

# Lección 8.A — Número de viajeros internacionales

Marcos Bujosa

## Número de viajeros internacionales

Guión: [P-L08-A-airlinePass.inp](#)

En esta práctica volvemos sobre la primera serie temporal estudiada en el curso: la serie temporal mensual correspondiente al número total de pasajeros (en miles) de vuelos internacionales de una importante aerolínea de EEUU que aparece en manual de Box & Jenkins.

### Objetivo

1. Identificar un modelo para la serie temporal.
2. Pronosticar los datos correspondientes a los meses del último año de la muestra.

Comencemos cargando los datos:

**Archivo -->Abrir datos -->Archivo de muestra** y en la pestaña **Gretl** seleccione **bjg**.

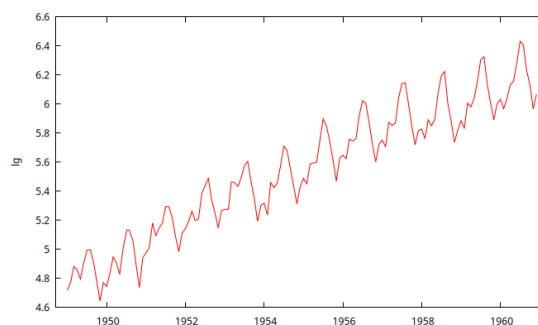
*o bien teclee en línea de comandos:*

```
open bjg
```

## Actividad 1 - Gráfico de series temporales

Obtenga la figura de la serie temporal en logaritmos **lg**.

```
gnuplot lg --time-series --with-lines --output="log_AP.png"
```



## Actividad 2 - Identificar un modelo ARIMA para la serie temporal

En su momento ya vimos que esta serie requiere una diferencia regular y otra estacional.

### Correlograma de los datos tras una diferencia regular y otra estacional

Ajuste un modelo ARIMA con constante; es decir sin parte AR ni parte MA, pero indicando una diferencia regular y otra estacional sobre **lg**.

```
arima 0 1 0 ; 0 1 0 ; lg
```

Model 2: ARIMA, using observations 1950:02-1960:12 (T = 131)

Estimated using least squares (= MLE)

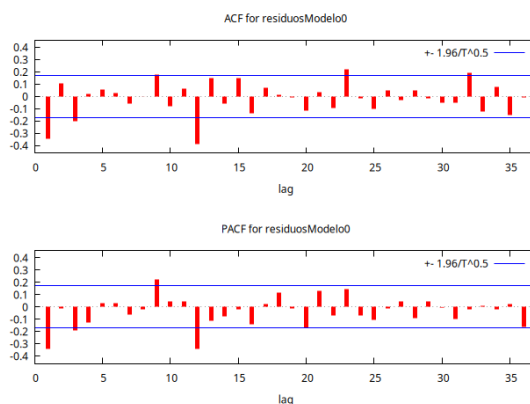
Dependent variable: (1-L)(1-Ls) lg

	coefficient	std. error	z	p-value
-----	-----	-----	-----	-----
const	0.000290880	0.00400578	0.07261	0.9421
Mean dependent var	0.000291	S.D. dependent var	0.045848	
Mean of innovations	0.000000	S.D. of innovations	0.045848	
R-squared	0.986863	Adjusted R-squared	0.986963	
Log-likelihood	218.4176	Akaike criterion	-432.8353	
Schwarz criterion	-427.0849	Hannan-Quinn	-430.4986	

Vemos que la constante no es significativa, por lo que omitiremos la constante en los próximos modelos ajustados a los datos.

**Analice el correlograma de los residuos hasta el retardo 36.**

```
residuosModelo0 = $uhat
corrgram residuosModelo0 36 --plot="residuosModelo0-ACF-PACF.png"
```



Autocorrelation function for residuosModelo0

\*\*\*, \*\*, \* indicate significance at the 1%, 5%, 10% levels  
using standard error  $1/T^{0.5}$

LAG	ACF		PACF		Q-stat. [p-value]
1	-0.3411 ***		-0.3411 ***		15.5957 [0.000]
2	0.1050		-0.0128		17.0860 [0.000]
3	-0.2021 **		-0.1927 **		22.6478 [0.000]
4	0.0214		-0.1250		22.7104 [0.000]
5	0.0557		0.0331		23.1387 [0.000]
6	0.0308		0.0347		23.2709 [0.001]
7	-0.0556		-0.0602		23.7050 [0.001]
8	-0.0008		-0.0202		23.7050 [0.003]
9	0.1764 **		0.2256 ***		28.1473 [0.001]
10	-0.0764		0.0431		28.9869 [0.001]
11	0.0644		0.0466		29.5887 [0.002]
12	-0.3866 ***		-0.3387 ***		51.4728 [0.000]
13	0.1516 *		-0.1092		54.8664 [0.000]
14	-0.0576		-0.0768		55.3605 [0.000]
15	0.1496 *		-0.0218		58.7204 [0.000]
16	-0.1389		-0.1395		61.6452 [0.000]

17	0.0705	0.0259	62.4045	[0.000]
18	0.0156	0.1148	62.4421	[0.000]
19	-0.0106	-0.0132	62.4596	[0.000]
20	-0.1167	-0.1674 *	64.5984	[0.000]
21	0.0386	0.1324	64.8338	[0.000]
22	-0.0914	-0.0720	66.1681	[0.000]
23	0.2233 **	0.1429	74.2099	[0.000]
24	-0.0184	-0.0673	74.2652	[0.000]
25	-0.1003	-0.1027	75.9183	[0.000]
26	0.0486	-0.0101	76.3097	[0.000]
27	-0.0302	0.0438	76.4629	[0.000]
28	0.0471	-0.0900	76.8387	[0.000]
29	-0.0180	0.0469	76.8943	[0.000]
30	-0.0511	-0.0049	77.3442	[0.000]
31	-0.0538	-0.0964	77.8478	[0.000]
32	0.1957 **	-0.0153	84.5900	[0.000]
33	-0.1224	0.0115	87.2543	[0.000]
34	0.0777	-0.0192	88.3401	[0.000]
35	-0.1525 *	0.0230	92.5584	[0.000]
36	-0.0100	-0.1649 *	92.5767	[0.000]

Si nos fijamos en los retardos estacionales constatamos que:

- En la ACF son significativos el 12, pero no el 24 ni el 36.
- En la PACF son significativos el 12 y el 36.

Esto sugiere un truncamiento en la ACF en la parte de su estructura estacional (tras el primer retardo estacional), pero no en la PACF. A la luz de esto, probemos con un MA(1) estacional sin término constante.

## Probando con un MA(1) estacional

```
arima 0 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc
```

Function evaluations: 28

Evaluations of gradient: 9

Model 4: ARIMA, using observations 1950:02-1960:12 (T = 131)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L)(1-Ls) lg

Standard errors based on Hessian

	coefficient	std. error	z	p-value
Theta_1	-0.602066	0.0784302	-7.676	1.64e-14 ***

Mean dependent var	0.000291	S.D. dependent var	0.045848
Mean of innovations	0.000445	S.D. of innovations	0.039188
R-squared	0.990287	Adjusted R-squared	0.990287
Log-likelihood	235.7764	Akaike criterion	-467.5527
Schwarz criterion	-461.8023	Hannan-Quinn	-465.2161

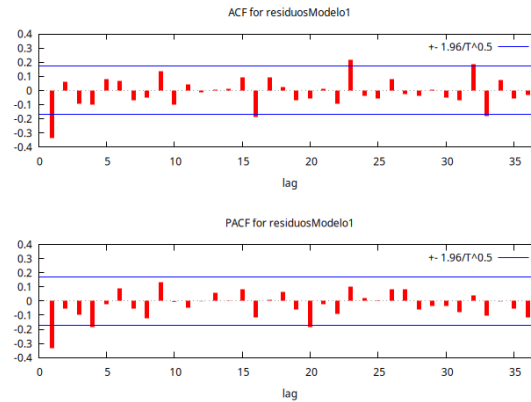
	Real	Imaginary	Modulus	Frequency
MA (seasonal)				
Root 1	1.6609	0.0000	1.6609	0.0000

El parámetro  $\Theta_1$  es muy significativo. La raíz de media móvil tiene módulo claramente mayor que uno. Con solo un parámetro el ajuste es notable como se puede apreciar por el R-cuadrado.

Analicemos el correlograma de los residuos hasta el retardo 36 para ver si queda alguna estructura dinámica en los residuos.

### Correlograma de los residuos

```
residuosModelo1 = $uhat
corrgram residuosModelo1 36 --plot="residuosModelo1-ACF-PACF.png"
```



Autocorrelation function for residuosModelo1  
 \*\*\*, \*\*, \* indicate significance at the 1%, 5%, 10% levels  
 using standard error  $1/T^{0.5}$

LAG	ACF		PACF		Q-stat.	[p-value]
1	-0.3335	***	-0.3335	***	14.9108	[0.000]
2	0.0626		-0.0547		15.4403	[0.000]
3	-0.0924		-0.1000		16.6013	[0.001]
4	-0.1020		-0.1854	**	18.0273	[0.001]
5	0.0802		-0.0229		18.9165	[0.002]
6	0.0671		0.0889		19.5443	[0.003]
7	-0.0716		-0.0506		20.2655	[0.005]
8	-0.0520		-0.1190		20.6484	[0.008]
9	0.1376		0.1335		23.3509	[0.005]
10	-0.1007		-0.0053		24.8119	[0.006]
11	0.0429		-0.0496		25.0796	[0.009]
12	-0.0157		-0.0018		25.1155	[0.014]
13	0.0065		0.0602		25.1217	[0.022]
14	0.0143		0.0020		25.1520	[0.033]
15	0.0912		0.0856		26.4009	[0.034]
16	-0.1887	**	-0.1157		31.7981	[0.011]
17	0.0916		0.0092		33.0816	[0.011]
18	0.0249		0.0672		33.1770	[0.016]
19	-0.0694		-0.0580		33.9269	[0.019]
20	-0.0567		-0.1827	**	34.4321	[0.023]
21	0.0113		-0.0246		34.4522	[0.032]
22	-0.0923		-0.0919		35.8137	[0.032]
23	0.2184	**	0.1012		43.5083	[0.006]
24	-0.0350		0.0204		43.7079	[0.008]
25	-0.0556		0.0030		44.2167	[0.010]
26	0.0785		0.0833		45.2387	[0.011]
27	-0.0262		0.0810		45.3533	[0.015]
28	-0.0392		-0.0614		45.6135	[0.019]
29	0.0087		-0.0341		45.6263	[0.026]
30	-0.0517		-0.0325		46.0866	[0.030]
31	-0.0696		-0.0812		46.9316	[0.033]
32	0.1867	**	0.0415		53.0656	[0.011]
33	-0.1788	**	-0.1039		58.7471	[0.004]
34	0.0714		-0.0026		59.6639	[0.004]
35	-0.0582		-0.0531		60.2791	[0.005]
36	-0.0316		-0.1177		60.4617	[0.007]

Si nos fijamos en los retardos estacionales, ninguno es significativo ni en la ACF ni en la PACF.

En cuanto a la parte regular del modelo: en el correlograma se aprecia que el primer retardo es significativo tanto en la ACF como en la PACF. No es fácil detectar una estructura clara en los retardos restantes. Aunque el cuarto retardo de la PACF es significativo, no es fácil decidir si la ACF, la PACF o ambas tienen un decaimiento exponencial. Podría ocurrir que debido a la reducida magnitud del valor de los parámetros AR(1) o MA(1) regulares el decaimiento fuera tan rápido que su detección visual resulte difícil.

Dado que no hay una evidencia muy clara, empecemos probando tentativamente con un polinomio autoregresivo de orden 1 y analicemos qué tal funciona el nuevo modelo.

## Probando con un AR(1) regular (además del MA(1) estacional)

```
arima 1 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc
```

Function evaluations: 16

Evaluations of gradient: 6

Model 6: ARIMA, using observations 1950:02-1960:12 (T = 131)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable: (1-L)(1-Ls) lg

Standard errors based on Hessian

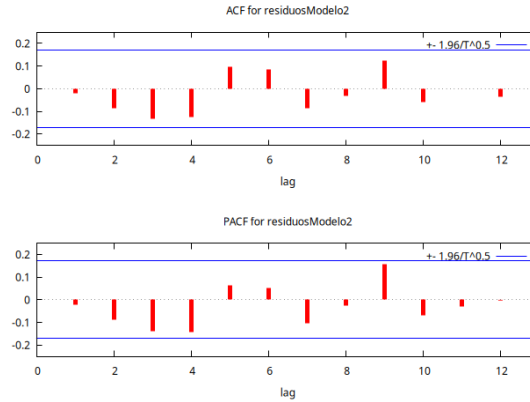
	coefficient	std. error	z	p-value
-----	-----	-----	-----	-----
phi_1	-0.339520	0.0821923	-4.131	3.62e-05 ***
Theta_1	-0.561876	0.0748148	-7.510	5.90e-14 ***
Mean dependent var	0.000291	S.D. dependent var	0.045848	
Mean of innovations	0.000585	S.D. of innovations	0.036979	
R-squared	0.991357	Adjusted R-squared	0.991290	
Log-likelihood	243.7419	Akaike criterion	-481.4838	
Schwarz criterion	-472.8582	Hannan-Quinn	-477.9789	
	Real	Imaginary	Modulus	Frequency
-----	-----	-----	-----	-----
AR				
Root 1	-2.9453	0.0000	2.9453	0.5000
MA (seasonal)				
Root 1	1.7798	0.0000	1.7798	0.0000
-----	-----	-----	-----	-----

Los parámetros son muy significativos y si comparamos el R-cuadrado ajustado, así como los criterios de información entre el modelo anterior y éste último. Este nuevo modelo parece superior.

Ahora analicemos el correlograma de los residuos (puesto que ya no hay restos de estacionalidad, bastará con mirar los primeros retardos).

## Correlograma de los residuos

```
residuosModelo2 = $uhat
corrgram residuosModelo2 12 --plot="residuosModelo2-ACF-PACF.png"
```



Autocorrelation function for residuosModelo2  
 \*\*\*, \*\*, \* indicate significance at the 1%, 5%, 10% levels  
 using standard error  $1/T^{0.5}$

LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	
1	-0.0207	-0.0207	0.0573	[0.811]
2	-0.0868	-0.0873	1.0759	[0.584]
3	-0.1327	-0.1375	3.4719	[0.324]
4	-0.1245	-0.1436	5.5966	[0.231]
5	0.0954	0.0626	6.8562	[0.232]
6	0.0860	0.0523	7.8880	[0.246]
7	-0.0841	-0.1044	8.8817	[0.261]
8	-0.0305	-0.0243	9.0135	[0.341]
9	0.1244	0.1559 *	11.2226	[0.261]
10	-0.0580	-0.0689	11.7065	[0.305]
11	0.0001	-0.0306	11.7065	[0.386]
12	-0.0362	-0.0030	11.8981	[0.454]

Los p-valores de los estadísticos Q de Ljung-Box son elevados, no hay retardos significativos ni en la ACF ni en la PACF, y ambas funciones muestran un perfil muy similar. Por tanto, parece que los residuos del modelo son ruido blanco.

Pero estaba claro el motivo por el que probar con un AR(1) regular en lugar de una MA(1) regular (máxime cuando la PACF tenía un cuarto retardo significativo).

Probemos tentativamente a añadir un polinomio MA de orden 1 (en lugar del polinomio AR).

## Probando con un MA(1) regular (además del MA(1) estacional)

```
arima 0 1 1 ; 0 1 1 ; lg --nc
```

Function evaluations: 28

Evaluations of gradient: 9

Model 8: ARIMA, using observations 1950:02-1960:12 (T = 131)

Estimated using AS 197 (exact ML)

Dependent variable:  $(1-L)(1-L_s) \lg$

Standard errors based on Hessian

	coefficient	std. error	z	p-value
theta_1	-0.401823	0.0896447	-4.482	7.38e-06 ***
Theta_1	-0.556937	0.0731051	-7.618	2.57e-14 ***

Mean dependent var 0.000291 S.D. dependent var 0.045848

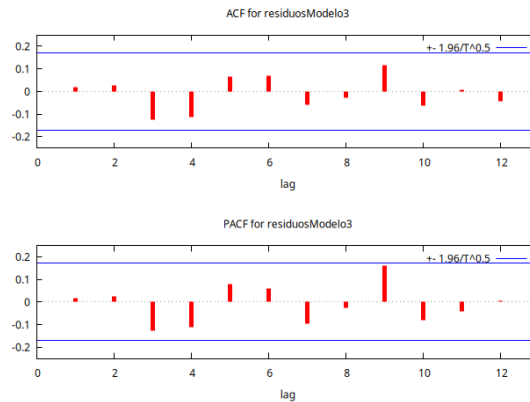
Mean of innovations	0.000720	S.D. of innovations	0.036716
R-squared	0.991474	Adjusted R-squared	0.991408
Log-likelihood	244.6965	Akaike criterion	-483.3930
Schwarz criterion	-474.7674	Hannan-Quinn	-479.8880

	Real	Imaginary	Modulus	Frequency
-----				
MA				
Root 1	2.4887	0.0000	2.4887	0.0000
MA (seasonal)				
Root 1	1.7955	0.0000	1.7955	0.0000
-----				

Los parámetros son muy significativos y las raíces alejadas de círculo unidad (el reducido valor de  $\theta_1$  justifica que no se viera claramente el decaimiento de la PACF, pues dicho decaimiento es necesariamente muy rápido para potencias de 0.4: 0.4, 0.16, 0.064, ...). Si nos fijamos en el R-cuadrado ajustado, así como los criterios de información, este modelo resulta superior respecto a todos los anteriores.

### Correlograma de los residuos

```
residuosModelo3 = $uhat
corrgram residuosModelo3 12 --plot="residuosModelo3-ACF-PACF.png"
```



Autocorrelation function for residuosModelo3  
 \*\*\*, \*\*, \* indicate significance at the 1%, 5%, 10% levels  
 using standard error  $1/T^{0.5}$

LAG	ACF	PACF	Q-stat. [p-value]	
1	0.0172	0.0172	0.0397	[0.842]
2	0.0252	0.0249	0.1254	[0.939]
3	-0.1267	-0.1277	2.3109	[0.510]
4	-0.1129	-0.1108	4.0603	[0.398]
5	0.0659	0.0777	4.6608	[0.459]
6	0.0678	0.0587	5.3018	[0.506]
7	-0.0573	-0.0956	5.7627	[0.568]
8	-0.0258	-0.0248	5.8572	[0.663]
9	0.1149	0.1628 *	7.7434	[0.560]
10	-0.0630	-0.0800	8.3151	[0.598]
11	0.0086	-0.0426	8.3258	[0.684]
12	-0.0434	0.0049	8.6014	[0.737]

También este modelo arroja residuos con aspecto de ruido blanco (con retardos no significativos y perfiles de la ACF y PACF semejantes). No solo eso, además los estadísticos Q de Ljung-Box tienen p-valores más elevados que en el caso del modelo con parte AR(1) regular.

Todo indica que este modelo es mejor que cualquiera de los anteriores (pruebe más tarde con otras especificaciones e intente ver si es capaz de encontrar algún modelo claramente mejor).

## Actividad 4 - Previsión para los 12 meses de 1960

Queremos hacer previsión con este último modelo; y poder comparar sus previsiones con las observaciones correspondientes al año 1960. Para hacer este ejercicio, debemos estimar el modelo sin incorporar los datos de dicho año (prever algo que ya ha sido observado no tiene mérito). Dicho de otro modo, debemos usar el conjunto de información  $\mathcal{H}_{Y_{1959:12}}$  de tal manera que el número de viajeros en los meses de 1960 no sea “observado”.

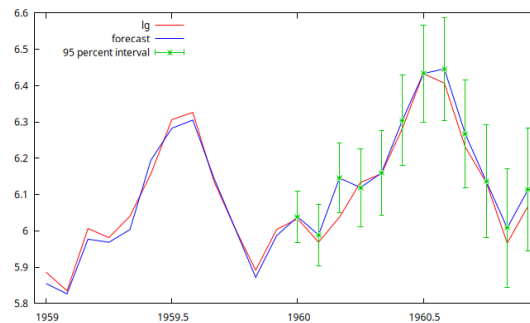
### Re-estimación del modelo truncando la muestra

Reestimaremos el modelo con datos hasta diciembre de 1959

```
smp1 1949:01 1959:12
arima 0 1 1 ; 0 1 1 ; lg --nc
```

### Previsión de los 12 últimos meses de la muestra

```
fcast 1959:01 1960:12 --plot="prediccion1960.png"
```



For 95% confidence intervals,  $z(0.025) = 1.96$

	lg	prediction	std. error	95% interval
1960:01	6.033086	6.038647	0.036230	5.967636 - 6.109657
1960:02	5.968708	5.988763	0.043242	5.904009 - 6.073516
1960:03	6.037871	6.145427	0.049266	6.048868 - 6.241987
1960:04	6.133398	6.118993	0.054630	6.011921 - 6.226065
1960:05	6.156979	6.159652	0.059512	6.043011 - 6.276293
1960:06	6.282267	6.304666	0.064023	6.179184 - 6.430148
1960:07	6.432940	6.433289	0.068236	6.299549 - 6.567029
1960:08	6.406880	6.445959	0.072204	6.304442 - 6.587476
1960:09	6.230481	6.266719	0.075965	6.117831 - 6.415607
1960:10	6.133398	6.136192	0.079548	5.980281 - 6.292103
1960:11	5.966147	6.007898	0.082977	5.845267 - 6.170530
1960:12	6.068426	6.114338	0.086269	5.945253 - 6.283422

Forecast evaluation statistics using 12 observations

Mean Error	-0.02583
Root Mean Squared Error	0.040226
Mean Absolute Error	0.028231
Mean Percentage Error	-0.4228
Mean Absolute Percentage Error	0.46194
Theil's U2	0.38583
Bias proportion, UM	0.41233
Regression proportion, UR	0.00041499



Disturbance proportion, UD 0.58725

Pruebe con otras especificaciones e intente ver si es capaz de encontrar algún modelo mejor tanto por el ajuste como por los errores cometidos con sus predicciones.

## Código completo de la práctica

```
# Los dos primeros comandos son necesarios para que Gretl guarde los resultados de la práctica en el directorio de trabajo
# al ejecutar lo siguiente desde un terminal (use los nombres y ruta que correspondan)
#
# DIRECTORIO="Nombre_Directorio_trabajo" gretlcli -b ruta/nombre_fichero_de_la_practica.inp
#
# Si esto no le funciona en su sistema, comente las siguientes dos líneas y sitúese en el directorio de trabajo de gretl
# que corresponda (configure dicho directorio de trabajo desde la ventana principal de Gretl).
```

```
string directory = getenv("DIRECTORIO")
set workdir "@directory"

open bjpg

gnuplot lg --time-series --with-lines --output="log_AP.png"

arima 0 1 0 ; 0 1 0 ; lg

outfile --quiet Modelo0.txt
    arima 0 1 0 ; 0 1 0 ; lg
end outfile

residuosModelo0 = $uhat
corrgram residuosModelo0 36 --plot="residuosModelo0-ACF-PACF.png"

outfile --quiet CorrelogramaModelo0.txt
    corrgram residuosModelo0 36 --quiet
end outfile

arima 0 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc

outfile --quiet Modelo1.txt
    arima 0 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc
end outfile

residuosModelo1 = $uhat
corrgram residuosModelo1 36 --plot="residuosModelo1-ACF-PACF.png"

outfile --quiet CorrelogramaModelo1.txt
    corrgram residuosModelo1 36 --quiet
end outfile

arima 1 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc

outfile --quiet Modelo2.txt
    arima 1 1 0 ; 0 1 1 ; lg --nc
end outfile

residuosModelo2 = $uhat
corrgram residuosModelo2 12 --plot="residuosModelo2-ACF-PACF.png"

outfile --quiet CorrelogramaModelo2.txt
    corrgram residuosModelo2 12 --quiet
end outfile

arima 0 1 1 ; 0 1 1 ; lg --nc

outfile --quiet Modelo3.txt
    arima 0 1 1 ; 0 1 1 ; lg --nc
end outfile
```

```

residuosModelo3 = $uhat
corrgram residuosModelo3 12 --plot="residuosModelo3-ACF-PACF.png"

outfile --quiet CorrelogramaModelo3.txt
  corrgram residuosModelo3 12 --quiet
end outfile

smpl 1949:01 1959:12
arima 0 1 1 ; 0 1 1 ; lg --nc

fcast 1959:01 1960:12 --plot="prediccion1960.png"

outfile --quiet Predicciones.txt
  fcast --out-of-sample
end outfile

```