

Критические переходы в моделях процессов агрегации и дробления вещества

Матвеев Сергей Александрович

ИВМ РАН и МГУ имени М. В. Ломоносова

matseralex@gmail.com

Соавторы: Роман Дьяченко и Павел Крапивский

Секция: Прикладная математика и математическое моделирование

В настоящем докладе будут разобраны несколько примеров критических переходов в математических моделях процессов агрегации и дробления вещества. Эти процессы широко распространены в природе и часто описываются при помощи больших или даже формально бесконечных систем нелинейных дифференциальных уравнений. Эти системы можно исследовать при помощи численных методов различной природы, в том числе методов Монте Карло и классических разностных схем типа Рунге-Кутты. В данном докладе мы покажем, что использование конечных выборок частиц в методах Монте Карло может приводить к принципиальным различиям между “разыгрываемым” случайным процессом и решением исходной системы нелинейных дифференциальных уравнений. Такое различие мы будем называть эффектом конечной выборки при моделировании процессов агрегации. Эти эффекты можно наблюдать с ростом объёмов используемой выборки в методах Монте Карло вплоть до миллиардов частиц [1].

Вторым видом критических переходов в моделях агрегации вещества является явление золь-гель перехода в случае быстро растущих коэффициентов агрегации. Для задач данного типа с источником мономеров мы покажем, что поведение решения после критической точки существенно зависит от формы записи системы исследуемых дифференциальных уравнений. Эффекты такого типа не могут наблюдаться для задач кинетики агрегации с “медленно” растущими коэффициентами, удовлетворяющими закону сохранения массы. Полученные наблюдения напоминают нам знаменитую дискуссию о природе явления золь-гель перехода между химиками П. Флори и У. Стокмайером, а также имеют прямое отношение к явлению перколяции при росте случайных графов в модели Эрдёша-Реньи [2]. Обе работы [1],[2], обсуждаемые в докладе, выполнены при поддержке отделения Московского центра фундаментальной и прикладной математики в ИВМ РАН.

- [1] Dyachenko, R. R., Matveev, S. A., Krapivsky, P. L. (2023). Finite-size effects in addition and chipping processes. *Physical Review E*, 108(4), 044119.
- [2] Krapivsky, P. L., Matveev, S. A. (2024). Gelation in input-driven aggregation. *arXiv preprint arXiv:2404.01032*.