

Неразрешимость логики QLC в языке с двумя предметными переменными

Рыбаков Михаил Николаевич

ВШМ МФТИ, НИУ ВШЭ, ТвГУ

m_rybakov@mail.ru

Секция: Математическая логика и теоретическая информатика

Известные факты. Классическая логика предикатов QCI неразрешима в языке с тремя предметными переменными и одной бинарной предикатной буквой, при этом её фрагмент с двумя предметными переменными разрешим. Любая логика, лежащая между интуиционистской предикатной логикой QInt и предикатной логикой слабого закона исключённого третьего QKC, неразрешима в языке с двумя предметными переменными и одной унарной предикатной буквой, при этом используемые в доказательствах методы требуют наличия у логики шкал Крипке с бесконечными антицепями, и неприменимы к предикатной логике QLC, определяемой классом линейных шкал Крипке. Логика QS4.3 — модальная предикатная логика класса линейных шкал — неразрешима при наличии двух предметных переменных и двух унарных предикатных букв в языке, но методы доказательства тоже не переносятся на QLC, оставляя вопрос о разрешимости её фрагмента от двух переменных “интригующей открытой проблемой” [1], которую мы и рассматриваем здесь.

Результаты. Пусть QLN — логика шкалы Крипке $\langle \mathbb{N}, \leq \rangle$, а $QLN.cd$ — расширение этой логики формулой cd , требующей постоянства предметных областей. Тогда

- если $QLC \subseteq L \subseteq QLN.cd$, то L является Σ_1^0 -трудной в языке с двумя предметными переменными;
- если $QLN \subseteq L \subseteq QLN.cd$, то L является Σ_1^0 -трудной и Π_1^0 -трудной в языке с двумя предметными переменными.

Предмет обсуждения. Если время позволит, то предполагается обсудить не столько сами результаты, сколько методы их получения и возможные обобщения.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке программы “Научный фонд НИУ ВШЭ”, проект 23-00-022.

- [1] X. Caicedo, G. Metcalfe, R. Rodríguez, O. Tuyt, *One-variable fragments of intermediate logics over linear frames*, Information and Computation, 287, 2022.