

Tipos de interés a 3 y 6 meses en EEUU

Datos

Datos semanales desde el 12 de diciembre de 1958 al 6 de agosto de 2004 (en total 2383 observaciones).
Fuente: ejemplo 8.6.5 del libro de Ruey S. Tsay, *Multivariate Time Series Analysis and its applications* ([w-tb3n6ms.txt](#)).

TB3 3-month Treasury Bill

TB6 6-month Treasury Bill

```
open LetrasTesoroAmericano3y6meses.gdt
gnuplot TB3 TB6 --time-series --with-lines --output="TB3yTB6.png"
```

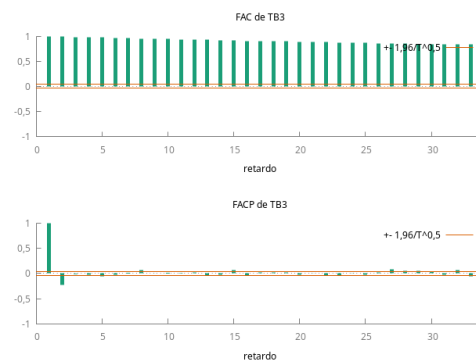
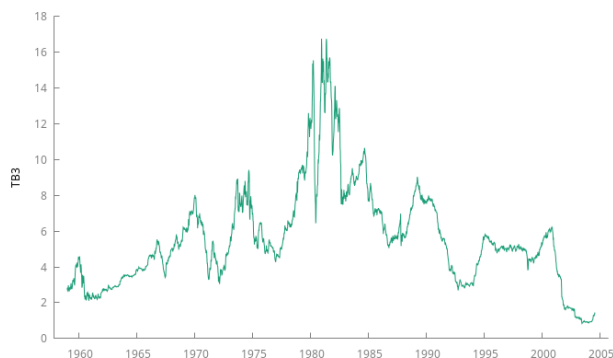


- Ficheros <https://github.com/mbujosab/EconometriaAplicada-SRC/tree/main/Ejercicios>
 - Versión en [pdf](#)
 - Datos: [LetrasTesoroAmericano3y6meses.gdt](#)
 - Guión de gretl: [LetrasTesoroAmericano3y6meses.inp](#)

Letras a tres meses

Gráfico y correlograma de la serie temporal TB3

```
gnuplot TB3 --time-series --with-lines --output="TB3.png"
corrgram TB3 --plot="TB3ACF-PACF.png"
```



Regresión auxiliar para TB3

Consideremos la regresión

$$\nabla TB3_t = \nu + \delta TB3_{t-1} + \sum_{j=1}^3 \pi_j \nabla TB3_{t-j} + U_t.$$

Y consideremos la siguiente hipótesis nula acerca del parámetro δ :

$$H_0 : \delta = 0, \text{ frente a } H_1 : \delta < 0$$

```
diff TB3
RegressionAUX_TB3 <- ols d_TB3 0 TB3(-1) d_TB3(-1) d_TB3(-2) d_TB3(-3)
```

Modelo 2: MCO, usando las observaciones 1959-01-09:2004-08-06 (T = 2379)
Variable dependiente: d_TB3

	coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	0,0204353	0,00950288	2,150	0,0316 **
TB3_1	-0,00371135	0,00152221	-2,438	0,0148 **
d_TB3_1	0,271457	0,0204924	13,25	1,07e-38 ***
d_TB3_2	-0,0148460	0,0212326	-0,6992	0,4845
d_TB3_3	0,0381931	0,0205139	1,862	0,0628 *

Media de la vble. dep.	-0,000513	D.T. de la vble. dep.	0,212547
Suma de cuad. residuos	99,33579	D.T. de la regresión	0,204556
R-cuadrado	0,075335	R-cuadrado corregido	0,073777
F(4, 2374)	48,35422	Valor p (de F)	3,80e-39
Log-verosimilitud	402,1135	Criterio de Akaike	-794,2269
Criterio de Schwarz	-765,3547	Crit. de Hannan-Quinn	-783,7185
rho	-0,002760	h de Durbin	-4,320544

Sin considerar la constante, el valor p más alto fue el de la variable 6 (d_TB3_2)

Contraste de la hipótesis nula

Respecto al contraste de la hipótesis nula sobre el parámetro δ de la anterior regresión auxiliar:

$$H_0 : \delta = 0, \text{ frente a } H_1 : \delta < 0$$

Para el tamaño muestral considerado, y bajo la hipótesis nula, el valor crítico del contraste para un nivel de significación del 5 % es -2.86

Contraste aumentado de Dickey Fuller sobre la existencia de una raíz unitaria para TB3

```
adf 3 TB3 --c
```

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para TB3
incluyendo 3 retardos de (1-L)TB3
tamaño muestral 2379
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

```
contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,00371135
estadístico de contraste: tau_c(1) = -2,43813
valor p asintótico 0,1312
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,003
diferencias retardadas: F(3, 2374) = 63,404 [0,0000]
```

Conteste KPSS de estacionariedad para TB3

kpss 3 TB3

Contraste KPSS para TB3

T = 2383

Parámetro de truncamiento de los retardos = 3

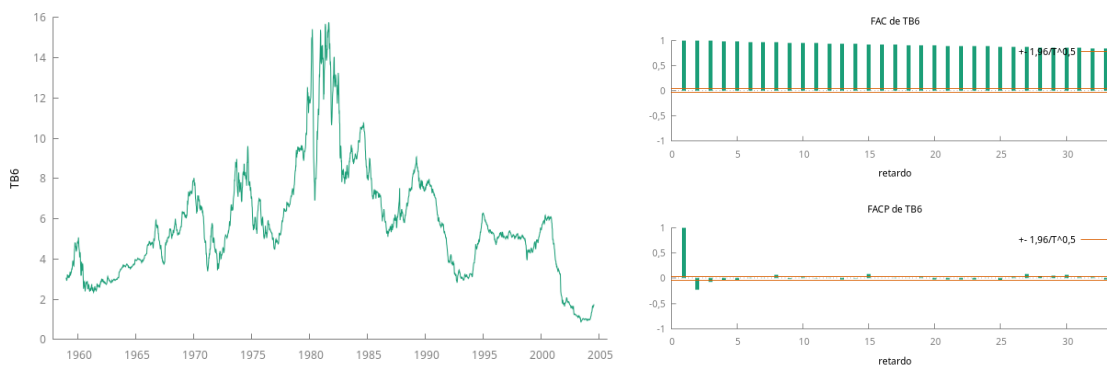
Estadístico de contraste = 8,99282

	10%	5%	1%
Valores críticos:	0,348	0,462	0,744
Valor p < .01			

Letras a seis meses

Gráfico y correlograma de la serie temporal TB6

```
gnuplot TB6 --time-series --with-lines --output="TB6.png"
corrgm TB6 --plot="TB6ACF-PACF.png"
```



Regresión auxiliar para TB6

Consideremos la regresión

$$\nabla TB6_t = \nu + \delta TB6_{t-1} + \sum_{j=1}^3 \pi_j \nabla TB6_{t-j} + U_t.$$

Y consideremos la siguiente hipótesis nula acerca del parámetro δ :

$$H_0 : \delta = 0, \text{ frente a } H_1 : \delta < 0$$

```
diff TB6
RegresionAUX_TB6 <- ols d_TB6 0 TB6(-1) d_TB6(-1) d_TB6(-2) d_TB6(-3)
```

Modelo 4: MCO, usando las observaciones 1959-01-09:2004-08-06 (T = 2379)
Variable dependiente: d_TB6

	coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p	
const	0,0188423	0,00868102	2,171	0,0301	**
TB6_1	-0,00332840	0,00136431	-2,440	0,0148	**
d_TB6_1	0,273770	0,0204870	13,36	2,52e-39	***
d_TB6_2	0,0535491	0,0212198	2,524	0,0117	**
d_TB6_3	0,0408834	0,0205125	1,993	0,0464	**

Media de la vble. dep.	-0,000509	D.T. de la vble. dep.	0,189439
Suma de cuad. residuos	77,37722	D.T. de la regresión	0,180537
R-cuadrado	0,093303	R-cuadrado corregido	0,091775
F(4, 2374)	61,07380	Valor p (de F)	3,60e-49
Log-verosimilitud	699,2666	Criterio de Akaike	-1388,533
Criterio de Schwarz	-1359,661	Crit. de Hannan-Quinn	-1378,025
rho	-0,001784	h de Durbin	-2,253222

Contraste de la hipótesis nula

Respecto al contraste de la hipótesis nula sobre el parámetro δ de la anterior regresión auxiliar:

$$H_0 : \delta = 0, \text{ frente a } H_1 : \delta < 0$$

Para el tamaño muestral considerado, y bajo la hipótesis nula, el valor crítico del contraste para un nivel de significación del 5 % es -2.86

Contraste aumentado de Dickey Fuller sobre la existencia de una raíz unitaria para TB6

```
adf 3 TB6 --c
```

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para TB6
 incluyendo 3 retardos de (1-L)TB6
 tamaño muestral 2379
 la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

```

contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,0033284
estadístico de contraste: tau_c(1) = -2,43963
valor p asintótico 0,1308
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,002
diferencias retardadas: F(3, 2374) = 80,572 [0,0000]
```

Conteste KPSS de estacionariedad para TB6

```
kpss 3 TB6
```

Contraste KPSS para TB6

T = 2383
 Parámetro de truncamiento de los retardos = 3
 Estadístico de contraste = 9,29618

	10%	5%	1%
Valores críticos:	0,348	0,462	0,744
Valor p < .01			

Contraste de cointegración de Engle y Granger

```
coint 3 TB3 TB6
```

Etapas 1: contrastando la existencia de una raíz unitaria en TB3

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para TB3
 incluyendo 3 retardos de (1-L)TB3
 tamaño muestral 2379
 la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

```

contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,00371135
estadístico de contraste: tau_c(1) = -2,43813
valor p asintótico 0,1312
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,003
diferencias retardadas: F(3, 2374) = 63,404 [0,0000]

```

Etapa 2: contrastando la existencia de una raíz unitaria en TB6

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para TB6
incluyendo 3 retardos de (1-L)TB6
tamaño muestral 2379
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

```

contraste con constante
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,0033284
estadístico de contraste: tau_c(1) = -2,43963
valor p asintótico 0,1308
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,002
diferencias retardadas: F(3, 2374) = 80,572 [0,0000]

```

Etapa 3: regresión cointegrante

Regresión cointegrante -
MCO, usando las observaciones 1958-12-12:2004-08-06 (T = 2383)
Variable dependiente: TB3

	coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	-0,227230	0,0103472	-21,96	1,73e-97 ***
TB6	1,01277	0,00162648	622,7	0,0000 ***
Media de la vble. dep.	5,595682	D.T. de la vble. dep.	2,766766	
Suma de cuad. residuos	111,2926	D.T. de la regresión	0,216199	
R-cuadrado	0,993896	R-cuadrado corregido	0,993894	
Log-verosimilitud	269,3694	Criterio de Akaike	-534,7387	
Criterio de Schwarz	-523,1865	Crit. de Hannan-Quinn	-530,5345	
rho	0,917536	Durbin-Watson	0,164916	

Etapa 4: contrastando la existencia de una raíz unitaria en uhat

Contraste aumentado de Dickey-Fuller para uhat
incluyendo 3 retardos de (1-L)uhat
tamaño muestral 2379
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

```

contraste sin constante
modelo: (1-L)y = (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,0714629
estadístico de contraste: tau_c(2) = -8,40176
valor p asintótico 3,55e-13
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,001
diferencias retardadas: F(3, 2375) = 31,962 [0,0000]

```

Hay evidencia de una relación cointegrante si:

- (a) La hipótesis de existencia de raíz unitaria no se rechaza para las variables individuales y
- (b) La hipótesis de existencia de raíz unitaria se rechaza para los residuos (uhat) de la regresión cointegrante.

Regresión de los tipos a 3 meses sobre los tipos a 6 meses

```

MC03sobre6 <- ols TB3 0 TB6
modtest --normality --quiet
modtest --white --quiet
modtest --autocorr 1 --quiet

```

Modelo 8: MCO, usando las observaciones 1958-12-12:2004-08-06 (T = 2383)
Variable dependiente: TB3

	coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	-0,227230	0,0103472	-21,96	1,73e-97 ***
TB6	1,01277	0,00162648	622,7	0,0000 ***
Media de la vble. dep.	5,595682	D.T. de la vble. dep.	2,766766	
Suma de cuad. residuos	111,2926	D.T. de la regresión	0,216199	
R-cuadrado	0,993896	R-cuadrado corregido	0,993894	
F(1, 2381)	387722,5	Valor p (de F)	0,000000	
Log-verosimilitud	269,3694	Criterio de Akaike	-534,7387	
Criterio de Schwarz	-523,1865	Crit. de Hannan-Quinn	-530,5345	
rho	0,917536	Durbin-Watson	0,164916	

Contraste de la hipótesis nula de distribución Normal:
Chi-cuadrado(2) = 1605,555 con valor p 0,00000

Contraste de heterocedasticidad de White

Estadístico de contraste: $TR^2 = 334,788512$,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(2) > 334,788512) = 0,000000$

Contraste de Breusch-Godfrey para autocorrelación de primer orden

Estadístico de contraste: LMF = 12669,718945,
con valor p = $P(F(1,2380) > 12669,7) = 0$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 2006,146451$,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 2006,15) = 0$

Ljung-Box Q' = 2008,6,
con valor p = $P(\text{Chi-cuadrado}(1) > 2008,6) = 0$

Regresión en primeras diferencias

```
diff TB3 TB6
MCO3sobre6_en_Diff <- ols d_TB3 0 d_TB6
modtest --normality --quiet
modtest --white --quiet
modtest --autocorr 2 --quiet
```

Modelo 10: MCO, usando las observaciones 1958-12-19:2004-08-06 (T = 2382)
Variable dependiente: d_TB3

	coeficiente	Desv. típica	Estadístico t	valor p
const	8,20245e-06	0,00179898	0,004560	0,9964
d_TB6	1,02172	0,00950382	107,5	0,0000 ***
Media de la vble. dep.	-0,000575	D.T. de la vble. dep.	0,212426	
Suma de cuad. residuos	18,34704	D.T. de la regresión	0,087800	
R-cuadrado	0,829239	R-cuadrado corregido	0,829167	
F(1, 2380)	11557,57	Valor p (de F)	0,000000	
Log-verosimilitud	2415,765	Criterio de Akaike	-4827,531	
Criterio de Schwarz	-4815,979	Crit. de Hannan-Quinn	-4823,327	
rho	0,042154	Durbin-Watson	1,915514	

Contraste de la hipótesis nula de distribución Normal:
Chi-cuadrado(2) = 3551,267 con valor p 0,00000

Contraste de heterocedasticidad de White

Estadístico de contraste: $TR^2 = 271,546715$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(2) > 271,546715) = 0,000000$

Contraste de Breusch-Godfrey para autocorrelación hasta el orden 2

Estadístico de contraste: LMF = 57,661126,
con valor $p = P(F(2,2378) > 57,6611) = 3,52e-25$

Estadístico alternativo: $TR^2 = 110,173325$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(2) > 110,173) = 1,19e-24$

Ljung-Box $Q' = 108,32$,
con valor $p = P(\text{Chi-cuadrado}(2) > 108,32) = 3,01e-24$

Preguntas

Pregunta 1

Discuta de todas las formas posibles si las series temporales de letras del tesoro norteamericano a tres meses (TB3) y a seis meses (TB6) son estacionarias en media (i.e., son la realización de procesos estocásticos estacionarios en media), usando para ello los resultados de los apartados [Letras a tres meses](#) y [Letras a seis meses](#) así como sus subapartados.

Pregunta 2

Discuta si las series temporales TB3 y TB6 están cointegradas, a partir de los resultados del apartado [Contraste de cointegración de Engle y Granger](#).

Pregunta 3

¿Qué relación existe entre el contraste de la hipótesis $H_0 : \delta = 0$ para la [Regresión auxiliar para TB3](#) y el [Contraste aumentado de Dickey Fuller sobre la existencia de una raíz unitaria para TB3](#)?

¿Qué relación existe entre el contraste de la hipótesis $H_0 : \delta = 0$ para la [Regresión auxiliar para TB6](#) y el [Contraste aumentado de Dickey Fuller sobre la existencia de una raíz unitaria para TB6](#)?

Pregunta 4

Los listados de la [Regresión de los tipos a 3 meses sobre los tipos a 6 meses](#) y la [Regresión en primeras diferencias](#) muestran los principales resultados obtenidos al estimar por MCO dos modelos de regresión.

Resuma y comente los resultados de estimación y diagnosis que le parezcan más relevantes para cada uno de los modelos (el primero en niveles y el segundo en diferencias).

¿Detecta alguna desviación del cumplimiento de las hipótesis habituales en dichos modelos?

Respuestas

Respuesta 1

Ambas series (TB3 y TB6) parecen ser NO estacionarias en media,

- Analizando los gráficos de las series, ambas parecen tener una tendencia estocástica sin deriva.
- Ambas funciones de autocorrelación (FAC) muestran persistencia (sus coeficientes decrecen despacio y a un ritmo aproximadamente lineal); y el primer coeficiente de la PACF está próximo a uno en ambos casos.
- En ambos casos el contraste Dickey-Fuller aumentado no rechaza la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria ni al 1 %, ni al 5 %, ni tampoco al 10 % de significación.
- En consonancia con lo anterior, en ambos casos el test KPSS rechaza contundentemente que las series sean estacionarias.
- Además (aunque el enunciado no hace referencia a la sección "[Contraste de cointegración de Engle y Granger](#)"), los test ADF calculados en las etapas 1 y 2 no rechazan la hipótesis (raíz unitaria), de hecho, son los mismos test mostrados más arriba.

([Pregunta 1](#))

Respuesta 2

Las conclusiones de las distintas etapas del test de cointegración son:

Etapas 1 El test ADF no rechaza que la serie TB3 sea $I(1)$ para niveles de significación inferiores al 13 % (p-valor asintótico 0,1312).

Etapas 2 El test ADF no rechaza que la serie TB6 sea $I(1)$ para niveles de significación inferiores al 13 % (p-valor asintótico 0,1308).

Etapas 3 En la regresión (cointegrante) de las letras a 3 meses sobre las letras a 6 meses ambos parámetros (constante y pendiente) resultan ser muy significativos, y el R^2 está próximo a 1.

Etapas 4 El test ADF rechaza **contundentemente** que los residuos de la regresión cointegrante sean $I(1)$ tanto a casi cualquier nivel de significación (p-valor asintótico 0.000000000000355)

Consecuentemente, el test NO rechaza la cointegración de los tipos de interés a 3 y 6 meses.

([Pregunta 2](#))

Respuesta 3

Precisamente, ambas regresiones auxiliares son las que se han empleado en los respectivos contrastes ADF (en este caso incluyendo tres retardos)

$$\nabla Y_t = \nu + \delta Y_{t-1} + \sum_{j=1}^3 \pi_j \nabla Y_{t-j} + U_t,$$

puesto que, bajo la hipótesis de que la serie Y_t es $I(1)$, que resulte que $\delta = 0$ implica que la primera diferencia es estacionaria en media, pues

$$Y_t - Y_{t-1} = \nu + \underbrace{\sum_{j=1}^3 \pi_j \nabla Y_{t-j}}_{I(0)} + U_t.$$

El ratio t correspondiente al parámetro δ no se distribuye como una t -student bajo la H_0 de que la serie es $I(1)$, por lo que el estadístico t y el correspondiente p-valor mostrados en las regresiones auxiliares no son válidos. Por eso el contraste ADF emplea unos valores críticos distintos.

([Pregunta 3](#))

Respuesta 4

Regresión de los tipos a 3 meses sobre los tipos a 6 meses Los coeficientes estimados son muy significativos. El ajuste del modelo, medido por el valor del R^2 es muy elevado, pero los contrastes rechazan la normalidad, la homocedasticidad y la ausencia de autocorrelación.

Regresión en primeras diferencias El único coeficiente significativo es la pendiente (es decir, al diferenciar las series NO desaparece la relación entre ellas; como cabe esperar entre series cointegradas), y el ajuste del modelo, medido por el valor del R^2 , es superior al 80 %. Los contrastes residuales rechazan la hipótesis nula de normalidad, homocedasticidad y ausencia de autocorrelación.

(Pregunta 4)