

# Асимптотическое решение уравнения типа Шредингера для случая двух близких точек вырождения

Перель Мария Владимировна

Кафедра высшей математики и математической физики, СПбГУ

m.perel@spbu.ru

Секция: Уравнения в частных производных, математическая физика и спектральная теория

Асимптотические разложения решения дифференциального уравнения в гильбертовом пространстве  $K(x)\Psi = -i\varepsilon\Gamma\frac{\partial\Psi}{\partial x}$ ,  $\varepsilon \ll 1$ , где  $K(x)$ ,  $\Gamma$  – самосопряженные операторы, строятся на основе собственных значений  $\beta_n(x)$  и собственных элементов  $\varphi_n(x)$  линейного операторного пучка  $K(x)\varphi_n(x) = \beta_n(x)\Gamma\varphi_n(x)$ . Если невырожденное  $\beta_n(x)$  отделено от остального спектра постоянной, не зависящей от  $\varepsilon$ ,  $\beta = \beta_n(x)$  и  $\varphi = \varphi_n(x)$  – гладкие функции, то соответствующее разложение называем адиабатическим. Оно, как правило, неприменимо вблизи локальных точек вырождения, то есть таких  $x_*$ , в которых  $\beta = \beta_n(x)$  пересекается с другим собственным значением  $\beta = \beta_j(x)$ . Если  $K(x) = K_0(x) + \sqrt{\varepsilon}B$ , причем собственные значения  $\beta_n^0(x)$  и  $\beta_j^0(x)$  невозмущенной спектральной задачи, пересекаются в некоторой точке  $x_*$ ,  $\beta_n^0(x) - \beta_j^0(x) \approx Q(x - x_*)$ , собственное пространство, соответствующее собственному значению  $\beta_n^0(x_*) = \beta_j^0(x_*)$  двумерно, весь остальной спектр отделен от  $\beta_n^0(x)$  и  $\beta_j^0(x)$ , то на интервале изменения  $x$ , содержащем  $x_*$ , найдено асимптотическое решение возмущенной задачи. В случае, когда на краях этого интервала адиабатические разложения применимы, выведена явно матрица перехода, связывающая главные члены адиабатических разложений с разных сторон от точки  $x_*$ . Рассмотрены задачи, к которым применен полученный результат [1]. Они описываются системой обыкновенных дифференциальных уравнений или уравнениями в частных производных, причем  $K(x)$  является дифференциальным по любым переменным, кроме  $x$ . Приводится матрица перехода для случая, когда двукратно вырожденное собственное значение имеет геометрическую кратность один.

- [1] Ignat V. Fialkovsky, Maria V. Perel, *Mode transformation for a Schrödinger type equation: Avoided and unavoidable level crossings*, J Math Phys, 61 (2020), 043506.