Liens
Supports pédagogiques cours et exercices
https://drive.google.com/drive/u/0/folders/1IHsJA4WINKqjkiW3v4udx4EUYR8c6Uzv

composition & répertoire de travail de votre équipe : email de M. Lapoire du 24/1/2022

**Séance 1**
**mercredi 26 janvier de 13h50 à 16h50**

**LECTURE**
Lire attentivement le chapitre 1 du cours.

**EXERCICES A RENDRE : page suivante**

**Rappels :** pour tout entier n, [1,n] désigne l'intervalle d'entiers {1,2,..,n} ; [1,0] désigne ∅. Une *permutation* est une bijection d'un ensemble vers lui-même. Une *paire* est un ensemble de cardinalité 2. Ainsi, {1,2} est une paire ; {1,1} n'en est pas une!. Deux ensembles sont *disjoints* si leur intersection est vide.

**exercice 1 (6 minutes)**

Dessiner un graphe simple non orienté ayant exactement 4 sommets de degré respectivement 2,4,4 et 5. Si vous n'y arrivez pas, expliquez pourquoi.

**fin_exercice**

**exercice 2 (5 minutes)**

Soit G un graphe orienté ou non orienté.

Démontrer que : $\sum_{x\in V_G} deg_G(x) = 2.|E_G|$

Si G est un graphe orienté. Que vaut $\sum_{x\in V_G} deg_{e,G}(x)$ ? $\sum_{x\in V_G} deg_{s,G}(x)$ ?

Ici, $deg_{e,G}(x)$ désigne le degré entrant de x dans G. $deg_{s,G}(x)$ le degré sortant.

**fin_exercice**

**exercice 3 (20 minutes)**

Le graphe `Mystère` est le graphe simple non orienté égal au couple (V,E) où l'ensemble de sommets V est l'ensemble des paires d'éléments parmi {1,2,3,4,5} et où l'ensemble d'arêtes E contient toute **paire** {u,v} de sommets si u et v sont disjoints.

1. Que vaut V ? Que vaut E ? Vérifier que `Mystère` est 3-régulier.
2. Dessiner le graphe `Mystère` le plus rapidement possible. Placer 10 croix, nommer les au hasard et tracer les traits nécessaires : utiliser par exemple **une copie** du fichier "10 sommets" placé dans le répertoire séance.
3. Dessiner le graphe `Mystère` le plus joliment possible. Placer ce dessin dans un fichier google drawing dont le titre est Concours Mystère <numéro de votre groupe>.

**fin_exercice**

**exercice 4 (20 minutes)**

Tous les graphes ici ont un ensemble de sommets de la forme un intervalle d'entiers de la forme [1,n]. Sous cette hypothèse, le nombre de graphes isomorphes à un graphe donné est fini.

1) Dessiner l'ensemble des graphes isomorphes au circuit (orienté simple) C4=([1,4],{(1,2),(2,3),(3,4),(4,1)}). Combien en existe t-il?
2) Pour tout entier n>1, combien existe t-il de graphes isomorphes au circuit Cn=([1,n],{(1,2),(2,3),...,(n-1,n),(n,1)})?
3) Pour prouver la propriété 2), établissez une bijection entre un ensemble dont vous connaissez la cardinalité et l'ensemble des graphes isomorphes à Cn.
4) Dessiner l'ensemble des graphes isomorphes à la chaîne (non orienté simple) CH4=([1,4],{{1,2},{2,3},(3,4},{4,1)}). Combien en existe t-il?
5) Pour tout entier n>1, combien existe t-il de graphes isomorphes à la chaîne CHn=([1,n],{{1,2},{2,3},...,(n-1,n},{n,1)}) ? Prouver le !

**fin_exercice**

**exercice 5 (20 minutes) Résolution de ISOMORPHISME**

Nous supposons disposer des fonctions suivantes de complexité en temps linéaires :

- `nombreSommet(G)` qui retourne le nombre de sommets de G.
- `égal(G,H)` qui décide si deux graphes sont égaux.
- `renommage(G,ϕ)` qui retourne le graphe H obtenu à partir du graphe G en renommant les sommets de G selon la bijection ϕ.
- `normalisation(G)` qui retourne un graphe H obtenue en renommant les sommets de G selon une bijection arbitraire à images dans l'intervalle d'entiers [1,n] où n est égal à `nombreSommet(G)`.

Nous supposons en outre qu'est fourni le type `permutation` composé des primitives suivantes, supposés toutes de complexité en temps linéaire :

- `fonction identité(n:entier): permutation` qui retourne la permutation identité sur [1,n]
- `fonction suivante(p : permutation): permutation` qui retourne la permutation suivante de p selon $<_n$ si elle existe.
- `fonction admetSuivante(p : permutation): booléen` qui indique si la permutation p admet une permutation suivante selon $<_n$.
  où $<_n$ est un ordre total des permutations sur [1,n] admettant comme premier élément la permutation identité (1,2,...,n).

Répondre aux questions suivantes:

1. Etablir que deux graphes G et H sont isomorphes si et seulement si normalisation(G) et normalisation(H) le sont.
2. En supposant que vous allez réussir à résoudre la question suivante, quelle est la complexité en temps minimale de votre solution ?
3. Ecrire un algorithme d'écriture simple qui résout le problème **`ISOMORPHISME`**.
4. Evaluer sa complexité en temps.

**fin_exercice**