

# Ejercicio de identificación de un modelo ARIMA

## Datos

Cargue la serie de datos simulados [f7dcbd-12.gdt](#)

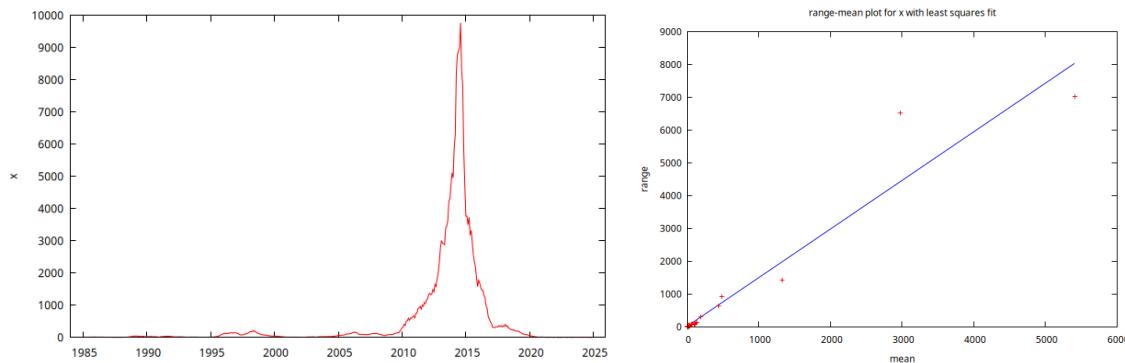
```
open .../datos/IdentificaEstosARIMA/f7dcbd-12.gdt
```

## Tareas a realizar

1. Realice un primer análisis gráfico: haga un gráfico de la serie y un gráfico *rango-media*
2. Determine si es necesario transformar logarítmicamente los datos
3. Determine si es necesario tomar una o más diferencias regulares de la serie
4. Determine si es necesario tomar una diferencia estacional de la serie
5. Encuentre un modelo ARIMA para la serie que sea lo más parsimonioso posible, pero cuyos residuos se puedan considerar *ruido blanco*.
6. Ficheros
  - Versiones: [pdf](#); [html](#).
  - Datos: [f7dcbd-12.gdt](#)
  - Guión de gretl: [P-L06-A-EjercicioIdentificacionARIMA.inp](#)

## Primer análisis gráfico

```
gnuplot x --time-series --with-lines --output="SerieEnNiveles.png"  
rmplot x --output="rango-media.png"
```

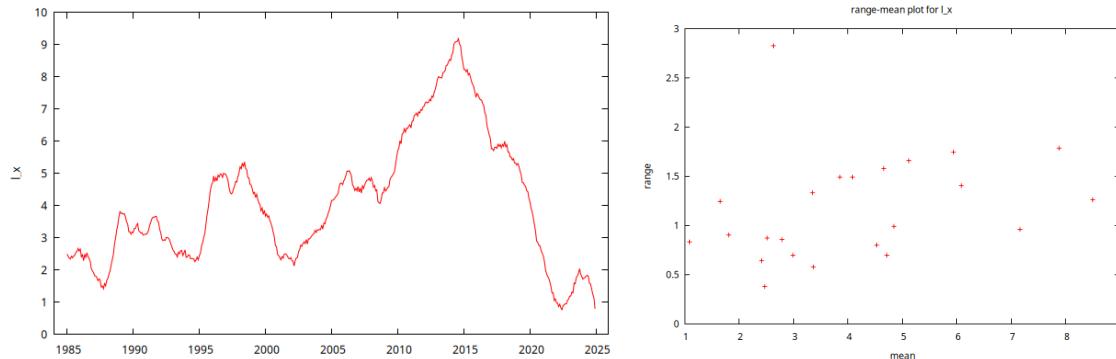


## Estacionariedad en varianza

A la luz de los anteriores gráficos, donde se aprecia que la variabilidad de los datos aumenta con el nivel de la serie, **parece necesaria la transformación logarítmica**.

Transforme logarítmicamente los datos y grafiquelos

```
logs x  
gnuplot l_x --time-series --with-lines --output="SerieEnLogs.png"  
rmplot l_x --output="rango-media-enLogs.png"
```



La serie en logs ya parece estacionaria en varianza.

## Estacionariedad en media

El gráfico de la serie `l_x` parece mostrar una evolución en su nivel (una tendencia). Por tanto, parece indicado tomar una diferencia ordinaria.

No obstante, probemos a ajustar un modelo AR(1), probablemente obtendremos un polinomio autoregresivo con una raíz muy próxima a uno (o incluso menor que uno en valor absoluto).

```
AR1 <- arima 1 0 0 ; l_x
```

```
Function evaluations: 93  
Evaluations of gradient: 24
```

```
AR1: ARMA, using observations 1985:01-2024:12 (T = 480)
```

```
Estimated using AS 197 (exact ML)
```

```
Dependent variable: l_x
```

```
Standard errors based on Hessian
```

|                     | coefficient | std. error          | z         | p-value    |
|---------------------|-------------|---------------------|-----------|------------|
| const               | 2.43628     | 1.71557             | 1.420     | 0.1556     |
| phi_1               | 0.998052    | 0.00178662          | 558.6     | 0.0000 *** |
| Mean dependent var  | 4.117853    | S.D. dependent var  | 1.982703  |            |
| Mean of innovations | -0.000257   | S.D. of innovations | 0.124169  |            |
| R-squared           | 0.996075    | Adjusted R-squared  | 0.996075  |            |
| Log-likelihood      | 317.4684    | Akaike criterion    | -628.9367 |            |
| Schwarz criterion   | -616.4154   | Hannan-Quinn        | -624.0149 |            |

Real Imaginary Modulus Frequency

```

-----  

AR  

Root 1          1.0020    0.0000    1.0020    0.0000
-----
```

AR1 saved

Tal como se anticipaba, la raíz es casi 1. También podemos probar con los test formales de raíz unitaria

### Test ADF

```
adf -1 l_x --c --gls --test-down --perron-qu
```

```

Augmented Dickey-Fuller (GLS) test for l_x
testing down from 17 lags, criterion modified AIC, Perron-Qu
sample size 477
unit-root null hypothesis: a = 1
```

```

test with constant
including 2 lags of (1-L)l_x
model: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
estimated value of (a - 1): -0.00213547
test statistic: tau = -1.19526
approximate p-value 0.226
1st-order autocorrelation coeff. for e: -0.013
lagged differences: F(2, 474) = 156.788 [0.0000]
```

El p-valor es elevado, por lo que NO se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(1)$

### Test KPSS

```
kpss -1 l_x
```

KPSS test for l\_x

```

T = 480
Lag truncation parameter = 5
Test statistic = 1.77747
```

```

      10%      5%      1%
Critical values: 0.348   0.462   0.742
P-value < .01
```

El p-valor es menor al 1 %, por lo que se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(0)$ .

- observe también el correlograma. ¿Decae exponencialmente? ¿o lo hace linealmente?

Todas las evidencias apuntan a que es necesaria tomar una diferencia ordinaria

### Repetición del análisis con la serie diferenciada

```
diff l_x
gnuplot d_l_x --time-series --with-lines --output="SerieLogEnDiferencias.png"
```



El gráfico de la serie transformada no muestra tener una clara tendencia o evolución a largo plazo de su nivel.

Probemos a ajustar un modelo AR a los datos diferenciados

```
ARIMA110 <- arima 1 1 0 ; d_l_x
```

Function evaluations: 24

Evaluations of gradient: 5

ARIMA110: ARIMA, using observations 1985:03-2024:12 (T = 478)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L) d\_l\_x

Standard errors based on Hessian

|                     | coefficient  | std. error          | z         | p-value       |
|---------------------|--------------|---------------------|-----------|---------------|
| const               | -0.000361014 | 0.00262948          | -0.1373   | 0.8908        |
| phi_1               | -0.755554    | 0.0299328           | -25.24    | 1.40e-140 *** |
| Mean dependent var  | -0.000553    | S.D. dependent var  | 0.154022  |               |
| Mean of innovations | 0.000017     | S.D. of innovations | 0.100834  |               |
| R-squared           | 0.388386     | Adjusted R-squared  | 0.388386  |               |
| Log-likelihood      | 417.9912     | Akaike criterion    | -829.9825 |               |
| Schwarz criterion   | -817.4736    | Hannan-Quinn        | -825.0647 |               |
|                     |              |                     |           |               |
|                     | Real         | Imaginary           | Modulus   | Frequency     |
| AR                  |              |                     |           |               |
| Root 1              | -1.3235      | 0.0000              | 1.3235    | 0.5000        |

ARIMA110 saved

El parámetro  $\phi_1$  está lejos de la unidad (consecuentemente, también lo está la raíz autorregresiva).

Repitamos también los tests formales

### Test ADF

```
adf -1 d_l_x --c --gls --test-down --perron-qu
```

Augmented Dickey-Fuller (GLS) test for d\_l\_x  
testing down from 17 lags, criterion modified AIC, Perron-Qu  
sample size 468

```

unit-root null hypothesis: a = 1

test with constant
including 10 lags of (1-L)d_1_x
model: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
estimated value of (a - 1): -0.145647
test statistic: tau = -3.18886
approximate p-value 0.001
1st-order autocorrelation coeff. for e: 0.001
lagged differences: F(10, 457) = 35.578 [0.0000]

```

El p-valor es muy bajo, por lo que se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(1)$

### Test KPSS

```
kpss -1 d_1_x
```

KPSS test for d\_1\_x

```

T = 479
Lag truncation parameter = 5
Test statistic = 0.542182

```

```

          10%      5%      1%
Critical values: 0.348   0.462   0.742
Interpolated p-value 0.039

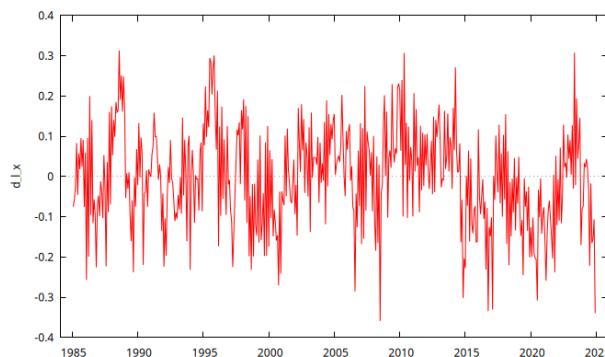
```

El p-valor no es concluyente: NO se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(0)$  al 1%, pero sí se rechaza al 5%. En cualquier caso, las evidencias apuntan mayoritariamente a que NO es necesario tomar una segunda diferencia ordinaria

## Diferencias estacionales

Observemos el gráfico de la serie diferenciada y su correlograma.

```
corrgm d_1_x 36 --plot="d_1_x_ACF-PACF.png"
```





Ni en el gráfico de la serie se aprecia ninguna pauta estacional, ni en la función de autocorrelación simple las correlaciones correspondientes a los retardos estacionales son significativas (y deberían ser **muy prominentes** si fuera necesaria una diferencia estacional).

Además, si tratamos de ajustar un AR(1) estacional:

```
ARIMA010X100 <- arima 0 1 0 ; 1 0 0 ; l_x --nc
```

Function evaluations: 15

Evaluations of gradient: 3

ARIMA010X100:

ARIMA, using observations 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L) l\_x

Standard errors based on Hessian

|                     | coefficient | std. error          | z         | p-value   |
|---------------------|-------------|---------------------|-----------|-----------|
| Phi_1               | 0.0578266   | 0.0459270           | 1.259     | 0.2080    |
| Mean dependent var  | -0.003555   | S.D. dependent var  | 0.124351  |           |
| Mean of innovations | -0.003470   | S.D. of innovations | 0.124062  |           |
| R-squared           | 0.996083    | Adjusted R-squared  | 0.996083  |           |
| Log-likelihood      | 319.9682    | Akaike criterion    | -635.9364 |           |
| Schwarz criterion   | -627.5930   | Hannan-Quinn        | -632.6565 |           |
|                     | Real        | Imaginary           | Modulus   | Frequency |
| AR (seasonal)       |             |                     |           |           |
| Root 1              | 17.2931     | 0.0000              | 17.2931   | 0.0000    |

ARIMA010X100 saved

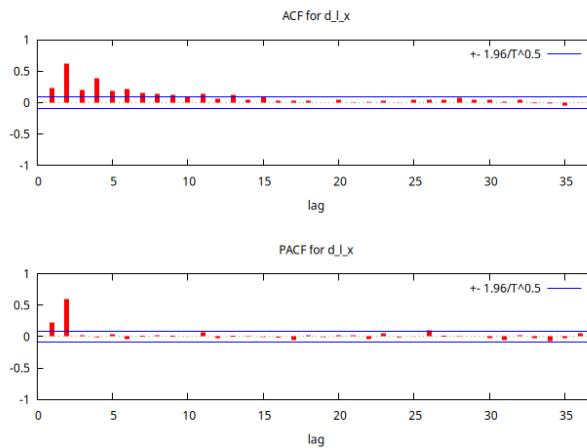
constatamos que la estimación del parámetro  $\Phi_1$  no es significativa.

**Todas las evidencias apuntan a que NO es necesaria tomar ninguna diferencia estacional**

Recuerde que los test ADF y KPSS no sirven para determinar si es necesario tomar diferencias estacionales (solo sirven para las diferencias regulares).

## Búsqueda de un modelo ARIMA

Observando al ACF y la PACF se aprecia que la ACF decresce a una tasa exponencial, y la PACF se trunca tras el segundo retardo, lo cual es compatible con un AR(2).



Por tanto, parece que la serie en logaritmos sigue un modelo ARIMA(2, 1, 0). Veamos si es así:

```
ARIMA210cte <- arima 2 1 0 ; l_x
```

Function evaluations: 27

Evaluations of gradient: 6

ARIMA210cte:

ARIMA, using observations 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L) l\_x

Standard errors based on Hessian

|                     | coefficient | std. error          | z         | p-value      |
|---------------------|-------------|---------------------|-----------|--------------|
| const               | -0.00612415 | 0.0144972           | -0.4224   | 0.6727       |
| phi_1               | 0.0933620   | 0.0365714           | 2.553     | 0.0107 **    |
| phi_2               | 0.604952    | 0.0365965           | 16.53     | 2.22e-61 *** |
| Mean dependent var  | -0.003555   | S.D. dependent var  | 0.124351  |              |
| Mean of innovations | 0.000230    | S.D. of innovations | 0.096517  |              |
| R-squared           | 0.997634    | Adjusted R-squared  | 0.997629  |              |
| Log-likelihood      | 439.7655    | Akaike criterion    | -871.5310 |              |
| Schwarz criterion   | -854.8442   | Hannan-Quinn        | -864.9712 |              |
|                     | Real        | Imaginary           | Modulus   | Frequency    |
| AR                  |             |                     |           |              |
| Root 1              | -1.3652     | 0.0000              | 1.3652    | 0.5000       |
| Root 2              | 1.2108      | 0.0000              | 1.2108    | 0.0000       |

ARIMA210cte saved

Los parámetros autorregresivos son significativos y el modulo de las raíces es claramente mayor que la unidad en ambos casos. No obstante, la constante no es significativa.

Reestimemos el modelo sin constante:

```
ARIMA210 <- arima 2 1 0 ; l_x --nc
```

Function evaluations: 21

Evaluations of gradient: 4

ARIMA210: ARIMA, using observations 1985:02-2024:12 (T = 479)  
Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L) l\_x

Standard errors based on Hessian

|                     | coefficient | std. error          | z         | p-value   |     |
|---------------------|-------------|---------------------|-----------|-----------|-----|
| phi_1               | 0.0936419   | 0.0365721           | 2.560     | 0.0105    | **  |
| phi_2               | 0.605180    | 0.0365994           | 16.54     | 2.05e-61  | *** |
| Mean dependent var  | -0.003555   | S.D. dependent var  | 0.124351  |           |     |
| Mean of innovations | -0.001626   | S.D. of innovations | 0.096534  |           |     |
| R-squared           | 0.997634    | Adjusted R-squared  | 0.997629  |           |     |
| Log-likelihood      | 439.6762    | Akaike criterion    | -873.3525 |           |     |
| Schwarz criterion   | -860.8374   | Hannan-Quinn        | -868.4326 |           |     |
|                     |             |                     |           |           |     |
|                     | Real        | Imaginary           | Modulus   | Frequency |     |
| AR                  |             |                     |           |           |     |
| Root 1              | -1.3652     | 0.0000              | 1.3652    | 0.5000    |     |
| Root 2              | 1.2104      | 0.0000              | 1.2104    | 0.0000    |     |

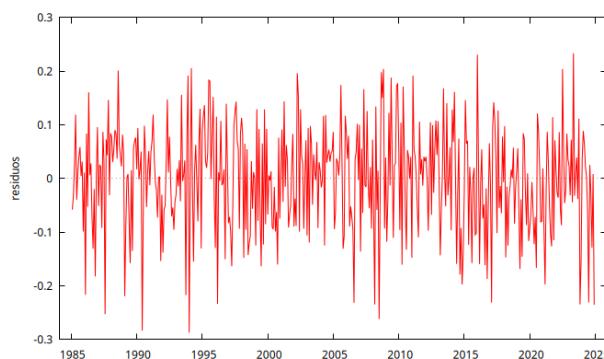
ARIMA210 saved

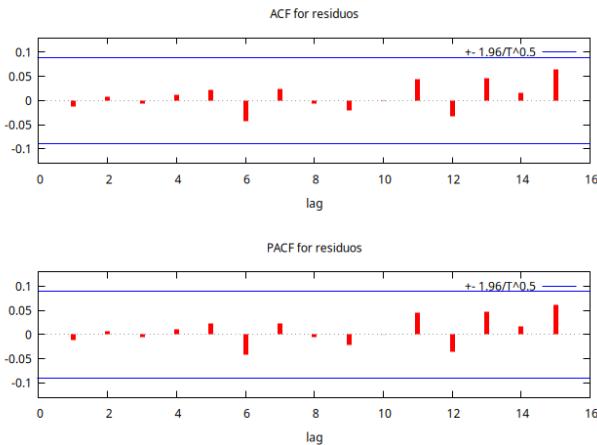
## Análisis de los residuos

Todo parece OK, pero debemos ver el gráfico de los residuos y su correlograma, así como los estadísticos Q de Ljung-Box para constatar que podemos asumir que son la realización de un proceso de ruido blanco. También conviene mirar si tienen distribución gaussiana:

```
series residuos = $uhat
```

```
gnuplot residuos --time-series --with-lines --output="Residuos.png"
corrgm residuos 15 --plot="residuosACF-PACF.png"
```





```
corrgm residuos 15
```

Autocorrelation function for residuos  
 $***$ ,  $**$ ,  $*$  indicate significance at the 1%, 5%, 10% levels  
 using standard error  $1/T^{0.5}$

| LAG | ACF     | PACF    | Q-stat. | [p-value] |
|-----|---------|---------|---------|-----------|
| 1   | -0.0115 | -0.0115 | 0.0643  | [0.800]   |
| 2   | 0.0078  | 0.0077  | 0.0940  | [0.954]   |
| 3   | -0.0064 | -0.0062 | 0.1135  | [0.990]   |
| 4   | 0.0112  | 0.0110  | 0.1747  | [0.996]   |
| 5   | 0.0218  | 0.0222  | 0.4057  | [0.995]   |
| 6   | -0.0419 | -0.0416 | 1.2590  | [0.974]   |
| 7   | 0.0250  | 0.0239  | 1.5640  | [0.980]   |
| 8   | -0.0067 | -0.0054 | 1.5857  | [0.991]   |
| 9   | -0.0195 | -0.0211 | 1.7719  | [0.995]   |
| 10  | -0.0009 | -0.0004 | 1.7723  | [0.998]   |
| 11  | 0.0433  | 0.0449  | 2.6954  | [0.994]   |
| 12  | -0.0331 | -0.0353 | 3.2347  | [0.994]   |
| 13  | 0.0462  | 0.0479  | 4.2881  | [0.988]   |
| 14  | 0.0159  | 0.0178  | 4.4136  | [0.992]   |
| 15  | 0.0652  | 0.0623  | 6.5238  | [0.970]   |

El gráfico de los residuos no presenta ninguna estructura reconocible y ninguna autocorrelación es significativa.

Más importante aún, los correlogramas no muestran ninguna pauta reconocible, se parecen mucho entre sí y los estadísticos Q muestran p-valores muy elevados, por lo que podemos asumir que estos residuos son “ruido blanco”.

También conviene mirar si los residuos tienen distribución gaussiana:

```
normtest residuos --jbera
```

Test for normality of residuos:  
 Jarque-Bera test = 5.68514, with p-value 0.0582758

No rechazamos la hipótesis nula de distribución normal ni al 1% ni al 5%.

Adicionalmente, si en la ventana del modelo estimado pincha en el menú desplegable **Gráficos -->Espectro con respecto al periodograma espectral** verá que el espectro teórico del modelo se ajusta perfectamente al periodograma de la serie.

Por tanto, podemos concluir que la serie **f7dcbd-12.gdt**, una vez transformada logarítmicamente, sigue un proceso ARIMA(2, 1, 0) con media cero.

## Modelo efectivamente simulado

Veamos si ese es el modelo usado en su simulación. Si miramos la línea 37 del fichero **000-Etiquetas-12.txt** que se encuentra en el directorio de donde hemos obtenido los datos encontramos lo siguiente:

```
f7dcbd, logs, mu = 2.5, ar = '(1 - 0.8B)(1 + 0.8B)', ma = '', i = '(1 - B)'
```

Efectivamente, requería la transformación logarítmica. La media era 2,5, (es decir la constante simulada no era cero). El polinomio AR era de grado 2:  $\phi = (1 - 0.8B)(1 + 0.8B) = (1 + 0B - 0.64B^2)$ , no tenía estructura MA y la serie requería una diferencia regular  $(1 - B)$ .

Por supuesto que la estimación de los parámetros no coincide exactamente con los parámetros del modelo simulado, pero la identificación del modelo ha coincidido con el modelo simulado.

**Ahora escoja al azar nuevas series del directorio (dispone de centenares de series simuladas con distintos modelos) y practique la identificación hasta que adquiera seguridad.**

Sugerencias (son series sin estacionalidad):

- [f7dcbd-4](#)
- [26cb22-4](#)
- [5ebb40-12](#)
- [68f8ea-4](#)
- [44b9b4-4](#)
- [965e60-4](#)