



Klassifikation der Schwierigkeitsgrade von Sudokus mit Methoden des maschinellen Lernens



- ▶ Sudokus finden sich überall
- ▶ Unterschiedliche Bewertungsskalen
- ▶ Unterschiedliche Einteilungsverfahren
- ▶ Sudokus sind zur Bearbeitung mit Computern prädestiniert
- ▶ Bisher kein Verfahren zur Einteilung mit maschinellern Lernen



- ▶ Sudoku hat nur eine Regel
- ▶ In jeder Zeile, jeder Spalte und jedem Block muss jede Ziffer von 1 bis 9 genau einmal vorkommen
- ▶ Jedes Sudoku hat eine eindeutige Lösung
- ▶ Das Sudoku gilt dann als gelöst, wenn alle Felder ausgefüllt sind



- ▶ Lösungsmethoden sagen viel über den Schwierigkeitsgrad aus
- ▶ Jeder Spieler benutzt Lösungsmethoden
- ▶ Kandidatenlisten erleichtern das Finden von Zahlenkonstellationen, die Voraussetzung für bestimmte Lösungsmethoden sind
- ▶ Es gibt viele verschiedene Lösungsmethoden, grob werden zwei Kategorien unterschieden

2 7	1 9	2 5 7
4	8	3
2 7	6 9	2 7

Hidden Single



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

2 5	2 5	2	1	4	2	6	3	2
7 9	8 9	7 8		7				8 9
1 2 3	1 2	1 2	5	2 3	2 6	4	7	1 2
6 9	8 9	8						8 9
1 2 3	1 2	1 2	2 3	2 3	9	1 2	2	5
7	6 4	4	7 8	7		8		
2	3	2	2	1	2 5	8	2 5 6	4
7 9	7	7	7 9	7				
1 2	1 2	6	4	8	3	9	2 5	2
7							7	
4	2	5	2	6	2	2 3	1	2 3
	8 9		7 9	7	7		7	
8	1 2 4 5	1 2 4	6	2 3 7 9	1 2 7	1 2 3 5	2 4 5	1 2 3 7 9
1 2 5	7	3	2 9	2 9	8	1 2 5	2 4 5 6 9	1 2 6 9
1 2	6	9	2 3 7	5	4	1 2 3 7	2 8	1 2 3 7 8

Pointing Pair / Triple



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

4 5 6	7	3	1	8	6 9	4	5 6 9	2
1	9	8	2	4 6 7	5	4 7	6 7	3
4 5 6	4 5 6	2	4 6 7 9	6 7 9	3	4 7 8 9	5 6 7 8 9	1
4 5 6 8	3	4 5 6	6 8 9	6 9	7	1	2	4 5 8 9
2 5 8	2 5 8	7	3	1	4	6	5 8 9	5 8 9
2 4 6 8	1	9	5	2 6	2 6 8	4 7 8	3	4 7 8
2 4 5 6 7 8 9	2 4 5 6 8	1	4 6 8 9	4 5 6 9	2 6 8 9	3	6 7 8 9	6 7 8 9
3	5 6 8	5 6	7	5 6 9	1	2	4	6 8 9
2 4 6 7 8 9	2 4 6 8	4 6	3	2 6 8 9	5	1	6 7 8 9	6

Two-String-Kite



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

4 ³	2	6	7 ¹	8 ⁵	1 ⁴	9 ¹	3 ⁵
1	9	5 ⁸	4	2 ⁵	3	2 ⁷	2 ⁵
4 ³	5 ⁸	7	1 ⁵	9 ⁶	2 ⁴	1 ²	2 ³
3 ¹	3 ⁶	9	2 ⁶	8	5	1 ²	4
5	4	2	3	7	1	6	8
7	1 ⁶	1 ⁸	9	4	2 ⁶	3	1 ²
9	7	3	1 ²	6	4	5	8
2 ⁶	1 ⁵	1 ⁵	8	3	9	2 ⁴	7
2 ⁶	6 ⁸	4	1 ²	7	9	3	1 ²

XY-Wing



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

5	1	9	4	7	6	8	2	3
<small>7 8</small>	6	2	<small>3 5 9</small>	<small>5 8 9</small>	<small>3 8</small>	<small>7 9</small>	1	4
<small>7 8</small>	4	3	<small>2 9</small>	1	<small>2 8 9</small>	5	6	<small>7 9</small>
2	<small>3 9 7</small>	<small>6 7</small>	<small>3 6 9</small>	<small>6 9</small>	5	4	8	1
1	5	<small>4 6 7</small>	<small>2 3 6 4 7</small>	<small>2 6 8</small>	<small>2 3 4 7 8</small>	<small>3 6 7</small>	9	<small>6 7</small>
<small>4 6</small>	<small>3 9</small>	8	1	<small>4 6 9 7</small>	<small>4 6 9 7</small>	<small>3 6 7</small>	5	2
<small>6 9</small>	7	5	<small>2 6 9</small>	<small>2 4 6 9</small>	<small>2 4 9</small>	1	3	8
3	8	1	<small>5 6 7 9</small>	<small>5 6 9</small>	<small>7 9</small>	2	4	<small>6 9</small>
<small>4 6 9</small>	2	<small>4 6</small>	8	3	1	<small>6 9</small>	7	5



- ▶ Merkmalsvektor
- ▶ n-dimensionaler Vektor
- ▶ Repräsentation eines Objekts
- ▶ Ein Eintrag steht für eine Eigenschaft des beschriebenen Sudokus
- ▶ Featurevektoren sind die Eingabe des Klassifikationsalgorithmus

Wie werden Featurevektoren erzeugt



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- ▶ Am Anfang bekannte Zahlen
- ▶ Einträge der Kandidatenlisten
- ▶ Hinzugefügte Zahlen
- ▶ Entfernte Zahlen
- ▶ Unterschiedliche Lösungswege für Sudokus möglich
- ▶ Einfachster Lösungsweg gesucht
- ▶ Ungelöste Felder
- ▶ Insgesamt 261 Features



- ▶ Fast gleiche Sudokus mit vertauschten Zahlen
- ▶ Gleicher Schwierigkeitsgrad
- ▶ Unterschiedliche Featurevektoren bei gleichem Lösungsweg



- ▶ Fast gleiche Sudokus mit vertauschten Zahlen
- ▶ Gleicher Schwierigkeitsgrad
- ▶ Unterschiedliche Featurevektoren bei gleichem Lösungsweg
- ▶ Lösung?



- ▶ Fast gleiche Sudokus mit vertauschten Zahlen
- ▶ Gleicher Schwierigkeitsgrad
- ▶ Unterschiedliche Featurevektoren bei gleichem Lösungsweg
- ▶ Sortierung der Features nach Häufigkeit
- ▶ Kein relevanter Informationsverlust
- ▶ Gleicher Featurevector auch bei vertauschten Ziffern

Entkopplung von konkreten Zahlen (Beispiel)

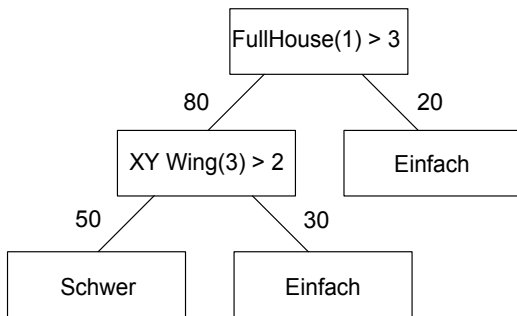


TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- ▶ Beispiel des Featurevectors einer Methode
 $(1, 0, 4, 15, 3, 0, 9, 2, 0)^T$
- ▶ Vertauchte Ziffern 7 und 8
 $(1, 0, 4, 15, 3, 0, 2, 9, 0)^T$
- ▶ Nach der Sortierung nach der Häufigkeit
 $(15, 9, 4, 3, 2, 1, 0, 0, 0)^T$



- ▶ Genauer Algorithmus, der auch Einblicke in die Klassifikationsgrundlage liefert
- ▶ Erstellt mit den Trainingsdaten einen Entscheidungsbaum





- ▶ Fremdsoftware für Klassifizierer und Lösungsmethoden
- ▶ Für den Klassifizierer: Weka¹, J48 Klassifizierer
- ▶ Für die Lösungsmethoden: Hodoku²
- ▶ Beide Projekte stehen unter der GPLv3 Lizenz
- ▶ Eigene Software in Java
- ▶ Extrahierung der Featurevektoren und Verbindung der Projekte

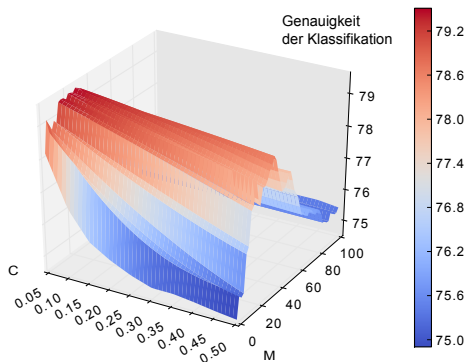
¹<http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/>

²<http://hodoku.sourceforge.net/de/index.php>



- ▶ J48 erhält 2 Parameter C und M für postpruning
- ▶ Je kleiner C, desto eher wird der Baum abgeschnitten
- ▶ Je größer M, desto mehr Instanzen müssen sich mindestens in einem Blatt befinden
- ▶ Optimierung der Parameter für das verwendete Testset
- ▶ 1000 Auswertungen von Parameterkombinationen
- ▶ Optimum bei C: 0.1 und M: 30

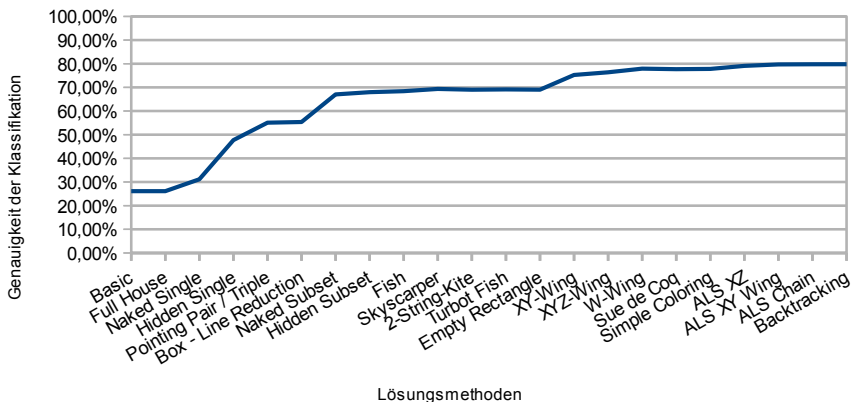
Optimierung der Parameter



Evaluierung des Featurevectors



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

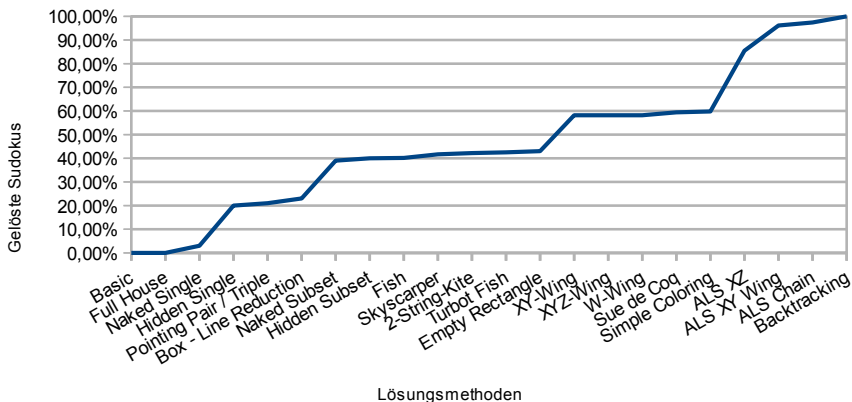




		Zugeordnete Klasse						
Klasse		a	b	c	d	e		
	a	1000	0	0	0	0	a = Easy	
	b	0	568	115	93	224	b = Middle	
	c	0	288	333	221	158	c = Hard	
	d	0	309	257	225	209	d = Unfair	
	e	0	415	149	177	259	e = Extreme	

Abbildung: Konfusionsmatrix mit einschließlich *Hidden Single* Methode

Evaluierung des Featurevectors





		Zugeordnete Klasse						
Klasse		a	b	c	d	e		
	a	1000	0	0	0	0	a = Easy	
	b	0	999	1	0	0	b = Middle	
	c	1	35	785	145	34	c = Hard	
	d	0	10	129	636	225	d = Unfair	
	e	0	0	14	367	619	e = Extreme	

Abbildung: Konfusionsmatrix mit allen vorgestellten Lösungsmethoden



- ▶ Vergleich verschiedener Bewertungsskalen
- ▶ Trainieren einen Klassifizierers mit einem Trainingsset
- ▶ Klassifizieren eines zweiten Sets mit dem gelernten Entscheidungsbaum
- ▶ Zur Verifikation Datensets vertauschen
- ▶ Darstellung der Ergebnisse als Matrix



Ursprüngliche Klasse	Zugeordnete Klasse					
		Easy	Middle	Hard	Unfair	Extreme
	Sehr Einfach	32	0	0	0	0
	Einfach	32	0	0	0	0
	Standard	32	0	0	0	0
	Moderat	0	32	0	0	0
	Anspruchsvoll	0	1	30	1	0
	Sehr Anspruchsvoll	0	1	28	2	1
	Teuflisch	0	0	7	8	17

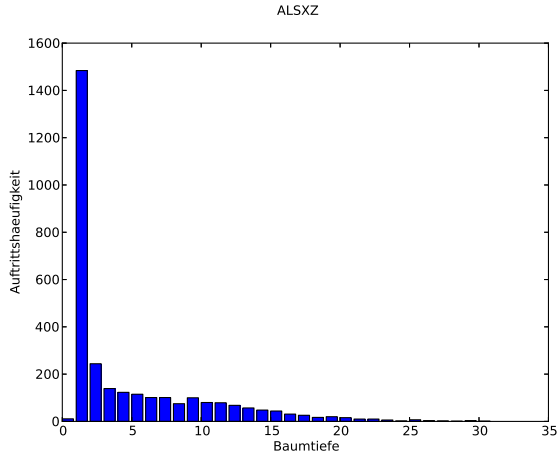


- ▶ Manche Features bieten mehr Informationen als andere
- ▶ Wichtigere Features stehen weiter oben im Entscheidungsbaum
- ▶ Unwichtige Features können auch gar nicht im Baum vorkommen
- ▶ J48 benutzt postpruning
- ▶ Evaluierung der wichtigen Features kann den Featurevector schmäler machen und dadurch die Laufzeit beim Erstellen des Entscheidungsbaums verbessern
- ▶ Finden der wichtigen Features mit CFS
- ▶ 18 von 261 Features ausgewählt, Genauigkeitsverlust von 1%

Relative Güte der Features (ALS XZ)



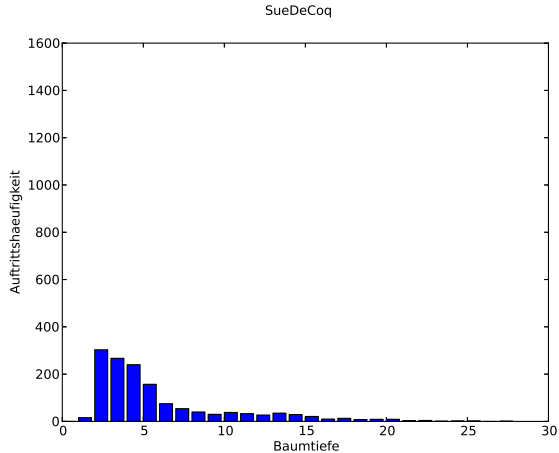
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Relative Güte der Features (Sue de Coq)



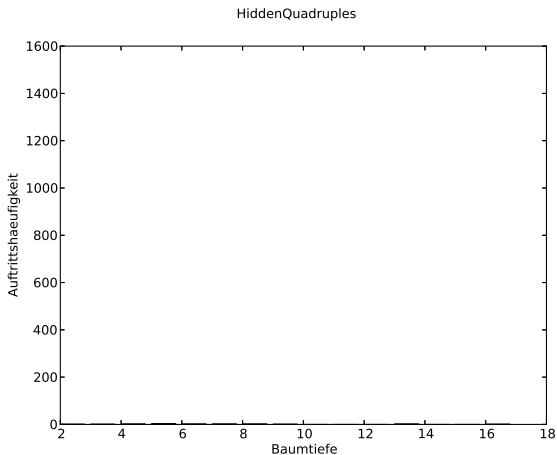
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Relative Güte der Features (Hidden Quadruples)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT









- ▶ Erstellen eines Featurevectors
- ▶ Entkopplung von konkreten Zahlen
- ▶ Klassifikation mit J48
- ▶ Genauigkeit von ca. 80%
- ▶ Optimierung der Parameter
- ▶ Identifikation von Features die mehr Informationsgewinn liefern
- ▶ Mapping verschiedener Bewertungsskalen



- ▶ Entwicklung neuer Features z.B. Zeit, die ein menschlicher Spieler zum Lösen benötigt
- ▶ Verwendung von mehr Lösungsmethoden
- ▶ Evaluierung anderer Klassifikationsalgorithmen
- ▶ Qualitätsevaluation des Mappingverfahrens



-  Hall, M., A.: „Correlation-based Feature Subset Selection for Machine Learning “. University of Waikato, 1998.
-  Witten, I., H.; Frank, E.; Hall, M., A.: „Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques - Practical Machine Learning Tools and Techniques “. 3. Auflage, Elsevier Amsterdam, 2011.
-  Hobinger, B.: Hodoku Projekt
<http://hodoku.sourceforge.net/de/index.php>, retrieved on Apr 16, 2014
-  Mark Hall, Eibe Frank, Geoffrey Holmes, Bernhard Pfahringer, Peter Reutemann, Ian H. Witten (2009); The WEKA Data Mining Software: An Update; SIGKDD Explorations, Volume 11, Issue 1.

Ende...



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

