

# Segundo ejercicio de identificación de un modelo ARIMA

## Datos

Cargue la serie de datos simulados [00c296-12.gdt](#)

---

```
open IdentificaEstosARIMA/00c296-12.gdt
```

---

## Tareas a realizar

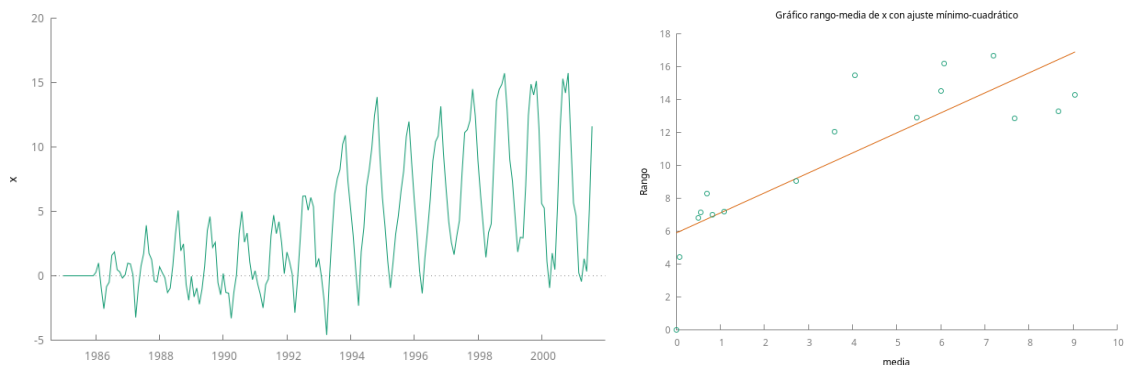
1. Realice un primer análisis gráfico: haga un gráfico de la serie y un gráfico *rango-media*
2. Determine si es necesario transformar logarítmicamente los datos
3. Determine si es necesario tomar una diferencia estacional de la serie
4. Determine si es necesario tomar una o más diferencias regulares de la serie
5. Encuentre un modelo ARIMA para la serie que sea lo más parsimonioso posible, pero cuyos residuos se puedan considerar *ruido blanco*.

## Primer análisis gráfico

---

```
gnuplot x --time-series --with-lines --output="SerieEnNiveles.png"  
rmpplot x --output="rango-media.png"
```

---



De estos gráficos se desprende que la serie tiene una acusada pauta estacional y que la volatilidad probablemente depende del nivel de la serie.

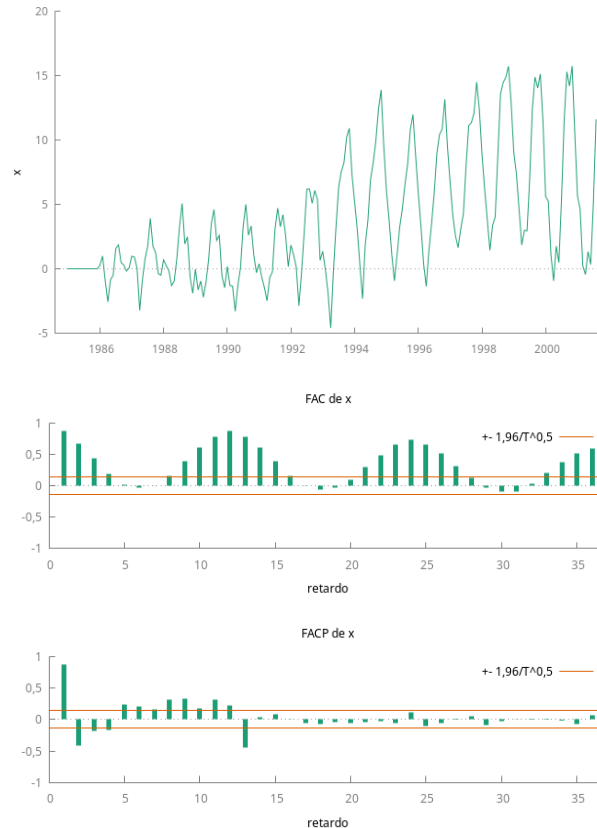
## Estacionariedad en varianza

A la luz de los anteriores gráficos, donde se aprecia que la variabilidad de los datos aumenta con el nivel de la serie, parece necesaria la transformación logarítmica; pero esta serie toma valores negativos, por lo que **no podemos transformar los datos logarítmicamente** (para hacerlo deberíamos sumar previamente un valor constante suficientemente elevado como para que todos los valores fueran positivos). Por el momento, dejemos la serie sin transformarla logarítmicamente.

# Diferencias estacionales

Observemos el gráfico de la serie y su correlograma.

```
corrgm x 36 --plot="x_ACF-PACF.png"
```



En el gráfico de la serie se aprecia una acusada pauta estacional. En la función de autocorrelación simple las correlaciones correspondientes a los retardos estacionales son muy significativas (y con bastantes “satélites”); en la función de autocorrelación parcial los 13 primeros retardos son muy significativos, en particular, el decimotercero (adyacente al 12) es muy importante.

Además, si tratamos de ajustar un AR(1) estacional:

```
ARIMA000X100 <- arima 0 0 0 ; 1 0 0 ; x
```

Evaluaciones de la función: 622

Evaluaciones del gradiente: 123

ARIMA000X100:

ARMA, usando las observaciones 1985:01-2001:08 (T = 200)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p	
const	3,59533	1,28683	2,794	0,0052	***
Phi_1	0,955320	0,0148914	64,15	0,0000	***

Media de la vble. dep.	3,780099	D.T. de la vble. dep.	4,838896
Media de innovaciones	0,358041	D.T. innovaciones	1,535258
R-cuadrado	0,906552	R-cuadrado corregido	0,906552
Log-verosimilitud	384,1534	Criterio de Akaike	774,3069
Criterio de Schwarz	784,2019	Crit. de Hannan-Quinn	778,3112

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----				
AR (estacional)				
Raíz 1	1,0468	0,0000	1,0468	0,0000
-----				

ARIMA000X100 guardado

constatamos que la estimación del parámetro  $\Phi_1$  está muy próxima a uno.

**Estas evidencias apuntan a que es necesario tomar una diferencia estacional**

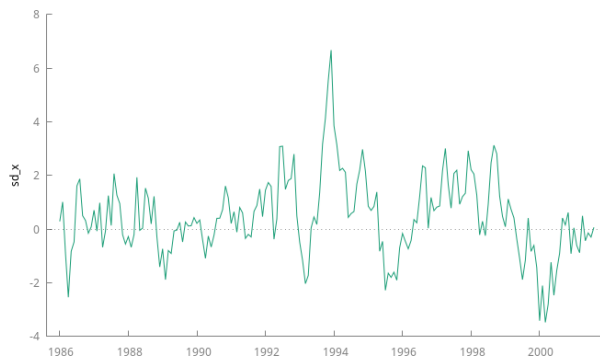
Recuerde que los test ADF y KPSS no sirven para determinar si es necesario tomar diferencias estacionales (solo sirven para las diferencias regulares).

Por tanto, tomamos una diferencia estacional.

---

```
sdiff x
gnuplot sd_x --time-series --with-lines --output="SerieEnDiferencias.png"
```

---



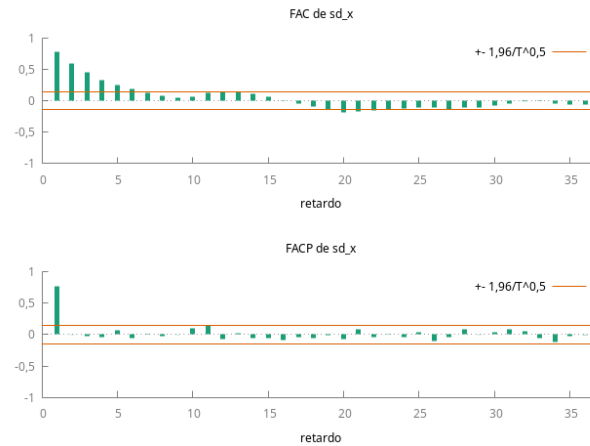
## Repetición del análisis con la serie diferenciada estacionalmente

La serie resultante no muestra signos de estacionalidad. Veamos si se ve algo en el correlograma:

---

```
corrgram sd_x 36 --plot="sd_x_ACF-PACF.png"
```

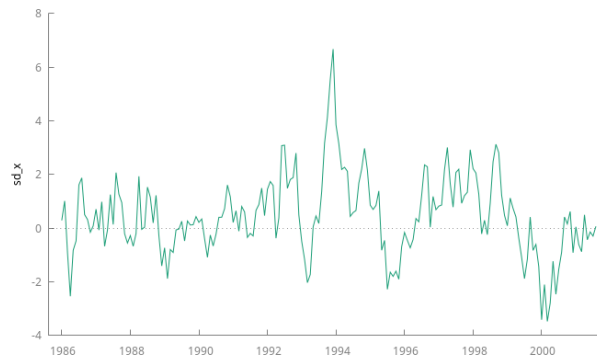
---



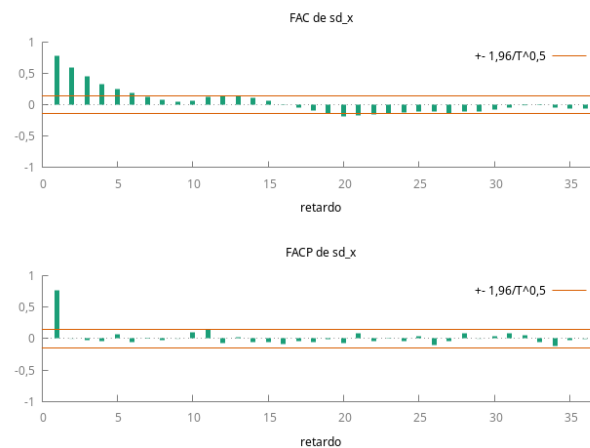
No hay nada que sugiera la necesidad de tomar una segunda diferencia estacional.

## Estacionariedad en media

El gráfico de la serie diferenciada estacionalmente no muestra tener una clara tendencia o evolución a largo plazo de su nivel.



En el correlograma, la ACF decae rápidamente, indicando que la serie parece ser la realización de un proceso estacionario.



Probemos a ajustar un modelo AR a los datos diferenciados estacionalmente

---

```
ARIMA110 <- arima 1 1 0 ; x
```

---

Evaluaciones de la función: 20

Evaluaciones del gradiente: 5

ARIMA110: ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2001:08 (T = 199)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
const	0,0799826	0,255554	0,3130	0,7543
phi_1	0,405536	0,0659820	6,146	7,94e-10 ***

Media de la vble. dep.	0,058438	D.T. de la vble. dep.	2,351529
Media de innovaciones	0,000197	D.T. innovaciones	2,149835
R-cuadrado	0,824333	R-cuadrado corregido	0,824333
Log-verosimilitud	434,7714	Criterio de Akaike	875,5428
Criterio de Schwarz	885,4227	Crit. de Hannan-Quinn	879,5415

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	2,4659	0,0000	2,4659	0,0000

ARIMA110 guardado

El parámetro  $\phi_1$  está muy lejos de la unidad (consecuentemente, también lo está la raíz autorregresiva).  
Probemos con los tests formales de raíz unitaria y estacionariedad

## Test ADF

---

```
adf -1 sd_x --c --glS --test-down --perron-qu
```

---

Contraste aumentado de Dickey-Fuller (GLS) para sd\_x

contrastar hacia abajo desde 14 retardos, con el criterio AIC modificado, Perron-Qu  
tamaño muestral 187

la hipótesis nula de raíz unitaria es: [a = 1]

contraste con constante  
incluyendo 0 retardos de (1-L)sd\_x  
modelo: (1-L)y = b0 + (a-1)\*y(-1) + e  
valor estimado de (a - 1): -0,225392  
estadístico de contraste: tau = -4,85952  
valor p aproximado 0,000  
Coef. de autocorrelación de primer orden de e: 0,002

El p-valores es muy bajo, por lo que se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(1)$

## Test KPSS

---

```
kpss -1 sd_x
```

---

Contraste KPSS para sd\_x

T = 188

Parámetro de truncamiento de los retardos = 4

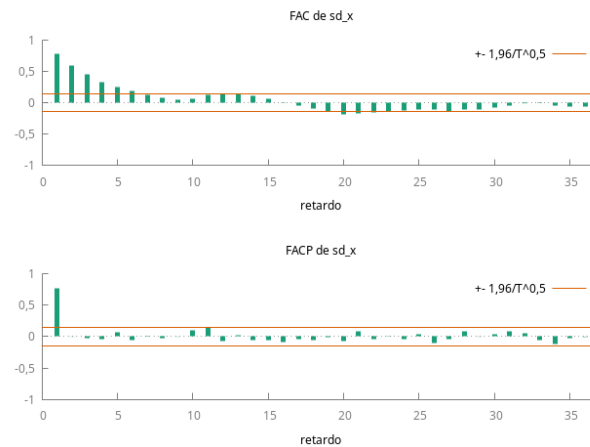
Estadístico de contraste = 0,22692

	10%	5%	1%
Valores críticos:	0,348	0,462	0,739
Valor p > .10			

El p-valor es elevado, por los que NO se rechaza la  $H_0$  de que la serie es  $I(0)$ . Todas estas evidencias indican de manera muy clara que NO es necesario tomar ninguna diferencia ordinaria.

## Primer intento de búsqueda de un modelo ARIMA

Observando al ACF y la PACF se aprecia que la ACF decae a una tasa exponencial, y la PACF se trunca tras el primer retardo, lo cual es compatible con un AR(1).



Por tanto, parece que la serie en logaritmos sigue un modelo ARIMA(1,1,0). Veamos si es así:

---

```
ARIMA110cte <- arima 1 1 0 ; x
```

---

Evaluaciones de la función: 20

Evaluaciones del gradiente: 5

ARIMA110cte:

ARIMA, usando las observaciones 1985:02-2001:08 (T = 199)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-L) x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
const	0,0799826	0,255554	0,3130	0,7543
phi_1	0,405536	0,0659820	6,146	7,94e-10 ***

Media de la vble. dep.	0,058438	D.T. de la vble. dep.	2,351529
Media de innovaciones	0,000197	D.T. innovaciones	2,149835

R-cuadrado	0,824333	R-cuadrado corregido	0,824333
Log-verosimilitud	434,7714	Criterio de Akaike	875,5428
Criterio de Schwarz	885,4227	Crit. de Hannan-Quinn	879,5415

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----					
AR					
Raíz	1	2,4659	0,0000	2,4659	0,0000
-----					

ARIMA110cte guardado

Los parámetros autorregresivos son significativos y el modulo de las raíces es claramente mayor que la unidad en ambos casos. No obstante, la constante no es significativa.  
Reestimemos el modelo sin constante:

---

```
ARIMA110 <- arima 1 0 0; 0 1 0; x --nc
```

---

Evaluaciones de la función: 16  
Evaluaciones del gradiente: 3

ARIMA110: ARIMA, usando las observaciones 1986:01-2001:08 (T = 188)  
Estimado usando AS 197 (MV exacta)  
Variable dependiente: (1-Ls) x  
Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
-----				
phi_1	0,787833	0,0440563	17,88	1,62e-71 ***
Media de la vble. dep.	0,449786	D.T. de la vble. dep.	1,487227	
Media de innovaciones	0,095115	D.T. innovaciones	0,946555	
R-cuadrado	0,962771	R-cuadrado corregido	0,962771	
Log-verosimilitud	256,9190	Criterio de Akaike	517,8381	
Criterio de Schwarz	524,3110	Crit. de Hannan-Quinn	520,4606	

		Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
-----					
AR					
Raíz	1	1,2693	0,0000	1,2693	0,0000
-----					

ARIMA110 guardado

## Análisis de los residuos

Todo parece OK, pero debemos ver el gráfico de los residuos y su correlograma, así como los estadísticos Q de Ljung-Box para constatar si podemos asumir que son la realización de un proceso de ruido blanco.

---

```
series residuos = $uhat
```

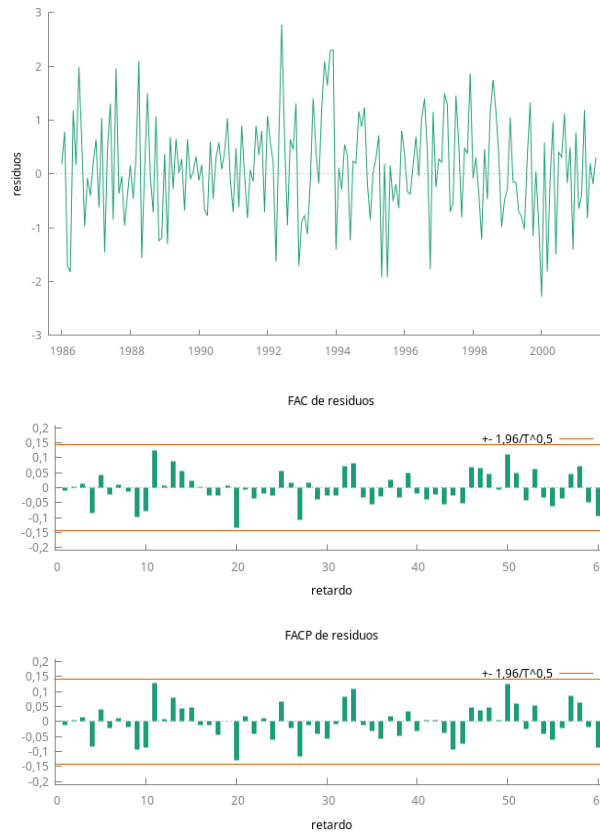
---



---

```
gnuplot residuos --time-series --with-lines --output="Residuos.png"
corrgm residuos 60 --plot="residuosACF-PACF.png"
```

---




---

corrgm residuos 15

---

Función de autocorrelación para residuos

\*\*\*, \*\* y \* indica significatividad a los niveles del 1%, 5% y 10% utilizando la desviación típica  $1/T^{0,5}$

RETARDO	FAC	FACP	Estad-Q. [valor p]	
1	-0,0117	-0,0117	0,0260	[0,872]
2	0,0043	0,0042	0,0296	[0,985]
3	0,0141	0,0142	0,0677	[0,995]
4	-0,0841	-0,0838	1,4398	[0,837]
5	0,0410	0,0393	1,7673	[0,880]
6	-0,0229	-0,0218	1,8703	[0,931]
7	0,0091	0,0108	1,8867	[0,966]
8	-0,0119	-0,0199	1,9146	[0,984]
9	-0,0982	-0,0921	3,8399	[0,922]
10	-0,0798	-0,0882	5,1169	[0,883]
11	0,1237 *	0,1294 *	8,2065	[0,695]
12	0,0056	0,0074	8,2128	[0,768]
13	0,0892	0,0790	9,8375	[0,707]
14	0,0536	0,0451	10,4283	[0,730]
15	0,0221	0,0466	10,5290	[0,785]

El gráfico de los residuos no presenta ninguna estructura reconocible y ninguna autocorrelación es significativa.



Más importante aún, los correlogramas no muestran ninguna pauta reconocible, se parecen mucho entre sí y los estadísticos Q muestran p-valores muy elevados, por lo que podemos asumir que estos residuos son “ruido blanco”.

También conviene mirar si los residuos tienen distribución gaussiana:

---

```
modtest --normality
```

---

Distribución de frecuencias para uhat8, observaciones 13-200  
 número de cajas = 13, Media = 0,0951153, Desv.típ.=0,944279

intervalo	punto medio	frecuencia	rel	acum.
< -2,0695	-2,2803	1	0,53%	0,53%
-2,0695 - -1,6480	-1,8588	7	3,72%	4,26% *
-1,6480 - -1,2265	-1,4373	9	4,79%	9,04% *
-1,2265 - -0,80505	-1,0158	15	7,98%	17,02% **
-0,80505 - -0,38355	-0,59430	24	12,77%	29,79% ****
-0,38355 - 0,037942	-0,17281	30	15,96%	45,74% *****
0,037942 - 0,45944	0,24869	39	20,74%	66,49% *****
0,45944 - 0,88094	0,67019	26	13,83%	80,32% ****
0,88094 - 1,3024	1,0917	19	10,11%	90,43% ***
1,3024 - 1,7239	1,5132	9	4,79%	95,21% *
1,7239 - 2,1454	1,9347	6	3,19%	98,40% *
2,1454 - 2,5669	2,3562	2	1,06%	99,47%
>= 2,5669	2,7777	1	0,53%	100,00%

Contraste de la hipótesis nula de distribución Normal:  
 Chi-cuadrado(2) = 0,023 con valor p 0,98858

Claramente tienen distribución normal.

Si en la ventana del modelo estimado pincha en el menú desplegable Gráficos -->Espectro con respecto al periodograma espectral verá que el espectro teórico del modelo se ajusta perfectamente al periodograma de la serie.

Por tanto, podemos concluir que la serie 00c296-12.gdt, no requiere la transformación logarítmica (en cualquier caso no se podía tomar sin aumentar previamente su nivel para hacerla positiva), sigue un proceso ARIMA(1,0,0) × (0,1,0)<sub>S</sub> con media cero.

## Modelo efectivamente simulado

Veamos si ese es el modelo usado en su simulación. Si miramos la línea 150 del fichero [000-Etiquetas-12.txt](#) que se encuentra en el directorio de donde hemos obtenido los datos encontramos lo siguiente:

```
00c296, , mu = 0.0, ar = '(1 - 0.8B)(1 + 0.8B)', ma = '(1 + 0.55B)', i = '(1 - B12)'
```

Efectivamente, NO requería la transformación logarítmica, la media era 0,0 y era necesaria una diferencia estacional, pero ninguna regular.

No obstante, el modelo simulado tenía un polinomio autorregresivo de de orden dos, AR(2), y un polinomio de media móvil de orden uno, MA(1). Veamos qué pasa si intentamos estimar el verdadero modelo simulado. . .

**¡Hemos identificado un modelo distinto del simulado!**

## Pruebas con otro modelo ARIMA

Estimemos el verdadero modelo  $\text{ARIMA}(2,0,0) \times (1,1,0)_S$ :

---

```
ARIMAsimulado <- arima 2 0 0; 1 1 0; x --nc
```

---

Evaluaciones de la función: 27

Evaluaciones del gradiente: 7

ARIMAsimulado:

ARIMA, usando las observaciones 1986:01-2001:08 (T = 188)

Estimado usando AS 197 (MV exacta)

Variable dependiente: (1-Ls) x

Desviaciones típicas basadas en el Hessiano

	coeficiente	Desv. típica	z	valor p
phi_1	0,777533	0,0747739	10,40	2,52e-25 ***
phi_2	0,0107529	0,0738538	0,1456	0,8842
Phi_1	0,0187954	0,0773800	0,2429	0,8081

Media de la vble. dep.	0,449786	D.T. de la vble. dep.	1,487227
Media de innovaciones	0,093115	D.T. innovaciones	0,946381
R-cuadrado	0,962765	R-cuadrado corregido	0,962363
Log-verosimilitud	256,8841	Criterio de Akaike	521,7682
Criterio de Schwarz	534,7139	Crit. de Hannan-Quinn	527,0133

	Real	Imaginaria	Módulo	Frecuencia
AR				
Raíz 1	1,2640	0,0000	1,2640	0,0000
Raíz 2	-73,5729	0,0000	73,5729	0,5000
AR (estacional)				
Raíz 1	53,2046	0,0000	53,2046	0,0000

ARIMAsimulado guardado

El ajuste es parecido (fíjese en los coeficientes de determinación) pero solo el parámetro  $\phi_1$  resulta ser significativo (y con un valor parecido al del modelo anterior). Por tanto...

La estimación del verdadero modelo empleado en la simulación de los datos ¡NO ES MEJOR QUE EL MODELO QUE HEMOS IDENTIFICADO!

La explicación es que el factor  $(1+0,8B)$  del polinomio AR casi se cancela con el polinomio MA  $(1+0,55B)$ . Por eso hemos encontrado un modelo más parsimonioso que funciona OK.

Ahora escoja al azar nuevas series del [directorio](#) (dispone de centenares de series simuladas con distintos modelos) y practique la identificación hasta que adquiera seguridad.