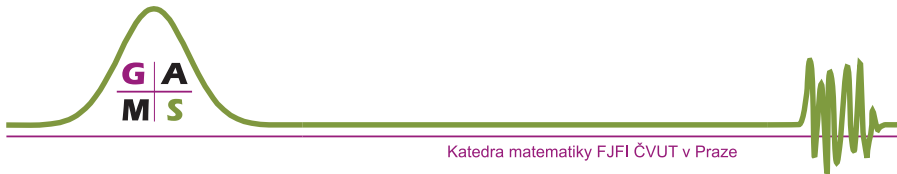


ODR modely v d dimenzích

Sociální systémy a jejich simulace
Jana Vacková

6.10.2021



Katedra matematiky FJFI ČVUT v Praze

Social Force Model

- Směřování k cíli
- Vyhýbání se překážkám
- Vyhýbání se ostatním agentům



Chápejte vše úplně obecně.

Social Force Model - opáčko z minule k ODR modelům

- Spojitý model
- Dimenze $d \in \mathbb{N}$, počet částic N
- Poloha agenta $x_\alpha(t)$, rychlost agenta $v_\alpha(t)$

Social Force Model - opáčko z minule k ODR modelům

- Spojitý model
- Dimenze $d \in \mathbb{N}$, počet částic N
- Poloha agenta $x_\alpha(t)$, rychlost agenta $v_\alpha(t)$
- **Force-based koncept** (Helbing):

$$\ddot{\mathbb{X}}(t) = \mathbb{F}(t, \mathbb{X}(t), \dot{\mathbb{X}}(t)),$$

kde

$$\mathbb{F}(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) = \mathbb{F}_M(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) + \mathbb{F}_I(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) + \mathbb{F}_E(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) + \mathbb{F}_{EX}(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}})$$

- **Motivační** $\mathbb{F}_M(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) =$ přitažlivá síla k cíli
- **Interakční** $\mathbb{F}_I(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) =$ interakce s ostatními agenty
- **Environmentální** $\mathbb{F}_E(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) =$ interakce s okolím (odpudivá síla)
- **Externí** $\mathbb{F}_{EX}(t, \mathbb{X}, \dot{\mathbb{X}}) =$ šum (*dnes zanedbáme*)

Směřování k cíli - Motivační síla

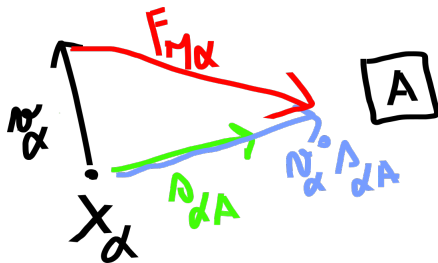
- Optimální rychlost $v_\alpha^0 \in \mathbb{R}$ v ideálním směru k atraktoru $s_{\alpha A}$, tj.

$$s_{\alpha A} = \frac{x_A - x_\alpha}{\|x_A - x_\alpha\|}$$

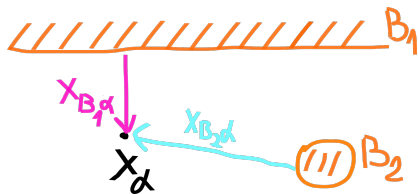
- Motivační síla agenta α

$$F_{M\alpha} = \frac{1}{\tau_\alpha} (v_\alpha^0 \cdot s_{\alpha A} - v_\alpha),$$

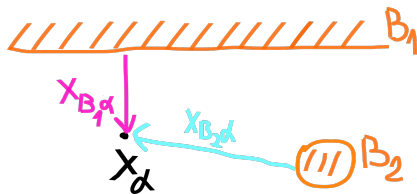
kde τ_α, v_α^0 jsou parametry agenta α



Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

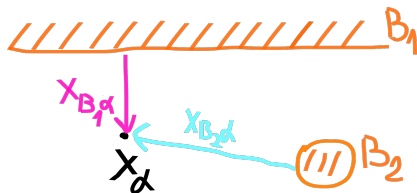


Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla



- Ozn. \mathcal{B} množinu všech překážek
- Pak $F_{E\alpha} = \sum_{B \in \mathcal{B}} F_{B\alpha}$
- Definujeme přes **potenciál**
- Ozn. potenciál překážky B v bodě x jako $U_B(\|x\|)$

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla



- Ozn. \mathcal{B} množinu všech překážek
- Pak $F_{E\alpha} = \sum_{B \in \mathcal{B}} F_{B\alpha}$
- Definujeme přes **potenciál**
- Ozn. potenciál překážky B v bodě x jako $U_B(\|x\|)$

- Potom

$$F_{B\alpha} = -\text{grad} U_B(\|x_{B\alpha}\|) = - \left. \frac{dU_B(x)}{dx} \right|_{x=\|x_{B\alpha}\|} \cdot \frac{x_{B\alpha}}{\|x_{B\alpha}\|}$$

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- Volba potenciálu např. $U_B(x) = \frac{1}{x}$, potom $F_{B\alpha} = \frac{1}{\|x_{B\alpha}\|^2} \frac{x_{B\alpha}}{\|x_{B\alpha}\|}$
 - Hardcore repulze
 - Nedá se škálovat

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- Volba potenciálu např. $U_B(x) = \frac{1}{x}$, potom $F_{B\alpha} = \frac{1}{\|x_{B\alpha}\|^2} \frac{x_{B\alpha}}{\|x_{B\alpha}\|}$
 - Hardcore repulze
 - Nedá se škálovat

- Lépe: Helbing:

$$U_{B\alpha} = U_{B\alpha}^0 \cdot \exp \left\{ -\frac{\|x_{B\alpha}\|}{\xi_{B\alpha}} \right\},$$

kde $U_{B\alpha}^0$ je potenciál překážky [Nm] a $\xi_{B\alpha}$ dosah překážky [m]

- Je parametrizovatelný
- Vede na zajímavé kalibrace modelu
- Užitím $F_{B\alpha} = -\text{grad} U_B(\|x_{B\alpha}\|)$ získáme

$$F_{B\alpha} = \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\|x_{B\alpha}\|}{\xi_{B\alpha}} \right\} \frac{x_{B\alpha}}{\|x_{B\alpha}\|}$$

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- V praxi: je možné předpočítat potenciál pro každý bod místnosti dopředu

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- V praxi: je možné předpočítat potenciál pro každý bod místnosti dopředu
- Může agent projít překážkou?

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- V praxi: je možné předpočítat potenciál pro každý bod místnosti dopředu
- Může agent projít překážkou? Mohl by.



- Platí $|F_{M\alpha}| \leq v_\alpha^0$
- Platí $|F_{B\alpha}| \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$
- Proto podmínka

$$v_\alpha^0 \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$$

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

- V praxi: je možné předpočítat potenciál pro každý bod místnosti dopředu
- Může agent projít překážkou? Mohl by.



- Platí $|F_{M\alpha}| \leq v_\alpha^0$
- Platí $|F_{B\alpha}| \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$
- Proto podmínka

$$v_\alpha^0 \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$$

- Agent stojí před překážkou s nulovou výslednicí síly a čeká. Řešení?

Vyhýbání se překážkám - Environmentální síla

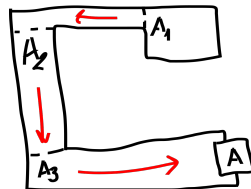
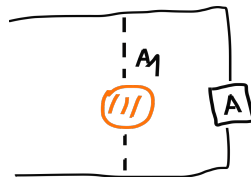
- V praxi: je možné předpočítat potenciál pro každý bod místnosti dopředu
- Může agent projít překážkou? Mohl by.



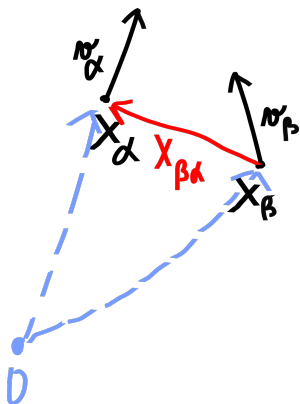
- Platí $|F_{M\alpha}| \leq v_{\alpha}^0$
- Platí $|F_{B\alpha}| \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$
- Proto podmínka

$$v_{\alpha}^0 \leq \frac{U_{B\alpha}^0}{\xi_{B\alpha}}$$

- Agent stojí před překážkou s nulovou výslednicí síly a čeká. Řešení?
 - Postupné atraktory (cíle)
 - Zašumění optimálního směru agenta

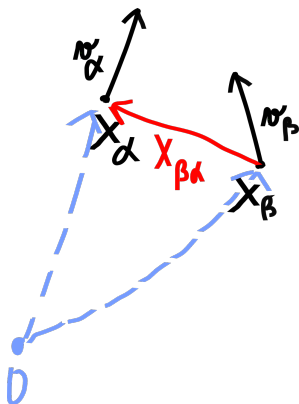


Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla



Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Předpokládáme, že $F_{\beta\alpha} \neq F_{\alpha\beta}$
- Interakční síla působící na agenta α



$$F_{I\alpha} = \sum_{\beta \in \hat{N}, \beta \neq \alpha} F_{\beta\alpha}$$

- Interakce chodců pomocí potenciálů, tj.

$$U_{\beta\alpha} = U_{\beta\alpha}^0 \cdot \exp \left\{ -\frac{\|x_{\beta\alpha}\|}{\xi_{\beta\alpha}} \right\},$$

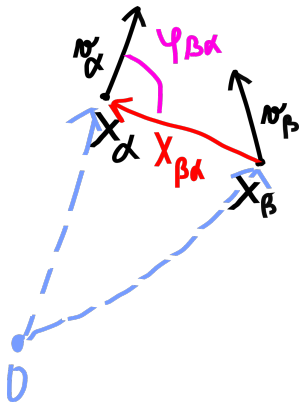
proto

$$\tilde{F}_{\beta\alpha} = \frac{U_{\beta\alpha}^0}{\xi_{\beta\alpha}} \cdot \exp \left\{ -\frac{\|x_{\beta\alpha}\|}{\xi_{\beta\alpha}} \right\} \frac{x_{\beta\alpha}}{\|x_{\beta\alpha}\|},$$

kde $x_{\beta\alpha} = x_{\alpha} - x_{\beta}$

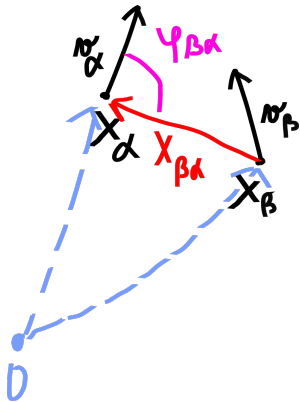
- $U_{\beta\alpha}^0$ a $\xi_{\beta\alpha}$ jsou parametry agenta

Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla



Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Chceme interakční sílu ještě lepší, proto zavedeme anizotropní faktor

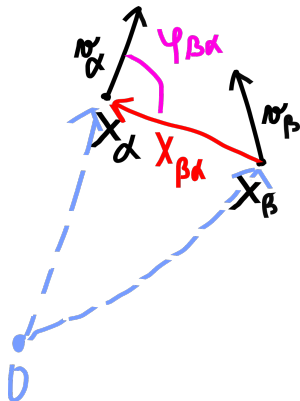


$$\frac{1 + \cos \varphi_{\beta\alpha}}{2}$$



Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Chceme interakční sílu ještě lepší, proto zavedeme anizotropní faktor



$$\frac{1 + \cos \varphi_{\beta\alpha}}{2}$$

- Finální interakční síla je pak

$$F_{\beta\alpha} = \lambda_{\alpha}(\varphi_{\beta\alpha}) \cdot \tilde{F}_{\beta\alpha},$$

kde $\lambda_{\alpha}(\varphi_{\beta\alpha}) = \lambda_{\alpha} + (1 - \lambda_{\alpha}) \frac{1 + \cos \varphi_{\beta\alpha}}{2}$,
kde je parametr agenta $\lambda_{\alpha} \in \langle 0, 1 \rangle$ a

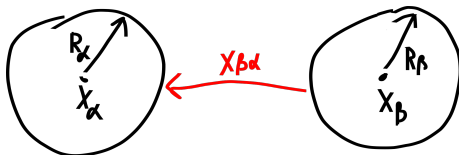
$$\cos \varphi_{\beta\alpha} = - \frac{v_{\alpha} \cdot x_{\beta\alpha}}{\|v_{\alpha}\| \|x_{\beta\alpha}\|}$$

Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Agenti jako hmotné body, reálně jsou ale větší

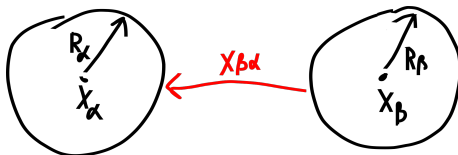
Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Agenti jako hmotné body, reálně jsou ale větší
- Sférické přiblížení:



Vyhýbání se ostatním agentům - Interakční (sociální) síla

- Agenti jako hmotné body, reálně jsou ale větší
- Sférické přiblížení:



$$x_{\beta\alpha} = \frac{x_\alpha - x_\beta}{\|x_\alpha - x_\beta\|} (\|x_\alpha - x_\beta\| - R_\alpha - R_\beta)$$

- Pokud $\|x_\alpha - x_\beta\| - R_\alpha - R_\beta < 0$, potenciál zajistí odpuzování
- Možné vylepšení: $R_\alpha = R_\alpha(v_\alpha)$

- Typické hodnoty parametrů:

- $v_{\alpha}^0 = 0.6 - 1.5 \text{ m/s}$

- $\xi_{\beta\alpha} = 0.08 \text{ m}$

- $U_{\beta\alpha}^0 = 160 \text{ Nm}$

- $\tau_{\alpha} = 0.5 \text{ s}$

- Typické hodnoty parametrů:

- $v_{\alpha}^0 = 0.6 - 1.5 \text{ m/s}$

- $\xi_{\beta\alpha} = 0.08 \text{ m}$

- $U_{\beta\alpha}^0 = 160 \text{ Nm}$

- $\tau_{\alpha} = 0.5 \text{ s}$

- Plus: umí vytvořit hodně samoorganizovaných jevů (bottleneck)

- Mínus: bohužel generuje i nechtěné oscilace

- Ukázkové video: https://www.youtube.com/watch?v=MFgpnmssEdM&ab_channel=FrancescoFarina

Konec dnešní přednášky. :-)