

Итерационное решение ОДУ применением аппроксимации Паде

Шапеев Василий Павлович

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им. С. А. Христиановича
shapееv.vasily@mail.ru

Секция: Дифференциальные уравнения и динамические системы

Аппроксимацией Паде задачи Коши и краевых задач для ОДУ получены приближенные задачи, являющиеся проекциями исходных дифференциальных задач в пространства дробно-рациональных функций. Искомые приближенные решения отыскиваются в виде аппроксимантов Паде $[L/M]$, которые записываются с неопределенными коэффициентами. Для построения приближенного решения дифференциальной задачи на отрезке решения задачи задаются узлы сетки — точки коллокации. При этом количество узлов сетки берется больше числа коэффициентов $[L/M]$. Коллокациями в узлах сетки уравнений приближенной задачи, соответствующей решаемой дифференциальной задаче, получается переопределенная система нелинейных алгебраических уравнений (СНАУ) относительно коэффициентов $[L/M]$. Ее решение после предварительного преобразования полученных уравнений отыскивается в итерационном процессе, в котором численные значения некоторых частей нелинейных уравнений на текущей итерации берутся с предыдущей итерации так, что на каждой итерации решается переопределенная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) — линейная задача наименьших квадратов.

Предложенный алгоритм решения задач для ОДУ запрограммирован на языках системы МАТЕМАТИКА и С. Построены высокоточные решения различных задач для ОДУ. Погрешность полученных решений близка к величине погрешности округления чисел на компьютере. Показано значительное превосходство по точности предложенного алгоритма над стандартной процедурой NDSOLVE решения задачи Коши для ОДУ в системе МАТЕМАТИКА, а также над методом Рунге-Кутты четвертого порядка аппроксимации.

В численных экспериментах решения конкретных ОДУ показаны зависимость точности решения от степени полиномов L и M , зависимость обусловленности получающихся СЛАУ от степени их переопределенности и сложности выражений ОДУ, зависимость скорости сходимости итераций от способа линеаризации СНАУ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда грантом по проекту РНФ № 23-21-00499.