commentaires enseignant
global :
exercice 1 :
exercice 2 :
exercice 3 :

RAPPORT pour Denis LAPOIRE

Séance numéro : 1
Nom du groupe : G4 I1
Noms des auteurs : Mouad BOUMOUR
Nolan BIZON
Lucas GAVÉRIAUX

++

Exercice 1
Auteur principal : Nolan BIZON
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX

++

Dans un graphe, la somme des degrés des sommets composant le graphe doit être paire, or ici elle est égale à 15, donc impair : ce graphe est impossible à dessiner.
De plus, dans un graphe non orienté simple, le degré d'un sommet ne peut être supérieur ou égal au nombre total de sommets du graphe, or ici, 4 et 5 sont supérieurs ou égaux 4 .

++

Exercice 2
Auteur principal : Lucas GAVERIAUX
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Nolan BIZON

++

Montrons que $\sum_{x \in V_G} deg_G(x) = 2. |E_G|$ par récurrence sur le nombre d'arêtes de G :

INITIALISATION : Considérons le graphe $G = (V_G, E_G)$ avec aucune arête, *ie* $|E_G| = 0$.
Comme il n'y a aucune arête, le degré de chaque sommet vaut 0, donc $\sum_{x \in V_G} deg_{Gn}(x) = 0 = 2. |E_G|$

HÉRÉDITÉ : Considérons le graphe $G_n = (V_G, E_G)$ avec n arêtes, *ie* $|E_{Gn}| = n$. Supposons que, pour ce graphe, $\sum_{x \in V_G} deg_{Gn}(x) = 2. |E_{Gn}|$.

Considérons ensuite le graphe G_{n+1}, égal à G_n à l'exception d'une arête qui s'est ajoutée, ie $|E_{Gn+1}|$ = n+1. On a alors :

$$\begin{aligned}
\sum_{x\in VG} deg_{Gn+1}(x) &= \sum_{x\in VG} deg_{Gn}(x) + 2 \text{ (car en ajoutant une arête, on ajoute 2 degrés)} \\
&= 2.\,|E_{Gn}| + 2 \\
&= 2n + 2 \\
&= 2.\,(n+1) \\
\sum_{x\in VG} deg_{Gn+1}(x) &= 2.\,|E_{Gn+1}|
\end{aligned}$$

Ainsi, par récurrence, quelque soit le nombre d'arêtes, $\sum_{x\in VG} deg_G(x) = 2.\,|E_G|$.

Enfin, si G est un graphe orienté, on a les égalités suivantes :

$\sum_{x\in VG} deg_{e,G}(x) = |E_G|$

$\sum_{x\in VG} deg_{s,G}(x) = |E_G|$

++

Exercice 3

Question 1

Auteur principal : Lucas GAVERIAUX

Contributeur(s) : Nolan BIZON, Mouad BOUMOUR

++

V={ {1,2},{1,3},{1,4},{1,5},
{2,3},{2,4},{2,5},
{3,4},{3,5},
{4,5} }

E={ {{1,2},{3,4}},{{1,2},{3,5}},{{1,2},{4,5}},
{{1,3},{2,4}},{{1,3},{2,5}},{{1,3},{4,5}},
{{1,4},{2,3}},{{1,4},{2,5}},{{1,4},{3,5}},
{{1,5},{2,3}},{{1,5},{2,4}},{{1,5},{3,4}},
{{2,3},{4,5}},
{{2,4},{3,5}},
{{2,5},{3,4}} }

Le graphe est 3-régulier si chacun de ses sommets est de degré 3, c'est-à-dire si chacun de ses sommets est présent exactement 3 fois dans E, ce qui est bien le cas.

++

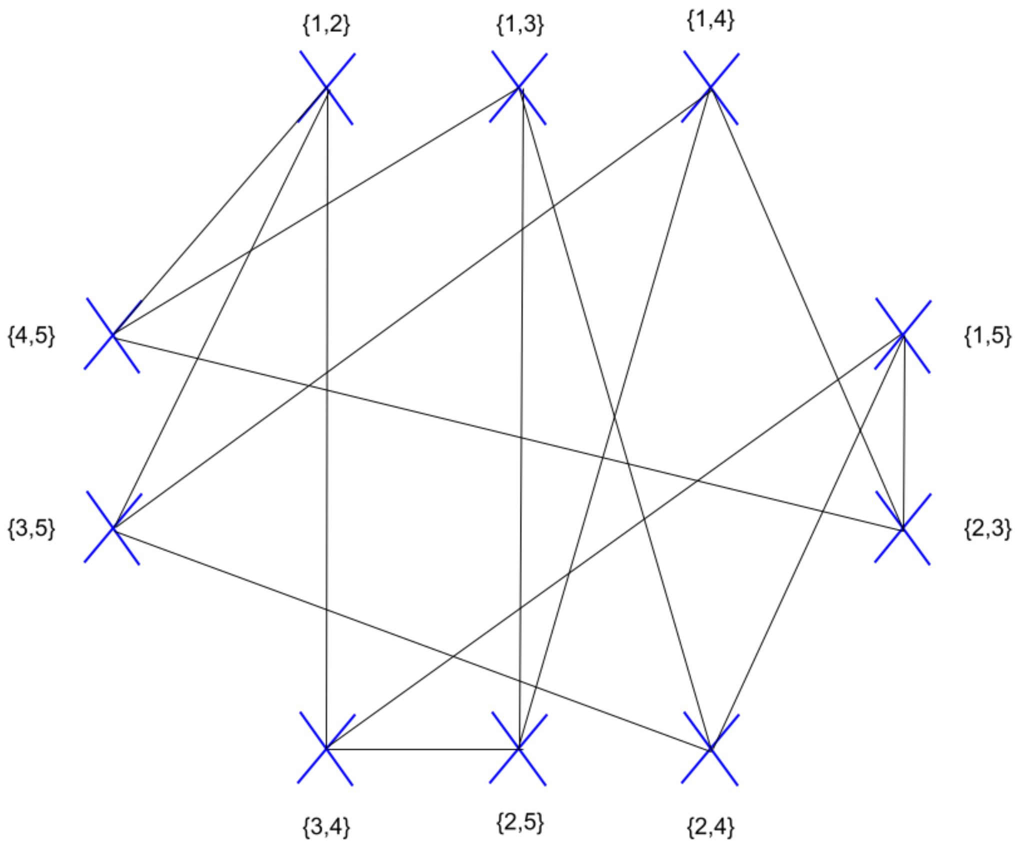
Exercice 3

Question 2

Auteur principal : Lucas GAVERIAUX

Contributeur(s) : Nolan BIZON, Mouad BOUMOUR

++



++

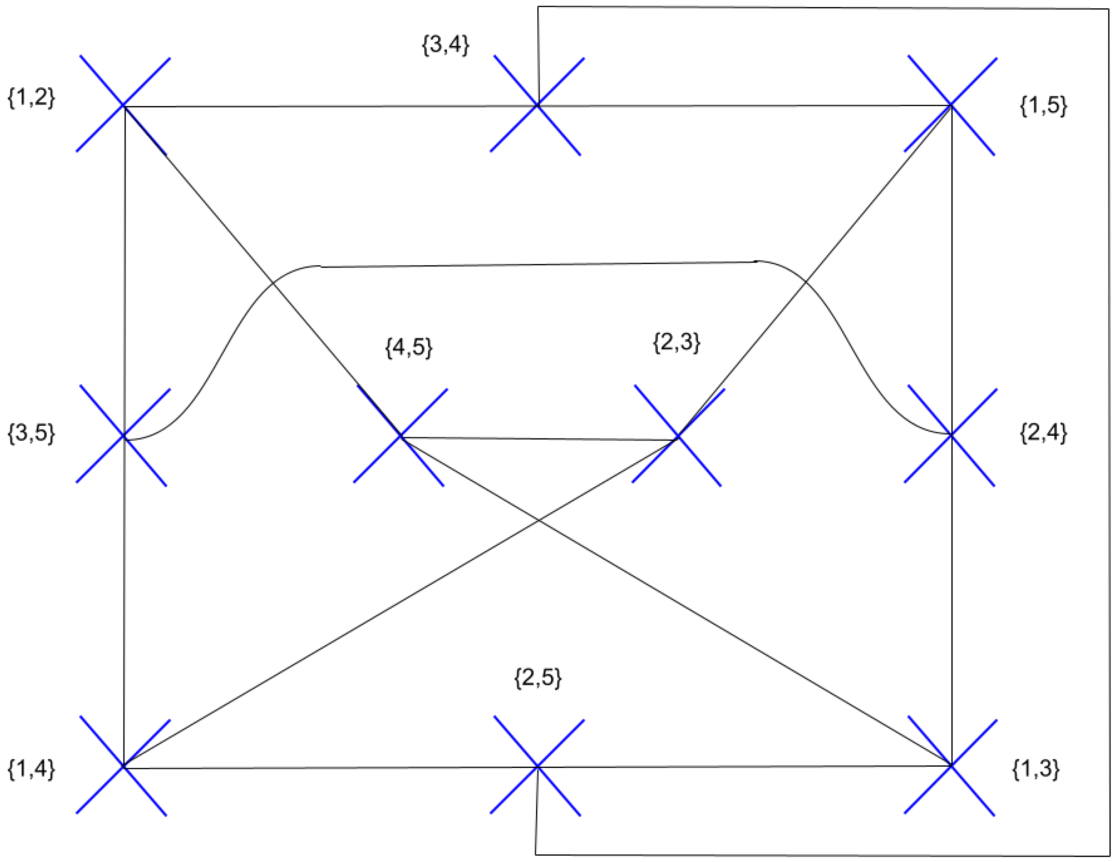
Exercice 3

Question 3

Auteur principal : Lucas GAVERIAUX

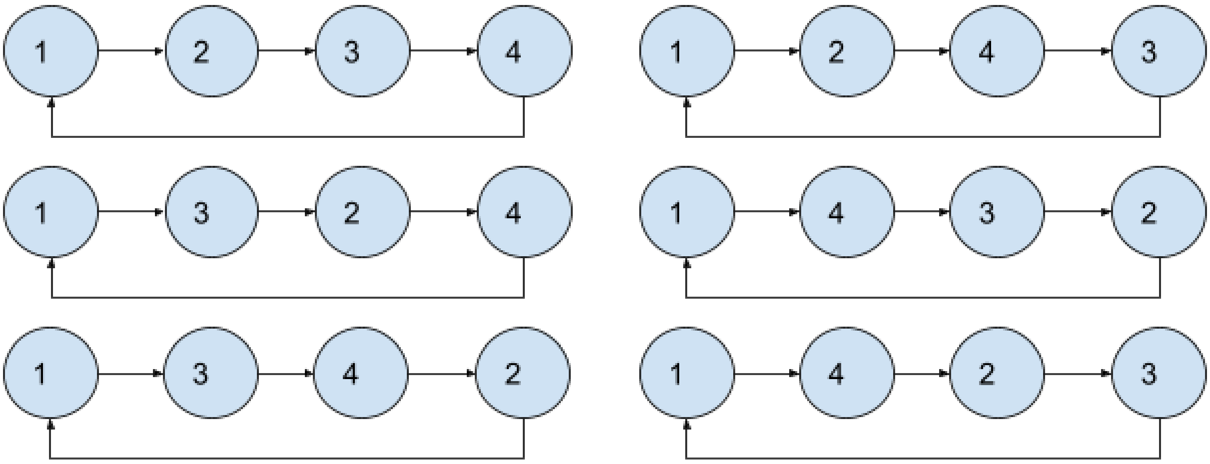
Contributeur(s) : Nolan BIZON, Mouad BOUMOUR

++



+++
Exercice 4
Question 1
Auteur principal : BIZON Nolan
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX
+++

Il existe (4-1)! = 3! = 6 graphes isomorphes au circuit (orienté simple) C4=([1,4],{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)})



+++
Exercice 4
Question 2
Auteur principal : BIZON Nolan
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX
+++

Il existe (n-1)! graphes isomorphes au circuit (orienté simple) Cn=([1,n],{(1,2),(2,3),...,(n-1,n),(n,1)}).

++
Exercice 4
Question 3
Auteur principal : BIZON Nolan
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX
++

$\boldsymbol{\Phi}$: $\{(i_1, \dots, i_n) \in [1,n]^n,\ k \neq j \Rightarrow i_k \neq i_j\} \rightarrow \{(i_1, \dots, i_n) \in [1,n]^n,\ k \neq j \Rightarrow i_k \neq i_j$ $,([1,n],\{(i_1,i_2),(i_2,i_3),\dots,(i_{n-1},i_n),(i_n,i_1)\}) \}$

$\{(i_1, \dots, i_n) \in [1,n]^n,\ k \neq j \Rightarrow i_k \neq i_j\}$ est de cardinal (n-1)!, $\boldsymbol{\Phi}$ étant une bijection*, alors on a que l'ensemble des Cn : $\{(i_1, \dots, i_n) \in [1,n]^n,\ k \neq j \Rightarrow i_k \neq i_j$ $,([1,n],\{(i_1,i_2),(i_2,i_3),\dots,(i_{n-1},i_n),(i_n,i_1)\}) \}$ est de cardinal (n-1)!

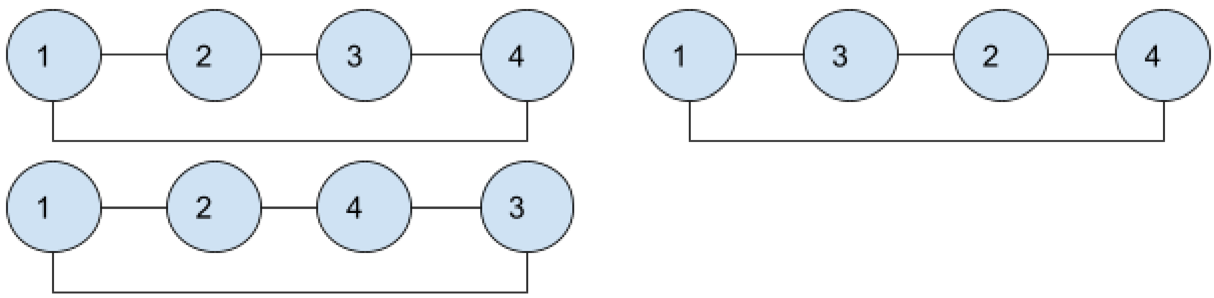
*Preuve bijectivité :

- Injectivité : Ker $\boldsymbol{\Phi}$ = $\{\varnothing\}$ Oui car une bijection de Cn est graphe ne peut être un graphe vide

- Surjectivité : Pour toutes bijections de Cn, il existe au moins une famille de sommet $(i_1, \dots, i_n) \in [1,n]^n,\ k \neq j \Rightarrow i_k \neq i_j$ telle que cette bijection suit le circuit $([1,n],\{(i_1,i_2),(i_2,i_3),\dots,(i_{n-1},i_n),(i_n,i_1)\})$

++
Exercice 4
Question 4
Auteur principal : BIZON Nolan
Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX
++

Il existe 3**(4-3) = 3 graphes isomorphes au circuit (non-orienté simple) C4=([1,4],{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)})



++

Exercice 4

Question 5

Auteur principal : BIZON Nolan

Contributeur(s) : Mouad BOUMOUR, Lucas GAVERIAUX

++

Il existe 3**(n-3) graphes isomorphes au circuit (non-orienté simple) Cn=([1,n],{(1,2),(2,3),...,(n-1,n),(n,1)}).

++

Exercice 5

Question 1

Auteur principal : Mouad BOUMOUR

Contributeur(s) : BIZON Nolan, Lucas GAVERIAUX

++

- soit F isomorphe de A dans B →F(A)=B
  soit G isomorphe de B dans C →G(B)=C
  on a G(F(A)) = C donc A et C sont aussi des isomorphes

  conclusion: A et B sont isomorphisme et B et C sont des isomorphismes alors A et C sont aussi isomorphismes. (*)

- H = normalisation(G) → H ~ G (H et G sont des isomorphismes)

  conclusion: une normalisation est une isomorphe (**)

- Equivalence:
  On a G et normalisation(G) sont isomorphe (d'après (**))
  et H et normalisation(H) sont isomorphe (d'après (**))
  donc :
  G et H sont des isomorphes **ssi** normalisation(H) et normalisation(G) sont des isomorphes. (d'après (*))

- Implication inverse:
  soit G et H sont des isomorphes :
  on a G et normalisation(G) sont isomorphe (d'après (**))
  et H et normalisation(H) sont isomorphe (d'après (**))
  donc normalisation(H) et normalisation(G) sont des isomorphes. (d'après (*))

++

Exercice 5
Question 2
Auteur principal : Mouad BOUMOUR
Contributeur(s) : BIZON Nolan, Lucas GAVERIAUX
++

- la complexité en temps minimale de notre solution va être supérieur ou égale la complexité le plus optimale de l'algorithme qui resoud le problème d'isomorphisme dans l'histoire de l'informatique .

  donc T(n)> $2^{log(n)}$,tel que n est le nombre de sommet du graphe.

++
Exercice 5
Question 3
Auteur principal : Mouad BOUMOUR
Contributeur(s) : BIZON Nolan, Lucas GAVERIAUX
++

Fonction sont_isomorphisme(G:graphe, H:graphe) : booléen

```
    Début
        n←nombreSommet( G )
        Si ( n != nombreSommet( H ) ) Alors
            Retourner Faux
        //normalisation de G et H pour rendre l'ensemble de recherche limité
        G←normalisation( G )
        H←normalisation( H )
        //Test pour le cas de départ (si le deux normalisations arbitraires sont égaux)
        Si ( égal( G, H ) ) Alors
            Retourner Vrai
        p←identité( n )
        // Parcours de tous les isomorphes normalisées
        Tantque ( admetSuivante(p) ) Alors
            p = suivante ( p )
            G←renomage( G, p)
            Si ( égal( G, H ) ) Alors
                Retourner Vrai
        Fintantque
        // Cas ou G et H ne sont pas des isomorphismes
        Retourner Faux
    Fin
```

++

Exercice 5

Question 4

Auteur principal : Mouad BOUMOUR

Contributeur(s) : BIZON Nolan, Lucas GAVERIAUX

++

Le nombre de permutation possible pour un graphe de n sommets est : n!
donc si on a supposé que la complexité des sous-fonctions prédéfinie est linéaire on peut conclure que la complexité de notre alge dans les pires de cas (où les graphes ne sont pas isomorphes) est factorielle T(n) = O(n!) , tel que n est le nombre de sommet.