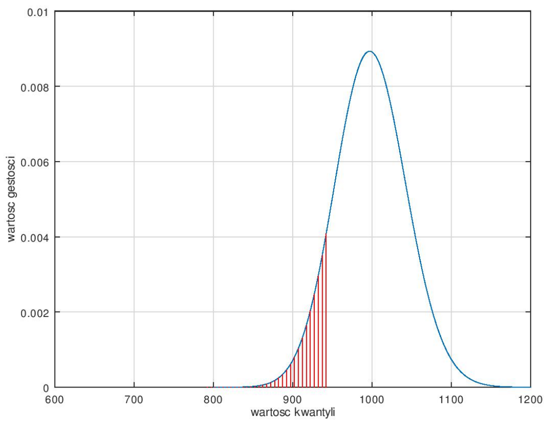
Zobaczmy jak wyliczone obszary prezentują się na wykresach:



Rysunek 16: Zbiór krytyczny dla $\sigma < 1.5$ dla $\alpha = 0.05$



Rysunek 17: Zbiór krytyczny dla $\sigma < 1.5$ dla $\alpha = 0.01$



Rysunek 18: Zbiór krytyczny dla $\sigma < 1.5$ dla $\alpha = 0.1$

P-wartość wyznaczymy przy pomocy wzoru:

$$P_{H_0}(\chi^2 < x^2)$$

Dla naszego przypadku jest ona równa $0.0075 \approx 0$.

WNIOSKI

1. **Wpływ wartości α na zbiór krytyczny**

Analizując otrzymane przedziały, które opisują zbiory krytyczne dla różnych hipotez alternatywnych o wartości σ^2 można zauważyć, że również w tym zadaniu w każdym analizowanym przypadku zmiana wartości parametru α miała wpływ na to jak wyznaczone zostały obszary. W naszym przypadku konsekwencją zmiany wartości parametru jest zmniejszenie (dla $\alpha = 0.01$) oraz zwiększenie (dla $\alpha = 0.1$) się obszaru krytycznego. Możemy to zaobserwować na wykresach obrazujących obszary krytyczne dla poszczególnych hipotez, to jak zmienia się zakres i wielkość obszaru krytycznego przez wzgląd na to jak dobraliśmy parametr α

2. **P-wartości**

Zgodnie z definicją p - wartości tym razem także spodziewamy się, że w przypadku hipotez alternatywnych, które przyjmiemy, p-wartości będą bliskie 0, a w przypadku odrzuconych - bliskie 1. Analizując otrzymane przez nas wyniki, gdzie dla hipotezy (1) i hipotezy (3) otrzymaliśmy te wartości zbliżone do zera, dostajemy informację, że te hipotezy jesteśmy skłonni przyjąć za prawdziwe a odrzucić hipotezę zerową. Jednak w przypadku hipotezy alternatywnej (2) otrzymaliśmy p-wartość w okolicach 1 co świadczy o tym, że tą hipotezę raczej odrzucimy na rzecz hipotezy zerowej.

4 Zadanie trzecie

W tej części należało wyznaczyć błędy pierwszego i drugiego rodzaju oraz moce testu. Pojęcia te zostały zdefiniowane we wstępie teoretycznym. Jednak wyjaśnimy po któtce jak zostanie wykonana symulacja umozliwiająca obliczenie błędów i mocy testów.

W przypadku błędu I rodzaju, symulacja będzie przebiegała następująco:

1. Ustalamy α oraz n = 1000.
2. Następnie generujemy próbę losową z rozkładu $N(\mu, \sigma)$, zgodną z hipotezą zerową, o wielkości n oraz wyznaczamy wartość statystyki testowej.
3. Wyznaczamy odpowiednie obszary krytyczne oraz faktyczne parametry μ lub $sigma$ wygenerowanej próby.
4. Symulację powtarzamy N = 1000 i zliczamliczamy, ile razy statystyka testowa wpada w obszar krytyczny.
5. Dzielimy wynik przez N, co daje nam prawdopodobieństwo tego zdarzenia.

W przypadku błędu II rodzaju, symulacja przebiegnie podobnie. Tym razem jednak ustalamy testowane parametry zgodne z daną hipotezą alternatywna, ale bliskie H_0. Ponownie wyznaczamy odpowiednie obszary krytyczne i statystyki, tym razem sprawdzając, czy statystyka testowa znajduje się poza obszarem krytycznym, sugerując, że fałszywa hipoteza zerowa jest prawdziwa.

Błąd I rodzaju dla testowania hipotez z zadania pierwszego

Hipoteza	Wartość α	Błąd I rodzaju
$\mu \neq \mu_0$	0.05	0.051
	0.01	0.011
	0.1	0.110
$\mu > \mu_0$	0.05	0.042
	0.01	0.010
	0.1	0.109
$\mu < \mu_0$	0.05	0.044
	0.01	0.007
	0.1	0.105

Tabela 1: Błąd I rodzaju dla μ

Błąd II rodzaju i moce testów dla testowania hipotez z zadania pierwszego

Hipoteza	Wartość μ	Błąd II rodzaju	Moc testu
$\mu \neq \mu_0$	1.48	0.1151	0.8849
	1.49	0.6475	0.3525
	1.51	0.6474	0.3526
	1.52	0.1150	0.8850
$\mu > \mu_0$	1.51	0.5252	0.4748
	1.52	0.0646	0.9354
	1.55	ok.0	ok.1
$\mu < \mu_0$	1.45	ok.0	ok.1
	1.48	0.0644	0.9356
	1.49	0.5252	0.4748

Tabela 2: Błąd II rodzaju oraz moce testu dla μ

Błąd I rodzaju dla testowania hipotez z zadania drugiego

Hipoteza	Wartość α	Błąd I rodzaju
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	0.05	0.052
	0.01	0.011
	0.1	0.110
$\sigma^2 > \sigma_0^2$	0.05	0.048
	0.01	0.012
	0.1	0.107
$\sigma^2 < \sigma_0^2$	0.05	0.049
	0.01	0.009
	0.1	0.102

Tabela 3: Błąd I rodzaju dla σ^2

Błąd II rodzaju oraz moce testów dla testowania hipotez z zadania drugiego

Hipoteza	Wartość σ^2	Błąd II rodzaju	Moc testu
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	1.47	0.9277	0.0723
	1.49	0.9485	0.0515
	1.51	0.9466	0.0534
	1.53	0.9249	0.0751
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	1.51	0.9334	0.0666
	1.52	0.9108	0.0892
	1.53	0.8835	0.1165
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	1.47	0.8845	0.1155
	1.48	0.9121	0.0879
	1.49	0.9322	0.0678

Tabela 4: Błąd II rodzaju oraz moce testu dla σ^2

WNIOSKI

1.**Błąd I rodzaju**

Jak wspomnięliśmy we wstępie, błędem pierwszego rodzaju nazywamy odrzucenie hipotezy zerowej, gdy ta jest prawdziwa, a jego prawdopodobieństwo poziomem istotności testu. Poziom istotności to parametr α i jak widzimy podczas testowania hipotez zarówno dla μ (tabela 1) jak i dla σ^2 (tabela 3) błędy pierwszego rodzaju wychodzą zbliżone, bądz równe wartości α, czyli dokładnie takie jak się spodziewaliśmy przed przystąpieniem do obliczania prawdopodobieństwa błędu, opierając się wyłącznie na definicji. Możemy postawić sobie jednak pytanie, czy można minimalizować ten błąd? Oczywiście można, jednak taki zabieg nie ma najmniejszego sensu, ponieważ aby otrzymać zerowe prawdopodobieństwo błędu, a więc nigdy nie odrzucać hipotezy zerowej musięlibyśmy ją przyjmować za prawdziwą nawet jeśli jest fałszywa, co kompletnie pozbawiłoby sensu wykonywania testowania tej hipotezy na rzecz innych hipotez alternatywnych.

1.**Błąd II rodzaju i moc testu**

Mówiąc o błędzie drugiego rodzaju mamy na myśli nieodrzucenie hipotezy zerowej gdy ta jest fałszywa. Oczekujemy, że moc testu będzie zwiększała się wraz ze wzorstem odległości a od a_0. Dla przypadku z zadania pierwszego, rzeczywiście taka sytuacja ma miejsce. Im dalej odsuwamy się na osi od $\mu_0 = 1.5$ tym większe moce testu obserwujemy. Analizując tabelę 4 widzimy, że również dla σ^2 została spełniona ta zależność. W tym przypadku modyfikacja mocy testu jest możliwa do wykonania i jej wykonanie jest jak najbardziej sensowe. Jeśli chcielibyśmy zwiększyć moc testu należałoby zwiększyć poziom istotności, jeśli jednak nie chcemy modyfikować tego parametru, innym sposobem zwiększenia mocy testu jest zwiększenie liczności próby.

Literatura

[1] Dr hab. inż. Krzysztof Burnecki *Wykłady ze statystyki stosowanej*, semestr letni 2019/2020

[2] strona internetowa: *Wikipedia*

[3] J. Koronacki i J.Mielniczuk, *Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych*, Warszawa, 2009e.