

# Ejercicio de identificación de un modelo ARIMA

## Datos

Cargue la serie de datos simulados [f7dcdb-12.gdt](#)

---

`open IdentificaEstosARIMA/f7dcdb-12.gdt`

---

## Tareas a realizar

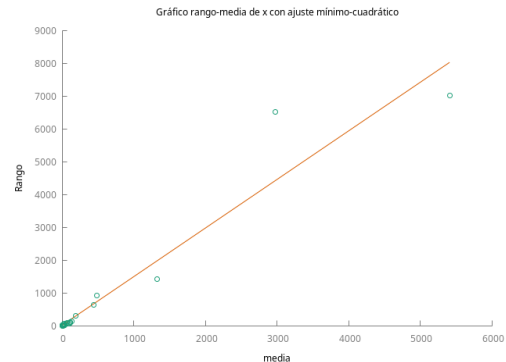
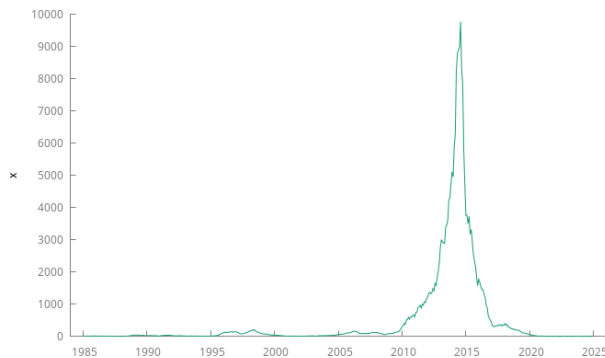
1. Realice un primer análisis gráfico: haga un gráfico de la serie y un gráfico *rango-media*
2. Determine si es necesario transformar logarítmicamente los datos
3. Determine si es necesario tomar una o más diferencias regulares de la serie
4. Determine si es necesario tomar una diferencia estacional de la serie
5. Encuentre un modelo ARIMA para la serie que sea lo más parsimonioso posible, pero cuyos residuos se puedan considerar *ruido blanco*.
6. Ficheros <https://github.com/mbujosab/EconometriaAplicada-SRC/tree/main/Ejercicios>
  - Versión en pdf
  - Datos: [f7dcdb-12.gdt](#)
  - Guión de gretl: [EjercicioIdentificacionARIMA.inp](#)

## Primer análisis gráfico

---

```
gnuplot x --time-series --with-lines --output="SerieEnNiveles.png"
rmpplot x --output="rango-media.png"
```

---

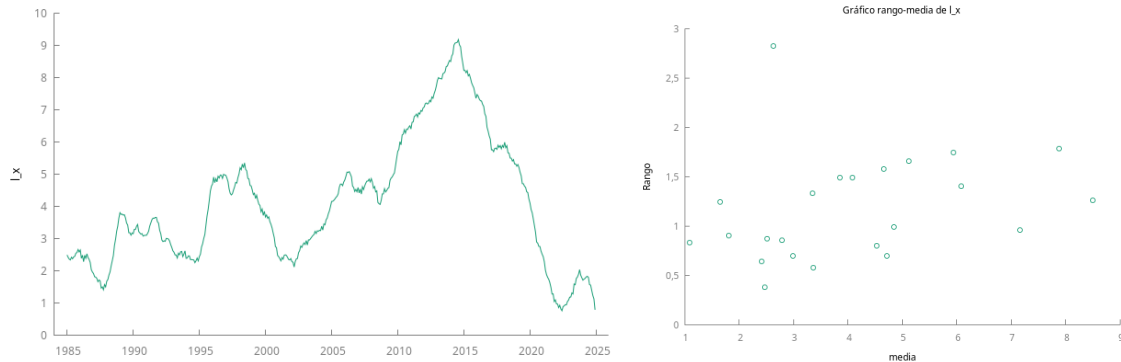


## Estacionariedad en varianza

A la luz de los anteriores gráficos, donde se aprecia que la variabilidad de los datos aumenta con el nivel de la serie, parece necesaria la transformación logarítmica.

## Transforme logarítmicamente los datos y grafíquelos

```
logs x
gnuplot l_x --time-series --with-lines --output="SerieEnLogs.png"
rmplot l_x --output="rango-media-enLogs.png"
```



La serie en logs ya parece estacionaria en varianza.

## Estacionariedad en media

El gráfico de la serie  $l_x$  parece mostrar una evolución en su nivel (una tendencia). Por tanto, parece indicado tomar una diferencia ordinaria.

No obstante, probemos a ajustar un modelo AR(1), probablemente obtendremos un polinomio autoregresivo con una raíz muy próxima a uno (o incluso menor que uno en valor absoluto).

```
AR1 <- arima 1 0 0 ; l_x
```

Evaluaciones de la función: 93

Evaluaciones del gradiente: 24

AR1: ARMA, usando las observaciones 1985:01-2024:12 (T = 480)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente:  $l_x$

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
const	2,43628	1,71557	1,420	0,1556	
phi_1	0,998052	0,00178662	558,6	0,0000	***

Media de la vble. dep.	4,117853	D.T. de la vble. dep.	1,982703
Media de innovaciones	-0,000257	D.T. innovaciones	0,124169
R-cuadrado	0,996075	R-cuadrado corregido	0,996075
Log-verosimilitud	317,4684	Criterio de Akaike	-628,9367
Criterio de Schwarz	-616,4154	Crit. de Hannan-Quinn	-624,0149

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----					
AR					
Raíz	1	1,0020	0,0000	1,0020	0,0000
-----					

AR1 guardado

Tal como se anticipaba, la raíz es casi 1. También podemos probar con los test formales de raíz unitaria

## Test ADF

---

```
adf -1 l_x --c --glsl --test-down --perron-qu
```

---

Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para  $l_x$   
 contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu  
 tamaño muestral 477  
 la hipótesis nula de raíz unitaria es:  $[a = 1]$

```
contraste con constante
incluyendo 2 retardos de (1-L)l_x
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
valor estimado de (a - 1): -0,00213547
estadístico de contraste: tau = -1,19526
valor p aproximado 0,226
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,013
diferencias retardadas: F(2, 474) = 156,788 [0,0000]
```

El p-valor es elevado, por lo que NO se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(1)$

## Test KPSS

---

```
kpss -1 l_x
```

---

Contraste KPSS para  $l_x$

```
T = 480
Parámetro de truncamiento de los retardos = 5
Estadístico de contraste = 1,77747
```

```

          10%      5%      1%
Valores críticos: 0,348  0,462  0,742
Valor p < .01
```

El p-valor es menor al 1 %, por lo que se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(0)$ .

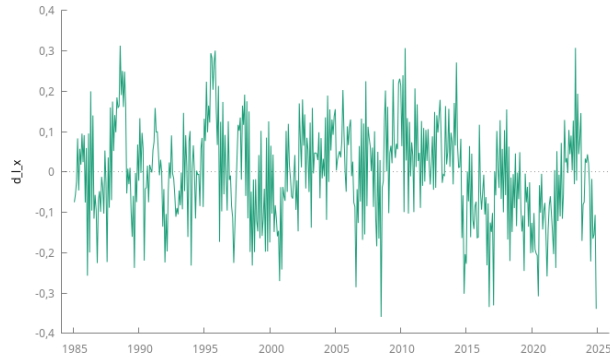
**Todas las evidencias apuntan a que es necesaria tomar una diferencia ordinaria**

## Repetición del análisis con la serie diferenciada

---

```
diff l_x
gnuplot d_l_x --time-series --with-lines --output="SerieLogEnDiferencias.png"
```

---



El gráfico de la serie transformada no muestra tener una clara tendencia o evolución a largo plazo de su nivel.

Probemos a ajustar un modelo AR a los datos diferenciados

---

```
ARIMA110 <- arima 1 1 0 ; d_l_x
```

---

Evaluaciones de la función: 24

Evaluaciones del gradiente: 5

ARIMA110: ARIMA, usando las observaciones 1985:03-2024:12 (T = 478)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) d\_l\_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
const	-0,000361014	0,00262948	-0,1373	0,8908
phi_1	-0,755554	0,0299328	-25,24	1,40e-140 ***

Media de la vble. dep.	-0,000553	D.T. de la vble. dep.	0,154022
Media de innovaciones	0,000017	D.T. innovaciones	0,100834
R-cuadrado	0,388386	R-cuadrado corregido	0,388386
Log-verosimilitud	417,9912	Criterio de Akaike	-829,9825
Criterio de Schwarz	-817,4736	Crit. de Hannan-Quinn	-825,0647

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----				
AR				
Raíz 1	-1,3235	0,0000	1,3235	0,5000
-----				

ARIMA110 guardado

El parámetro  $\phi_1$  está lejos de la unidad (consecuentemente, también lo está la raíz autorregresiva).  
Repitamos también los tests formales

## Test ADF

---

```
adf -1 d_l_x --c --glS --test-down --perron-qu
```

---

Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para d\_l\_x

contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu

tamaño muestral 468  
la hipótesis nula de raíz unitaria es:  $[a = 1]$

contraste con constante  
incluyendo 10 retardos de  $(1-L)d_{1\_x}$   
modelo:  $(1-L)y = b_0 + (a-1)y(-1) + \dots + e$   
valor estimado de  $(a - 1)$ : -0,145647  
estadístico de contraste:  $\tau = -3,18886$   
valor p aproximado 0,001  
Coef. de autocorrelación de primer orden de  $e$ : 0,001  
diferencias retardadas:  $F(10, 457) = 35,578$  [0,0000]

El p-valores es muy bajo, por lo que se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(1)$

## Test KPSS

---

kpss -1 d\_1\_x

---

Contraste KPSS para  $d_{1\_x}$

$T = 479$

Parámetro de truncamiento de los retardos = 5

Estadístico de contraste = 0,542182

	10%	5%	1%
Valores críticos:	0,348	0,462	0,742
Valor p interpolado	0,039		

El p-valor no es muy concluyente: NO se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(0)$  al 1%, pero sí se rechaza al 5%. En cualquier caso, **las evidencias apuntan mayoritariamente a que NO es necesario tomar una segunda diferencia ordinaria**

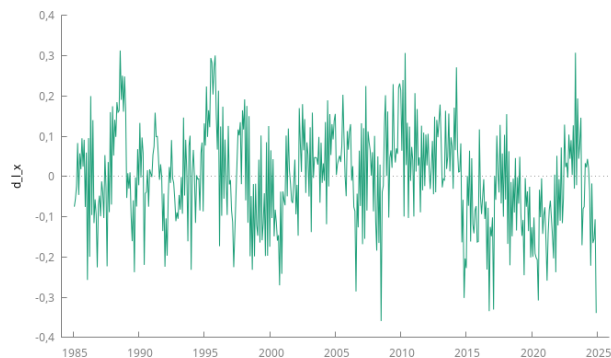
## Diferencias estacionales

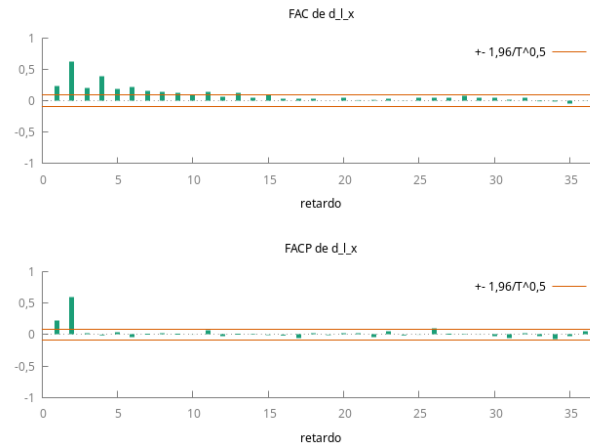
Observemos el gráfico de la serie diferenciada y su correlograma.

---

corrgram d\_1\_x 36 --plot="d\_1\_x\_ACF-PACF.png"

---





Ni en el gráfico de la serie se aprecia ninguna pauta estacional, ni en la función de autocorrelación simple las correlaciones correspondientes a los retardos estacionales son significativas (y deberían ser **muy prominentes** si fuera necesaria una diferencia estacional).

Además, si tratamos de ajustar un AR(1) estacional:

---

```
ARIMA010X100 <- arima 0 1 0 ; 1 0 0 ; l_x --nc
```

---

Evaluaciones de la función: 15

Evaluaciones del gradiente: 3

ARIMA010X100:

ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) l\_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
-----	-----	-----	-----	-----
Phi_1	0,0578266	0,0459270	1,259	0,2080

Media de la vble. dep.	-0,003555	D.T. de la vble. dep.	0,124351
Media de innovaciones	-0,003470	D.T. innovaciones	0,124062
R-cuadrado	0,996083	R-cuadrado corregido	0,996083
Log-verosimilitud	319,9682	Criterio de Akaike	-635,9364
Criterio de Schwarz	-627,5930	Crit. de Hannan-Quinn	-632,6565

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----	-----	-----	-----	-----
AR (estacional)				
Raíz 1	17,2931	0,0000	17,2931	0,0000
-----	-----	-----	-----	-----

ARIMA010X100 guardado

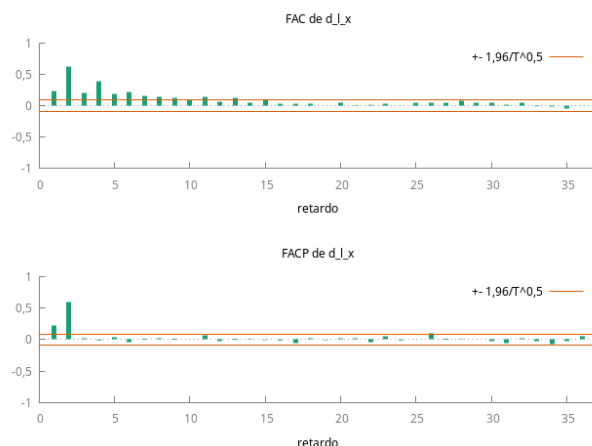
constatamos que la estimación del parámetro  $\Phi_1$  no es significativa.

**Todas las evidencias apuntan a que NO es necesaria tomar ninguna diferencia estacional**

Recuerde que los test ADF y KPSS no sirven para determinar si es necesario tomar diferencias estacionales (solo sirven para las diferencias regulares).

## Búsqueda de un modelo ARIMA

Observando al ACF y la PACF se aprecia que la ACF decae a una tasa exponencial, y la PACF se trunca tras el segundo retardo, lo cual es compatible con un AR(2).



Por tanto, parece que la serie en logaritmos sigue un modelo ARIMA(2,1,0). Veamos si es así:

---

```
ARIMA210cte <- arima 2 1 0 ; l_x
```

---

Evaluaciones de la función: 27

Evaluaciones del gradiente: 6

ARIMA210cte:

ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) l\_x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
const	-0,00612415	0,0144972	-0,4224	0,6727	
phi_1	0,0933620	0,0365714	2,553	0,0107	**
phi_2	0,604952	0,0365965	16,53	2,22e-61	***

Media de la vble. dep.	-0,003555	D.T. de la vble. dep.	0,124351
Media de innovaciones	0,000230	D.T. innovaciones	0,096517
R-cuadrado	0,997634	R-cuadrado corregido	0,997629
Log-verosimilitud	439,7655	Criterio de Akaike	-871,5310
Criterio de Schwarz	-854,8442	Crit. de Hannan-Quinn	-864,9712

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	-1,3652	0,0000	1,3652	0,5000
Raíz 2	1,2108	0,0000	1,2108	0,0000

ARIMA210cte guardado

Los parámetros autorregresivos son significativos y el modulo de las raíces es claramente mayor que la unidad en ambos casos. No obstante, la constante no es significativa.

Reestimemos el modelo sin constante:

---

```
ARIMA210 <- arima 2 1 0 ; l_x --nc
```

---

Evaluaciones de la función: 21  
Evaluaciones del gradiente: 4

ARIMA210: ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)  
Estimado usando AS 197 (MV exacta)  
Variable dependiente: (1-L) l\_x  
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
phi_1	0,0936419	0,0365721	2,560	0,0105	**
phi_2	0,605180	0,0365994	16,54	2,05e-61	***

Media de la vble. dep.	-0,003555	D.T. de la vble. dep.	0,124351
Media de innovaciones	-0,001626	D.T. innovaciones	0,096534
R-cuadrado	0,997634	R-cuadrado corregido	0,997629
Log-verosimilitud	439,6762	Criterio de Akaike	-873,3525
Criterio de Schwarz	-860,8374	Crit. de Hannan-Quinn	-868,4326

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	-1,3652	0,0000	1,3652	0,5000
Raíz 2	1,2104	0,0000	1,2104	0,0000

ARIMA210 guardado

## Análisis de los residuos

Todo parece OK, pero debemos ver el gráfico de los residuos y su correlograma, así como los estadísticos Q de Ljung-Box para constatar que podemos asumir que son la realización de un proceso de ruido blanco. También conviene mirar si tienen distribución gaussiana:

---

```
series residuos = $uhat
```

---

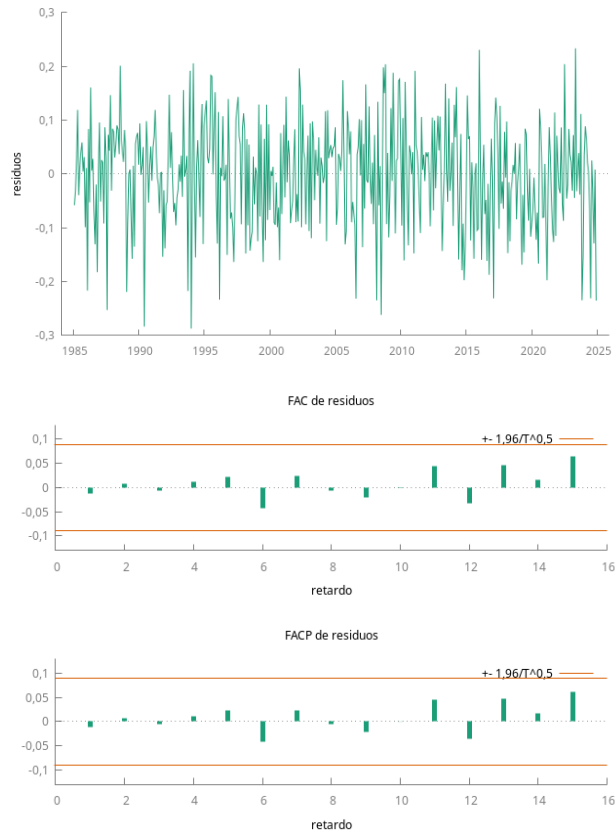


---

```
gnuplot residuos --time-series --with-lines --output="Residuos.png"
corrgm residuos 15 --plot="residuosACF-PACF.png"
```

---






---

corrgm residuos 15

---

Función de autocorrelación para residuos

\*\*\*, \*\* y \* indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10% utilizando la desviación típica  $1/T^{0,5}$

RETARDO	FAC	FACP	Estad-Q. [valor p]	
1	-0,0115	-0,0115	0,0643	[0,800]
2	0,0078	0,0077	0,0940	[0,954]
3	-0,0064	-0,0062	0,1135	[0,990]
4	0,0112	0,0110	0,1747	[0,996]
5	0,0218	0,0222	0,4057	[0,995]
6	-0,0419	-0,0416	1,2590	[0,974]
7	0,0250	0,0239	1,5640	[0,980]
8	-0,0067	-0,0054	1,5857	[0,991]
9	-0,0195	-0,0211	1,7719	[0,995]
10	-0,0009	-0,0004	1,7723	[0,998]
11	0,0433	0,0449	2,6954	[0,994]
12	-0,0331	-0,0353	3,2347	[0,994]
13	0,0462	0,0479	4,2881	[0,988]
14	0,0159	0,0178	4,4136	[0,992]
15	0,0652	0,0623	6,5238	[0,970]

El gráfico de los residuos no presenta ninguna estructura reconocible y ninguna autocorrelación es significativa.

Más importante aún, los correlogramas no muestran ninguna pauta reconocible, se parecen mucho entre sí y los estadísticos Q muestran p-valores muy elevados, por lo que podemos asumir que estos residuos son “ruido blanco”.

También conviene mirar si los residuos tienen distribución gaussiana:

---

```
modtest --normality
```

---

Distribución de frecuencias para uhat10, observaciones 2-480  
 número de cajas = 21, Media = -0,00162572, Desv.típ.=0,0967229

intervalo	punto medio	frecuencia	rel	acum.
< -0,27429	-0,28731	2	0,42%	0,42%
-0,27429 - -0,24825	-0,26127	2	0,42%	0,84%
-0,24825 - -0,22222	-0,23524	7	1,46%	2,30%
-0,22222 - -0,19618	-0,20920	5	1,04%	3,34%
-0,19618 - -0,17014	-0,18316	3	0,63%	3,97%
-0,17014 - -0,14411	-0,15712	19	3,97%	7,93% *
-0,14411 - -0,11807	-0,13109	21	4,38%	12,32% *
-0,11807 - -0,092032	-0,10505	32	6,68%	19,00% **
-0,092032 - -0,065995	-0,079013	31	6,47%	25,47% **
-0,065995 - -0,039958	-0,052976	38	7,93%	33,40% **
-0,039958 - -0,013921	-0,026939	36	7,52%	40,92% **
-0,013921 - 0,012116	-0,00090204	56	11,69%	52,61% ****
0,012116 - 0,038154	0,025135	60	12,53%	65,14% ****
0,038154 - 0,064191	0,051172	45	9,39%	74,53% ***
0,064191 - 0,090228	0,077209	46	9,60%	84,13% ***
0,090228 - 0,11626	0,10325	25	5,22%	89,35% *
0,11626 - 0,14230	0,12928	21	4,38%	93,74% *
0,14230 - 0,16834	0,15532	13	2,71%	96,45%
0,16834 - 0,19438	0,18136	9	1,88%	98,33%
0,19438 - 0,22041	0,20739	6	1,25%	99,58%
>= 0,22041	0,23343	2	0,42%	100,00%

Contraste de la hipótesis nula de distribución Normal:  
 Chi-cuadrado(2) = 6,694 con valor p 0,03519

Claramente tienen distribución normal.

Además, si en la ventana del modelo estimado pincha en el menú desplegable **Gráficos ->Espectro** con respecto al **periodograma espectral** verá que el espectro teórico del modelo se ajusta perfectamente al periodograma de la serie.

Por tanto, podemos concluir que la serie `f7dcbd-12.gdt`, una vez transformada logarítmicamente, sigue un proceso ARIMA(2,1,0) con media cero.

## Modelo efectivamente simulado

Veamos si ese es el modelo usado en su simulación. Si miramos la línea 37 del fichero [000-Etiquetas-12.txt](#) que se encuentra en el directorio de donde hemos obtenido los datos encontramos lo siguiente:

```
f7dcbd, logs, mu = 2.5, ar = '(1 - 0.8B)(1 + 0.8B)', ma = "", i = '(1 - B)'
```

Efectivamente, requería la transformación logarítmica. La media era 2,5, (es decir la constante simulada no era cero). El polinomio AR era de grado 2:  $\phi = (1 - 0,8B)(1 + 0,8B) = (1 + 0B - 0,64B^2)$ , no tenía estructura MA y la serie requería una diferencia regular  $(1 - B)$ .

Por supuesto que la estimación de los parámetros no coincide exactamente con los parámetros del modelo simulado, pero la identificación del modelo ha sido PERFECTA.

Ahora escoja al azar nuevas series del [directorio](#) (dispone de centenares de series simuladas con distintos modelos) y practique la identificación hasta que adquiera seguridad.