Ejercicio de identificación de un modelo ARIMA

Datos

Cargue la serie de datos simulados f7dcbd-12.gdt

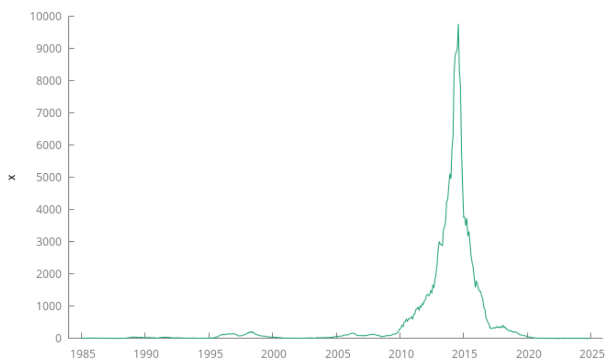
```
open IdentificaEstosARIMA/f7dcbd-12.gdt
```

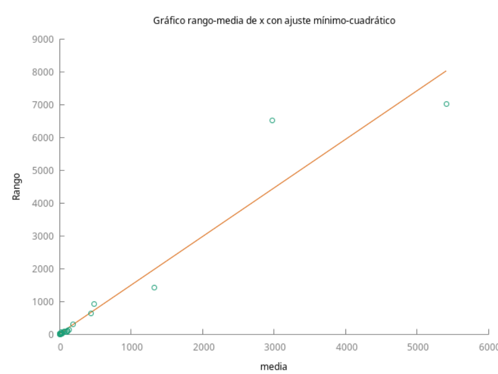
Tareas a realizar

1. Realice un primer análisis gráfico: haga un gráfico de la serie y un gráfico *rango-media*
2. Determine si es necesario transformar logarítmicamente los datos
3. Determine si es necesario tomar una o más diferencias regulares de la serie
4. Determine si es necesario tomar una diferencia estacional de la serie
5. Encuentre un modelo ARIMA para la serie que sea lo más parsimonioso posible, pero cuyos residuos se puedan considerar *ruido blanco*.

Primer análisis gráfico

```
gnuplot x --time-series --with-lines --output="SerieEnNiveles.png"
rmplot  x --output="rango-media.png"
```



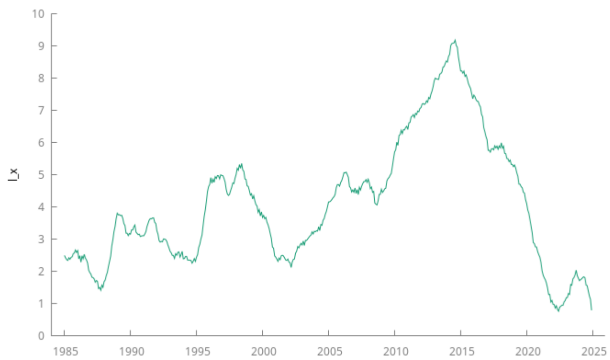


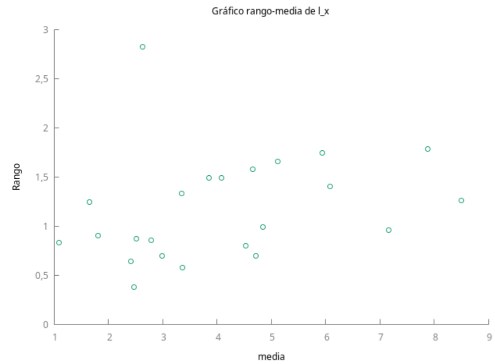
Estacionariedad en varianza

A la luz de los anteriores gráficos, donde se aprecia que la variabilidad de los datos aumenta con el nivel de la serie, **parece necesaria la transformación logarítmica.**

Transforme logarítmicamente los datos y grafíquelos

```
logs x
gnuplot l_x --time-series --with-lines --output="SerieEnLogs.png"
rmplot  l_x --output="rango-media-enLogs.png"
```





La serie en logs ya parece estacionaria en varianza.

Estacionariedad en media

El gráfico de la serie `l_x` parece mostrar una evolución en su nivel (una tendencia). Por tanto, parece indicado tomar una diferencia ordinaria.

No obstante, probemos a ajustar un modelo AR(1), probablemente obtendremos un polinomio autoregresivo con una raíz muy próxima a uno (o incluso menor que uno en valor absoluto).

```
AR1 <- arima 1 0 0 ; l_x
```

```
Evaluaciones de la función: 93
Evaluaciones del gradiente: 24

AR1: ARMA, usando las observaciones 1985:01-2024:12 (T = 480)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: l_x
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

             coeficiente   Desv. típica      z      valor p
  ---------------------------------------------------------
  const       2,43628       1,71557         1,420   0,1556
  phi_1       0,998052      0,00178662    558,6     0,0000   ***

Media de la vble. dep.  4,117853   D.T. de la vble. dep.   1,982703
Media de innovaciones  0,000257   D.T. innovaciones       0,124169
R-cuadrado              0,996075   R-cuadrado corregido    0,996075
Log-verosimilitud       317,4684   Criterio de Akaike     628,9367
Criterio de Schwarz    616,4154   Crit. de Hannan-Quinn  624,0149

                       Real  Imaginaria     Módulo Frecuencia
  -----------------------------------------------------------
  AR
   Raíz  1           1,0020     0,0000     1,0020     0,0000
  -----------------------------------------------------------
```

```
AR1 guardado
```

Tal como se anticipaba, la raíz es casi 1. También podemos probar con los test formales de raíz unitaria

Test ADF

```
adf -1 l_x --c --gls --test-down --perron-qu
```

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para l_x
contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu
tamaño muestral 477
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

  contraste con constante
  incluyendo 2 retardos de (1-L)l_x
  modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
  valor estimado de (a - 1): -0,00213547
  estadístico de contraste: tau = -1,19526
  valor p aproximado 0,226
  Coef. de autocorrelación de primer orden de e: -0,013
  diferencias retardadas: F(2, 474) = 156,788 [0,0000]
```

El p-valor es elevado, por lo que NO se rechaza la H_0 de que la serie es $I(1)$

Test KPSS

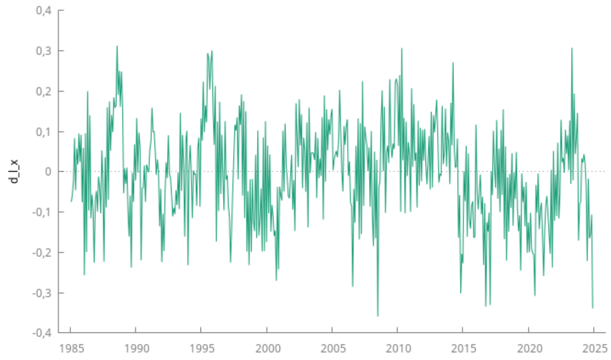
```
kpss -1 l_x
```

```
Contraste KPSS para l_x

T = 480
Parámetro de truncamiento de los retardos = 5
Estadístico de contraste = 1,77747

                      10%      5%      1%
Valores críticos: 0,348   0,462   0,742
Valor p < .01
```

El p-valor es menor al 1 %, por lo que se rechaza la H_0 de que la serie es $I(0)$.
Todas las evidencias apuntan a que es necesaria tomar una diferencia ordinaria

Repetición del análisis con la serie diferenciada

```
diff l_x
gnuplot d_l_x --time-series --with-lines --output="SerieLogEnDiferencias.png"
```



El gráfico de la serie transformada no muestra tener una clara tendencia o evolución a largo plazo de su nivel.

Probemos a ajustar un modelo AR a los datos diferenciados

```
ARIMA110 <- arima 1 1 0 ; d_l_x
```

```
Evaluaciones de la función: 24
Evaluaciones del gradiente: 5

ARIMA110: ARIMA, usando las observaciones 1985:03-2024:12 (T = 478)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: (1-L) d_l_x
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

             coeficiente    Desv. típica      z        valor p
  --------------------------------------------------------------
  const      0,000361014    0,00262948     0,1373   0,8908
  phi_1      0,755554       0,0299328     25,24     1,40e-140 ***

Media de la vble. dep. 0,000553   D.T. de la vble. dep.   0,154022
Media de innovaciones   0,000017   D.T. innovaciones       0,100834
R-cuadrado              0,388386   R-cuadrado corregido    0,388386
Log-verosimilitud       417,9912   Criterio de Akaike     829,9825
Criterio de Schwarz    817,4736   Crit. de Hannan-Quinn  825,0647

                       Real Imaginaria     Módulo Frecuencia
  -----------------------------------------------------------
  AR
   Raíz  1          -1,3235     0,0000     1,3235     0,5000
  -----------------------------------------------------------

ARIMA110 guardado
```

El parámetro ϕ_1 está lejos de la unidad (consecuentemente, también lo está la raíz autorregresiva).

Repitamos también los tests formales

Test ADF

```
adf -1 d_l_x --c --gls --test-down --perron-qu
```

```
Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para d_l_x
contrastar hacia abajo desde 17 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu
```

```
tamaño muestral 468
la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

  contraste con constante
  incluyendo 10 retardos de (1-L)d_l_x
  modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)*y(-1) + ... + e
  valor estimado de (a - 1): -0,145647
  estadístico de contraste: tau = -3,18886
  valor p aproximado 0,001
  Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0,001
  diferencias retardadas: F(10, 457) = 35,578 [0,0000]
```

El p-valores es muy bajo, por lo que se rechaza la H_0 de que la serie es $I(1)$

Test KPSS

```
kpss -1 d_l_x
```

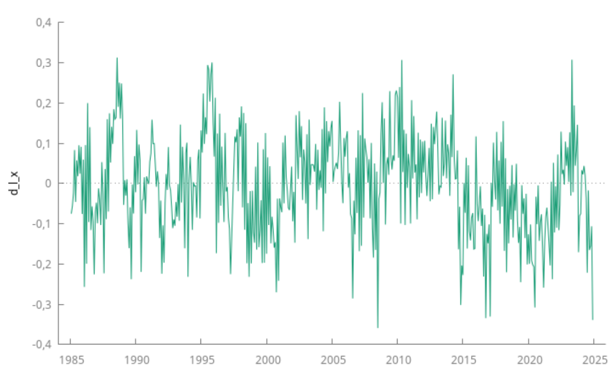
```
Contraste KPSS para d_l_x

T = 479
Parámetro de truncamiento de los retardos = 5
Estadístico de contraste = 0,542182

                      10%      5%      1%
Valores críticos: 0,348   0,462   0,742
Valor p interpolado 0,039
```

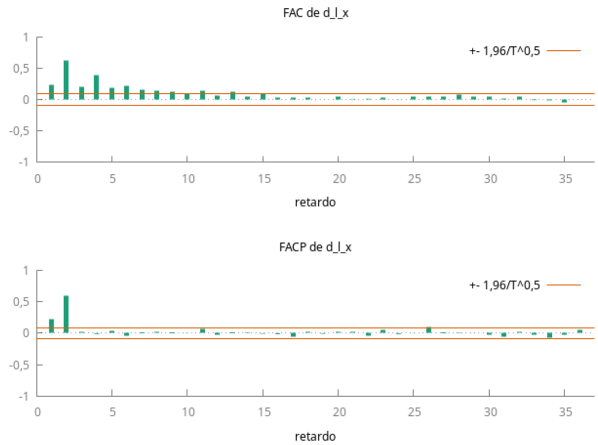
El p-valor no es muy concluyente: NO se rechaza la H_0 de que la serie es $I(0)$ al 1 %, pero sí se rechaza al 5 %. En cualquier caso, **las evidencias apuntan mayoritariamente a que NO es necesario tomar una segunda diferencia ordinaria**

Diferencias estacionales

Observemos el gráfico de la serie diferenciada y su correlograma.

```
corrgm d_l_x 36 --plot="d_l_x_ACF-PACF.png"
```





Ni en el gráfico de la serie se aprecia ninguna pauta estacional, ni en la función de autocorrelación simple las correlaciones correspondientes a los retardos estacionales son significativas (y deberían ser **muy prominentes** si fuera necesaria una diferencia estacional).

Además, si tratamos de ajustar un AR(1) estacional:

```
ARIMA010X100 <- arima 0 1 0 ; 1 0 0 ; l_x  --nc
```

```
Evaluaciones de la función: 15
Evaluaciones del gradiente: 3

ARIMA010X100:
ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: (1-L) l_x
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

             coeficiente   Desv. típica     z     valor p
  -------------------------------------------------------
  Phi_1       0,0578266     0,0459270     1,259   0,2080

Media de la vble. dep. 0,003555   D.T. de la vble. dep.   0,124351
Media de innovaciones  0,003470   D.T. innovaciones       0,124062
R-cuadrado              0,996083   R-cuadrado corregido    0,996083
Log-verosimilitud       319,9682   Criterio de Akaike     635,9364
Criterio de Schwarz    627,5930   Crit. de Hannan-Quinn  632,6565

                       Real Imaginaria     Módulo Frecuencia
  -----------------------------------------------------------
  AR (estacional)
   Raíz  1          17,2931     0,0000    17,2931     0,0000
  -----------------------------------------------------------

ARIMA010X100 guardado
```

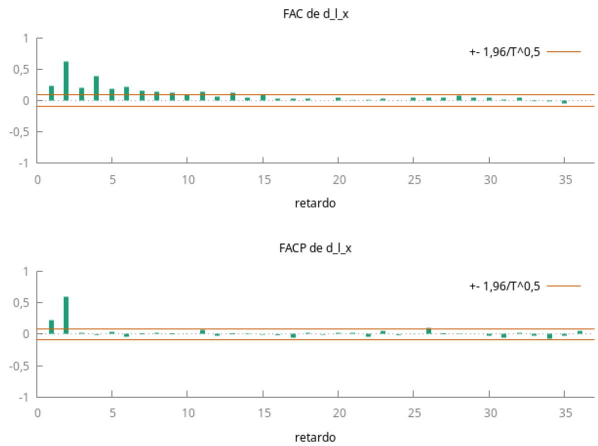
constatamos que la estimación del parámetro Φ_1 no es significativa.

Todas las evidencias apuntan a que NO es necesaria tomar ninguna diferencia estacional

Recuerde que los test ADF y KPSS no sirven para determinar si es necesario tomar diferencias estacionales (solo sirven para las diferencias regulares).

Búsqueda de un modelo ARIMA

Observando al ACF y la PACF de aprecia que la ACF decae a una tasa exponencial, y la PACF se trunca tras el segundo retardo, lo cual es compatible con un AR(2).



Por tanto, parece que la serie en logaritmos sigue un modelo ARIMA$(2, 1, 0)$. Veamos si es así:

```
ARIMA210cte <- arima 2 1 0 ; l_x
```

```
Evaluaciones de la función: 27
Evaluaciones del gradiente: 6

ARIMA210cte:
ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: (1-L) l_x
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

             coeficiente   Desv. típica      z      valor p
  ---------------------------------------------------------
  const      0,00612415    0,0144972     0,4224   0,6727
  phi_1       0,0933620     0,0365714      2,553    0,0107   **
  phi_2       0,604952      0,0365965     16,53     2,22e-61 ***

Media de la vble. dep. 0,003555   D.T. de la vble. dep.   0,124351
Media de innovaciones   0,000230   D.T. innovaciones       0,096517
R-cuadrado              0,997634   R-cuadrado corregido    0,997629
Log-verosimilitud       439,7655   Criterio de Akaike     871,5310
Criterio de Schwarz    854,8442   Crit. de Hannan-Quinn  864,9712

                       Real Imaginaria     Módulo Frecuencia
  -----------------------------------------------------------
  AR
   Raíz  1          -1,3652     0,0000     1,3652     0,5000
   Raíz  2           1,2108     0,0000     1,2108     0,0000
  -----------------------------------------------------------

ARIMA210cte guardado
```

Los parámetros autorregresivos son significativos y el modulo de las raíces es claramente mayor que la unidad en ambos casos. No obstante, la constante no es significativa.

Reestimemos el modelo sin constante:

```
ARIMA210 <- arima 2 1 0 ; l_x --nc
```

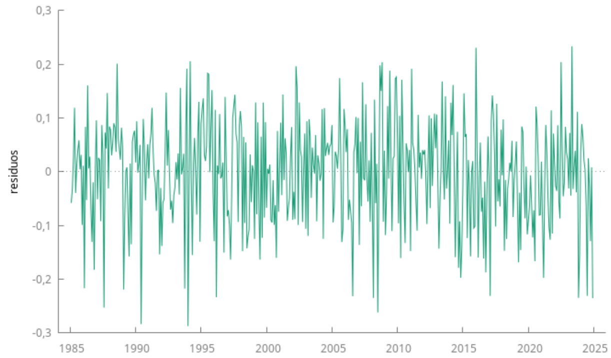
```
Evaluaciones de la función: 21
Evaluaciones del gradiente: 4

ARIMA210: ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2024:12 (T = 479)
Estimado usando AS 197 (MV exacta)
Variable dependiente: (1-L) l_x
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

             coeficiente   Desv. típica     z      valor p
  --------------------------------------------------------
  phi_1       0,0936419     0,0365721      2,560   0,0105   **
  phi_2       0,605180      0,0365994     16,54    2,05e-61 ***

Media de la vble. dep. 0,003555   D.T. de la vble. dep.   0,124351
Media de innovaciones  0,001626   D.T. innovaciones       0,096534
R-cuadrado              0,997634   R-cuadrado corregido    0,997629
Log-verosimilitud       439,6762   Criterio de Akaike     873,3525
Criterio de Schwarz    860,8374   Crit. de Hannan-Quinn  868,4326

                       Real Imaginaria     Módulo Frecuencia
  ----------------------------------------------------------
  AR
   Raíz  1          -1,3652     0,0000     1,3652     0,5000
   Raíz  2           1,2104     0,0000     1,2104     0,0000
  ----------------------------------------------------------

ARIMA210 guardado
```

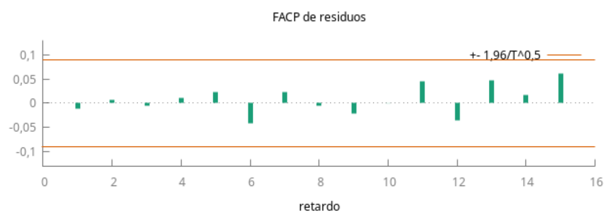
Análisis de los residuos

Todo parece OK, pero debemos ver el gráfico de los residuos y su correlograma, así como los estadísticos Q de Ljung-Box para constatar que podemos asumir que son la realización de un proceso de ruido blanco. También conviene mirar si tienen distribución gaussiana:

```
series residuos = $uhat
```

```
gnuplot residuos --time-series --with-lines --output="Residuos.png"
corrgm residuos 15 --plot="residuosACF-PACF.png"
```






```
corrgm residuos 15
```

```
Función de autocorrelación para residuos
***, ** y * indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10%
utilizando la desviación típica 1/T^0,5

 RETARDO     FAC           FACP          Estad-Q. [valor p]

    1   -0,0115       -0,0115          0,0643   [0,800]
    2    0,0078        0,0077          0,0940   [0,954]
    3   -0,0064       -0,0062          0,1135   [0,990]
    4    0,0112        0,0110          0,1747   [0,996]
    5    0,0218        0,0222          0,4057   [0,995]
    6   -0,0419       -0,0416          1,2590   [0,974]
    7    0,0250        0,0239          1,5640   [0,980]
    8   -0,0067       -0,0054          1,5857   [0,991]
    9   -0,0195       -0,0211          1,7719   [0,995]
   10   -0,0009       -0,0004          1,7723   [0,998]
   11    0,0433        0,0449          2,6954   [0,994]
   12   -0,0331       -0,0353          3,2347   [0,994]
   13    0,0462        0,0479          4,2881   [0,988]
   14    0,0159        0,0178          4,4136   [0,992]
   15    0,0652        0,0623          6,5238   [0,970]
```

El gráfico de los residuos no presenta ninguna estructura reconocible y ninguna autocorrelación es significativa.

Más importante aún, **los correlogramas no muestran ninguna pauta reconocible, se parecen mucho entre sí y los estadísticos Q muestran p-valores muy elevados**, por lo que podemos asumir que estos residuos son "ruido blanco".

Además, Si en la ventana del modelo estimado pincha en el menú desplegable `Gráficos ->Espectro con respecto al periodograma espectral` verá que el espectro teórico del modelo se ajusta perfectamente al periodograma de la serie.

Por tanto, podemos concluir que la serie `f7dcbd-12.gdt`, una vez transformada logarítmicamente, sigue un proceso ARIMA$(2,1,0)$ con media cero.

Modelo efectivamente simulado

Veamos si ese es el modelo usado en su simulación. Si miramos la línea `37` del fichero Etiquetas-12.txt que se encuentra en el directorio de donde hemos obtenido los datos encontramos lo siguiente:

```
f7dcbd, logs, mu = 2.5, ar = '(1 - 0.8B)(1 + 0.8B)', ma = '', i = '(1 - B)'
```

Efectivamente, requería la transformación logarítmica. La media era 2,5, (es decir la constante simulada no era cero). El polinomio AR era de grado 2: $\boldsymbol{\phi} = (1 - 0{,}8\mathsf{B})(1 + 0{,}8\mathsf{B}) = (1 + 0\mathsf{B} - 0{,}64\mathsf{B}^2)$, no tenía estructura MA y la serie requería una diferencia regular $(1 - \mathsf{B})$.

Por supuesto que la estimación de los parámetros no coincide exactamente con los parámetros del modelo simulado, pero la identificación del modelo ha sido PERFECTA.

Ahora escoja al azar nuevas series del directorio (dispone de centenares de series simuladas con distintos modelos) y practique la identificación hasta que adquiera seguridad.