

# Índice

<b>1. Correlación</b>	<b>2</b>
1.1. La causalidad y correlación . . . . .	3
1.2. Correlación espuria . . . . .	3
1.3. Las series con tendencia suelen presentar elevadas correlaciones. . . . .	3
1.3.1. Ejemplo de correlación espuria: PNB vs incidencia de melanoma . . . . .	3
1.4. Una manera de ver que la correlación del ejemplo es posiblemente <i>espuria</i> (que no hay causalidad) . . . . .	5
<b>2. Cointegración</b>	<b>6</b>
2.1. Ejemplo de series cointegradas: tipos de interes en UK a corto y largo plazo . . . . .	7

# Econometría Aplicada. Lección 3

Marcos Bujosa

13 de septiembre de 2024

En esta lección se discutirá la posible relación entre correlación y causalidad. Veremos casos de correlación espuria (correlación sin causalidad) y una introducción a la cointegración (con un caso en el la correlación no desaparece al diferenciar las series). Como novedad usaremos R.

- [lección en html](#)
- [lección en mybinder](#)

## Carga de algunas librerías de R

Primero cargamos la librería `tfarima` (Repositorio Cran: <https://cran.r-project.org/web/packages/tfarima/index.html>; repositorio GitHub: <https://github.com/gallegoj/tfarima>)

---

```
library(tfarima)      # librería de José Luis Gallego para Time Series
library(latticeExtra) # para gráficos con doble eje vertical (doubleYScale)
library(readr)        # para leer ficheros CSV
library(ggplot2)      # para el scatterplot (alternativamente library(tidyverse))
library(jtools)       # para representación resultados estimación
library(zoo)          # para generar objetos ts (time series)
```

---

y además fijamos los parámetros por defecto para las figuras en png del notebook

---

```
# fijamos el tamaño de las figuras que se generan en el notebook
options(repr.plot.width = 12, repr.plot.height = 4, repr.plot.res = 200)
```

---

## 1. Correlación

La correlación entre dos muestras de tamaño  $N$  (dos vectores de datos de  $\mathbb{R}^N$ ) es el **coseno** del ángulo formado los vectores de dichos datos en desviaciones respecto a sus correspondientes medias.

$$\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$

Por tanto la correlación es algún valor entre  $-1$  y  $1$ .

- Si la correlación es  $1$  significa que  $\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}$  es  $a(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})$  para algún  $a$  positivo
- Si la correlación es  $-1$  significa que  $\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}$  es  $a(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})$  para algún  $a$  negativo
- Cuando la correlación es  $0$  el vector  $\mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}}$  es perpendicular al vector  $\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$

## 1.1. La causalidad y correlación

Cuando existe relación causal entre variables sus muestras suelen estar correladas.

- Número de horas de sol tiene correlación positiva con la temperatura ambiente
- La altitud de una localidad (o su latitud) tiene una correlación negativa con la temperatura ambiente

Pero **correlaciones significativas no indican la existencia de relaciones causales**.

- En una playa: consumo de helados y ataques de tiburón a los bañistas

## 1.2. Correlación espuria

La correlación entre variables sin relación causal se denomina *correlación espuria*.

- Que haya correlación espuria no significa que *en realidad no hay correlación*.
- Que haya correlación espuria significa que *es erróneo interpretar* que dicha correlación se debe a *una relación causal*.

Puede ser que una causa común induzca la correlación entre ambas variables

- consumo de helados y venta de bañadores

Puede ser que no exista causa alguna y aún así haya correlación

- [Un ejemplo](#)
- [Otro](#)
- Más ejemplos [aquí](#)

## 1.3. Las series con tendencia suelen presentar elevadas correlaciones.

### 1.3.1. Ejemplo de correlación espuria: PNB vs incidencia de melanoma

---

```
data_frame <- read_csv('datos/GNPvsMelanoma.csv', show_col_types = FALSE)
head(data_frame, 3)
```

---

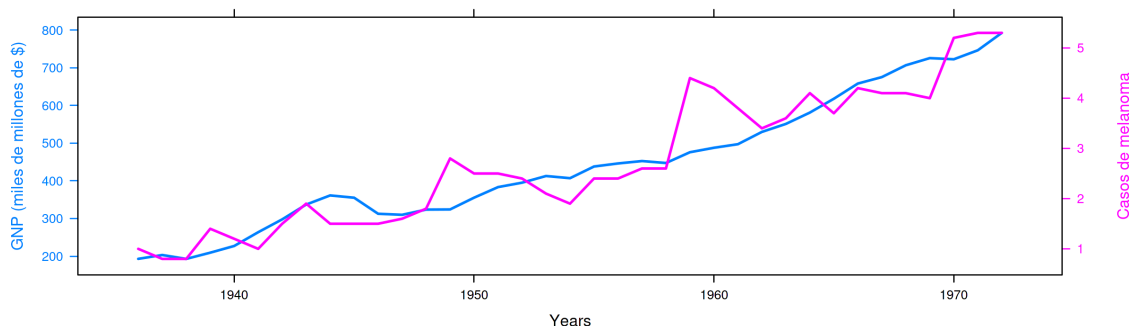
obs	GNP	Melanoma
<dbl>	<dbl>	<dbl>
1936	193.0	1.0
1937	203.2	0.8
1938	192.9	0.8

---

```
# se pueden graficar dos columnas de un data_frame al mismo tiempo
kk <- xyplot(GNP + Melanoma ~ obs, data_frame, type="l")
# Se agrega dos ejes Y. Se construye cada serie por separado
obj1 <- xyplot(GNP ~ obs, data_frame, type = "l", lwd=2, ylab="GNP (miles de millones de $)", xlab="Years")
obj2 <- xyplot(Melanoma ~ obs, data_frame, type = "l", lwd=2, ylab="Casos de melanoma")
# --> se realiza la grafica con el segundo eje Y
doubleYScale(obj1, obj2, add.ylab2 = TRUE)
```

---

Serie anual (1936–1972) del PNB anual USA en miles de millones de dólares corrientes e incidencia de melanoma en la población masculina de Connecticut.

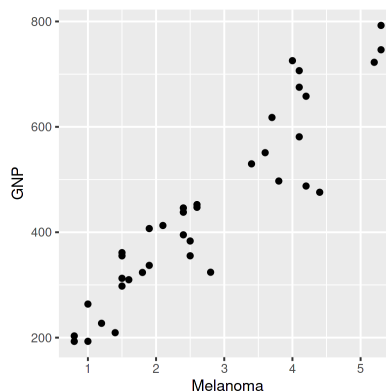



---

```
# transitoriamente cambio el tamaño de la siguiente figura
options(repr.plot.width = 4, repr.plot.height = 4, repr.plot.res = 100)
ggplot(data_frame, aes(x = Melanoma, y = GNP)) + geom_point()
options(repr.plot.width = 12, repr.plot.height = 4, repr.plot.res = 200)
```

---

La correlación es 0,93 (debido a que ambas series presentan una tendencia creciente)



Si regresamos el PNB sobre la incidencia de casos de melanoma obtenemos un excelente ajuste (coef. de determinación de 0,87 y coeficientes muy significativos).

**Ello no significa que el modelo tenga alguna capacidad explicativa o predictiva** (pues la incidencia de melanoma en Connecticut no hace crecer la economía de EEUU).

MODEL INFO:

Observations: 37

Dependent Variable: GNP

Type: OLS linear regression

MODEL FIT:

$F(1,35) = 231.84$ ,  $p = 0.00$

$R^2 = 0.87$

Adj.  $R^2 = 0.87$

Standard errors: OLS

	Est.	S.E.	t val.	p
(Intercept)	118.57	23.73	5.00	0.00
Melanoma	118.98	7.81	15.23	0.00

#### 1.4. Una manera de ver que la correlación del ejemplo es posiblemente *espuria* (que no hay causalidad)

Si fuera cierto que

$$y = \beta_1 \mathbf{1} + \beta_2 x + u$$

Entonces también sería cierto que

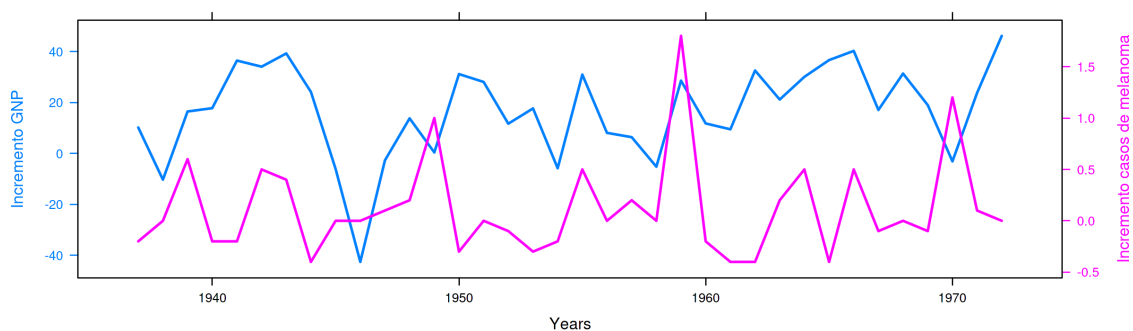
$$\nabla y = \beta_2 \nabla x + \nabla u$$

```
# creamos un objeto ts ("time series")
datos_ts <- as.ts( read.zoo( data_frame ) )
# creamos dos nuevas series temporales con las primeras diferencias de las columnas "GNP" y "Melanoma" de datos_ts
d_GNP      = diff(datos_ts[, "GNP"])
d_Melanoma = diff(datos_ts[, "Melanoma"])
```

```
# creamos un nuevo data frame con las primeras diferencias
DF.diferencias = data.frame(date = zoo::as.Date(time(d_GNP)),
                             d_GNP = as.matrix(d_GNP),
                             d_Melanoma = as.matrix(d_Melanoma))
head(DF.diferencias, 2)
```

	date	d_GNP	d_Melanoma
	<date>	<dbl>	<dbl>
1	1937-01-01	10.2	-0.2
2	1938-01-01	-10.3	0.0

```
# gráfico conjunto con dos columnas del data frame DF.diferencias
kk <- xyplot(d_GNP + d_Melanoma ~ date, DF.diferencias, type="l")
obj1 <- xyplot(d_GNP ~ date, DF.diferencias, type = "l", lwd=2, ylab="Incremento GNP", xlab="Years")
obj2 <- xyplot(d_Melanoma ~ date, DF.diferencias, type = "l", lwd=2, ylab="Incremento casos de melanoma")
doubleYScale(obj1, obj2, add.ylab2 = TRUE)
```



Sin embargo, al realizar la regresión de la primera diferencia de GNP sobre la primera diferencia de Melanoma obtenemos un ajuste pésimo (tan solo la constante es significativa. . . ¡cuando en teoría  $\beta_1 = 0!$ ).

---

```
# resultados del ajuste MCO entre d_GNP y d_Melanoma
summ( lm(d_GNP ~ d_Melanoma) )
```

---

MODEL INFO:

Observations: 36

Dependent Variable: d\_GNP

Type: OLS linear regression

MODEL FIT:

F(1,34) = 0.01, p = 0.92

R<sup>2</sup> = 0.00

Adj. R<sup>2</sup> = -0.03

Standard errors: OLS

	Est.	S.E.	t val.	p
(Intercept)	16.57	3.18	5.21	0.00
d_Melanoma	0.71	6.59	0.11	0.92

## 2. Cointegración

- Una serie temporal es *integrada de orden  $d$* , (ó  $I(d)$ ) si  $d$  es el mínimo número de diferencias ordinarias necesarias para lograr la estacionariedad en media.

- Consecuentemente, una serie estacionaria en media es  $I(0)$ .

- En ocasiones una combinación lineal de series  $I(d)$  (i.e., series con el mismo orden de integración) resulta ser integrada con un orden menor a  $d$ ; entonces se dice que están *cointegradas*:  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  y  $\mathbf{z}$  están *cointegradas* si son  $I(d)$  y existen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  tales que

$$a\mathbf{x} + b\mathbf{y} + c\mathbf{z} \text{ es cointegrada de orden } d - m,$$

con  $m > 0$  (se dice que tienen  $m$  relaciones de integración).

Para estimar la relación de cointegración, se ajusta una regresión lineal entre las variables potencialmente cointegradas y se evalúa la estacionariedad o el orden de integración de los residuos

- La situación más habitual es tener dos series  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  que son  $I(1)$  y encontrar por MCO un  $\hat{\alpha}$  tal que  $\mathbf{y} - \hat{\alpha}\mathbf{x}$  es  $I(0)$ .

La cointegración entre series temporales suele tener dos interpretaciones relacionadas entre sí:

1. Las series poseen *una tendencia común* (pues hay una combinación lineal entre ellas que cancela dicha tendencia)
2. *Existe un equilibrio a largo plazo entre dichas series*, de manera que las desviaciones del equilibrio tienden a desaparecer a corto plazo

## 2.1. Ejemplo de series cointegradas: tipos de interes en UK a corto y largo plazo

---

```
# leemos los datos cuatrimestrales como un objeto zoo
UK_zoo <- read.csv.zoo("datos/UK_Interest_rates.csv", FUN = as.yearqtr, format = "%YQ%q",
  strip.white = TRUE)
head(UK_zoo,3)
```

---

```
      Long Short
1952 Q2 4.23  2.32
1952 Q3 4.36  2.47
1952 Q4 4.19  2.42
```

---

```
# creamos un data frame a partir de UK_zoo (data frame para la figura de doble eje)
UK_df = fortify.zoo(UK_zoo)
head(UK_df,3)
```

---

	Index	Long	Short
	<yearqtr>	<dbl>	<dbl>
1	1952 Q2	4.23	2.32
2	1952 Q3	4.36	2.47
3	1952 Q4	4.19	2.42

---

```
# creamos un ts (time series) a partir de UK_zoo por conveniencia
UK_ts = as.ts(UK_zoo)
head(UK_ts,3)
```

---

Long	Short
4.23	2.32
4.36	2.47
4.19	2.42

---

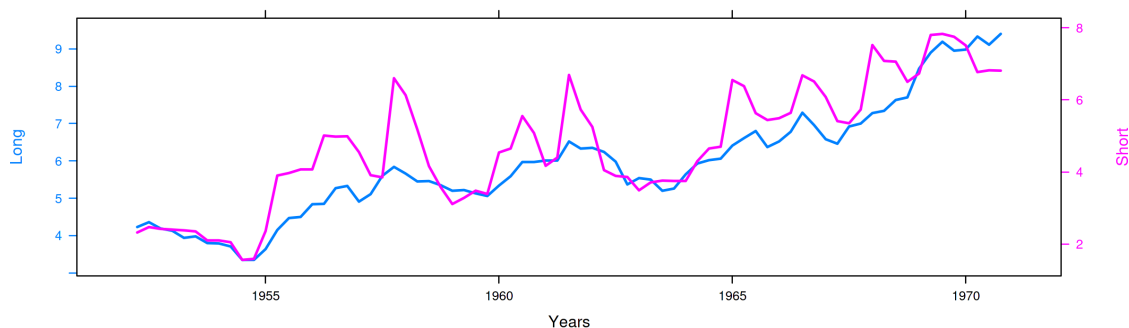
```
kk <- xyplot(Long + Short ~ Index, UK_df, type="l")
obj1 <- xyplot(Long ~ Index, UK_df, type = "l", lwd=2, ylab="Long", xlab="Years")
obj2 <- xyplot(Short ~ Index, UK_df, type = "l", lwd=2, ylab="Short")
doubleYScale(obj1, obj2, add.ylab2 = TRUE)
```

---

**Long** rendimiento porcentual a 20 años de los bonos soberanos del Reino Unido

**Short** rendimiento de las letras del tesoro a 91 días

(Muestra: 1952Q2–1979Q4)



La correlación es 0,898 (ambas series poseen una tendencia creciente... veamos si dicha tendencia es común a ambas)

---

```
cor(UK_df$Long, UK_df$Short)
```

---

0.89764827721203

---

```
# creamos dos nuevas series temporales con las primeras diferencias
d_Long = diff(UK_ts[, "Long"])
d_Short = diff(UK_ts[, "Short"])
```

---



---

```
# creamos un nuevo data frame con las primeras diferencias
UK_df.diferencias = data.frame(date = zoo::as.Date(time(d_Long)),
                                d_Long = as.matrix(d_Long),
                                d_Short = as.matrix(d_Short))
head(UK_df.diferencias, 2)
```

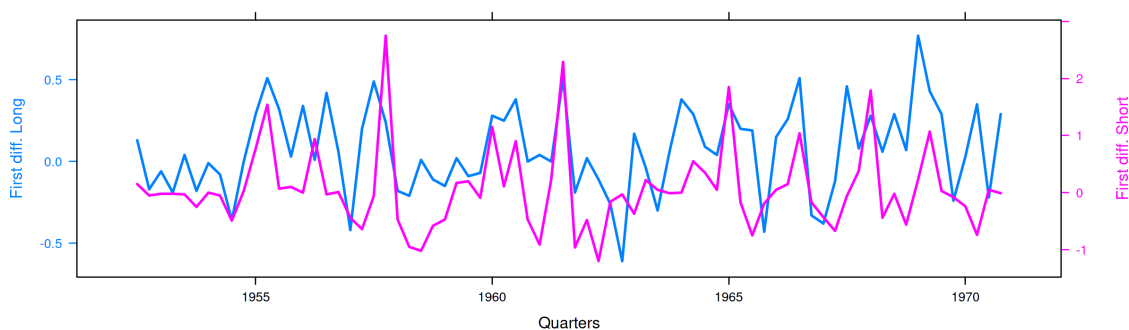
---

	date	d_Long	d_Short
	<date>	<dbl>	<dbl>
1	1952-07-01	0.13	0.15
2	1952-10-01	-0.17	-0.05

---

```
# gráfico con las primeras diferencias de los tipos de interésframe DF.diferencias
kk <- xyplot(d_Long + d_Short ~ date, UK_df.diferencias, type="l")
obj1 <- xyplot(d_Long ~ date, UK_df.diferencias, type = "l", lwd=2, ylab="First diff. Long", xlab="Quarters")
obj2 <- xyplot(d_Short ~ date, UK_df.diferencias, type = "l", lwd=2, ylab="First diff. Short")
doubleYScale(obj1, obj2, add.ylab2 = TRUE)
```

---





La regresión de la primera diferencia de **Short** sobre la primera diferencia de **Long** **NO sugiere que la correlación sea espuria**: obtenemos un ajuste razonable con una pendiente muy significativa y una constante NO significativa.

---

```
# resultados del ajuste MCO
summ( lm(d_Short ~ d_Long) )
```

---

MODEL INFO:

Observations: 74

Dependent Variable: d\_Short

Type: OLS linear regression

MODEL FIT:

$F(1,72) = 20.11$ ,  $p = 0.00$

$R^2 = 0.22$

Adj.  $R^2 = 0.21$

Standard errors: OLS

	Est.	S.E.	t val.	p
(Intercept)	-0.03	0.08	-0.35	0.72
d_Long	1.26	0.28	4.48	0.00

Hagamos la regresión de los tipos a corto plazo sobre los tipos a largo plazo (en niveles)

---

```
modelo <- lm(UK_df$Short ~ UK_df$Long) # ajuste MCO
summ( modelo ) # resultados del ajuste
```

---

MODEL INFO:

Observations: 75

Dependent Variable: UK\_df\$Short

Type: OLS linear regression

MODEL FIT:

$F(1,73) = 302.85$ ,  $p = 0.00$

$R^2 = 0.81$

Adj.  $R^2 = 0.80$

Standard errors: OLS

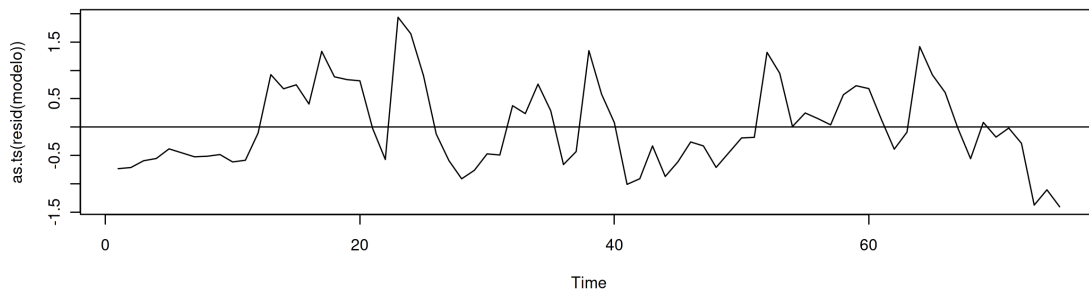
	Est.	S.E.	t val.	p
(Intercept)	-1.17	0.35	-3.34	0.00
UK_df\$Long	1.00	0.06	17.40	0.00

El ajuste es muy bueno, y los parámetros muy significativos. Veamos si los residuos parecen la realización de un proceso estacionario (en la jerga habitual... "*veamos si los residuos son estacionarios*")

---

```
plot(as.ts(resid(modelo)))  
abline(0,0)
```

---



Aparentan ser "*estacionarios en media*" (i.e., no se aprecia una tendencia evidente); por lo que **los tipos de interés a corto y largo plazo podrían estar cointegrados**.

Más adelante veremos test estadísticos que contrastan la estacionariedad (si son  $I(0)$ ).