Marcos Brito Devoto	PE IA Examen 2022-2B	12/6/2022 1

1) Q = prod. de gasolina mensual de Neuquén (m^3)

S = " " " " Santa Cruz (m^3)

$$\begin{cases} Q \sim N(95529,\ 30127) \sim N(\mu, \sigma) \\ S \sim N(8268,\ 2481) \end{cases}$$

a) $P(Q+S > 142925)$? Por prop de la normal:

$$T = Q + S \sim N(103797,\ 30228{,}984)$$

$$\Rightarrow P(T > 142925) = 1 - P(T < 142925) = \boxed{0{,}09776}$$

b) $U = Q - 10 \cdot S \sim N(12849,\ 39027{,}839)$

$$P(U > 0) = 1 - P(U < 0) = \boxed{0{,}629}$$

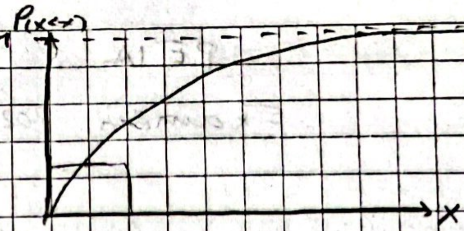
c) B = # barriles p/ prod. de Santa Cruz

Quiero una cant. de barriles p/ abastecer el 95% de posibilidades de producción

$$\Rightarrow P(S < x) = 0{,}95 \Rightarrow x = 12348{,}88\ m^3$$

$\Rightarrow$ Necesito al menos 77666 barriles para cubrir la producción de Santa Cruz con un 95% de seguridad

2) $X \sim Exp(\lambda = 5)$



Divido X en 5 intervalos equiprobables:

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta x_1 = [0;0{,}044629) \\ \Delta x_2 = [0{,}044629;0{,}102165) \\ \Delta x_3 = [0{,}102165;0{,}183258) \\ \Delta x_4 = [0{,}183258;0{,}321887) \\ \Delta x_5 = [0{,}321887;+\infty) \end{array}\right.$$

Probabilidad de Y

$P_{Y(y \in \Delta x_i)} = 0{,}2 \quad \forall i = [1,2,3,4,5]$

a)

X	Y	$P_{(Y)}$
$\Delta x1$	0,02107	0,2
$\Delta x2$	0,07133	0,2
$\Delta x3$	0,13863	0,2
$\Delta x4$	0,24079	0,2
$\Delta x5$	0,46052	0,2

b) $E_{[Y]} = \sum_{i=1}^{5} y_i \cdot P_{(y_i)} = \boxed{0{,}18647}$

c) $P_{[Y>1]} = \emptyset$

Scanned with CamScanner

3) Ruleta: $\overbrace{0 \text{ al } 36}^{37 \text{ números posibles}} \rightarrow 3^{a}$ docena: 25 al 36 $\Rightarrow P_{3^{ra}\,doc} = 0{,}3243$

Sea X: # de veces q' la bola cae en la 3ª docena

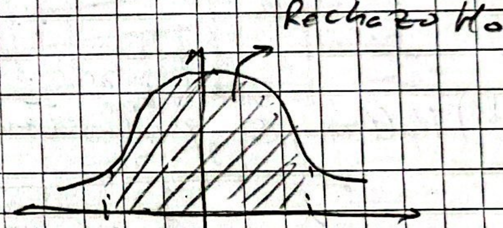
$\Rightarrow X \sim Bi(100, p)$

$$\begin{cases} H_0: p_0 \neq 0{,}3243 \\ H_1: p_0 = 0{,}3243 \end{cases}$$

Dado que $n=100$ es grande, por TCL planteo el siguiente estadístico de prueba:

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{100}}} = (\hat{p} - 0{,}3243)\cdot\frac{37}{\sqrt{3}} \sim N(0,1)$$

Condición de rechazo: $Z < -z_{0,95}$ o $Z > z_{0,95}$



$$P\left(-1{,}64485 < (\hat{p} - 0{,}3243)\frac{37}{\sqrt{3}} < 1{,}64485\right) = 0{,}95$$

$\Rightarrow 0{,}2473 < \hat{p} < 0{,}4013$

Como el croupier tiro $40/100$ en la tercera docena

$\hat{p} = 0{,}4 \Rightarrow \hat{p}$ cae dentro de la zona de rechazo de H_0

y **NO** debería despedir al croupier

b) Valor $\hat{p} = 2(1 - \Phi(z_{obs})) = 2\cdot(1 - \Phi(1{,}6171)) = 0{,}1059$

4) $f_X(x) = \theta \cdot (0,5)^{\theta} \cdot x^{-(\theta+1)} \quad I\{x>0,5\}$ X es m.a. de v.a. i.i.d.

a) Hallar EVM para θ

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} f_X(x_i) = \prod_{i=1}^{n} \theta \cdot (0,5)^{\theta} x_i^{-(\theta+1)} = \theta^{n} \cdot (0,5)^{n\theta} \cdot \prod_{i=1}^{n} x_i^{-(\theta+1)}$$

$\downarrow$ log.

$$\ln(L(\theta)) = n \cdot \ln(\theta) + n \cdot \theta \cdot \ln(0,5) - (\theta+1) \cdot \sum_{i=0}^{n} \ln(x_i)$$

$\downarrow$ Derivo e igualo a ϕ

$$\frac{d \ln\{L(\theta)\}}{d\theta} = \frac{n}{\theta} - n \cdot \ln(0,5) - \sum_{i=0}^{n} \ln(x_i) = 0$$

$$\left.\theta = \frac{n}{n \cdot \log(0,5) + \sum_{i=0}^{n} \ln(x_i)}\right\}$$ Estimador de máxima verosimilitud.

b) Hallar $\hat{\theta}$ para una muestra de $n = 15$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{\theta}_{EVM} = 0,304367}$$