Неравенство Эрдёша для примитивных множеств

Кучерявый Петр Алексеевич
НИУ ВШЭ
peter.ktchr@gmail.com
Секция: Теория чисел и дискретная математика

Множество натуральных чисел A называется примитивным, если никакой элемент A не делит другой элемент A. Например, множество $A = \{m, m+1, \ldots, 2m-1\}$ является примитивным. Обозначим $\Omega(n)$ количество простых делителей n с учетом кратности. Для любого k множество $\mathbb{P}_k = \{n : \Omega(n) = k\}$ также является примитивным множеством. Эрдёш в 1935 году доказал, что $\sum_{a\in A} \frac{1}{a\log a}$ равномерно ограничено по всем выборам примитивного множества A. Это утверждение допускает такое обобщение. Положим $f_z(A) = \sum_{a\in A} \frac{z^{\Omega(a)}}{a(\log a)^z}$, где $z \in \mathbb{R}_{>0}$. Тогда $f_z(A)$ равномерно ограничено по всем выборам примитивного множества A при фиксированном $z \in (0, 2)$. Мы обсудим это утверждение, а также некоторые другие обобщения классических результатов про примитивные множества. В частности будет обсуждаться асимптотика $f_z(\mathbb{P}_k)$ при растущем k.