

# Элиминация кванторов для экзистенциальной арифметики Бюхи

Старчак Михаил Романович

Санкт-Петербургский государственный университет

m.starchak@spbu.ru

Секция: Математическая логика и теоретическая информатика

Доклад посвящён двум алгоритмам элиминации кванторов [1, 2], которые оперируют с экзистенциальными ( $\exists$ -)формулами арифметики Бюхи  $\text{Th}(\mathbb{N}; 0, 1, +, V_k, \leq)$ , где  $k \geq 2$  есть некоторое фиксированное натуральное число, а  $V_k$  есть двухместный предикат, истинный в точности для пар  $(x, y) \in \mathbb{N}^2$ , таких что  $y$  есть наибольшая степень  $k$ , делящая  $x$ .

В работе [1] впервые даётся полное описание множеств  $S \subseteq \mathbb{N}$ , определимых с помощью  $\exists$ -формул арифметики Бюхи. До этого результата было известно лишь, что не все  $k$ -регулярные предикаты являются  $\exists$ -определимыми [3]. Алгоритм элиминации кванторов из [1] пригоден и для доказательства принадлежности  $\exists\text{Th}(\mathbb{N}; 0, 1, +, V_k, \lambda x.2^x, \leq)$  классу  $\text{NExpTime}$ . Однако, в результате совместной работы с Д. Чистиковым и А. Мансутти [2], удалось построить альтернативный алгоритм элиминации кванторов, который позволил доказать принадлежность указанной теории классу  $\text{NP}$ . Этот результат усиливает и обобщает принадлежность  $\exists$ -арифметики Бюхи классу  $\text{NP}$  [4] и  $\exists$ -арифметики Семёнова классу  $\text{NExpTime}$  [5]. На пути построения разрешающей процедуры из класса  $\text{NP}$  было получено доказательство принадлежности классической задачи целочисленного линейного программирования классу  $\text{NP}$  посредством элиминации кванторов.

- [1] M. Starchak, *Existential Definability of Unary Predicates in Büchi Arithmetic*, In CiE, 2024.
- [2] D. Chistikov, A. Mansutti, and M. Starchak, *Integer Linear-Exponential Programming in NP by Quantifier Elimination*, In ICALP, 2024.
- [3] C. Haase, J. Różycki, *On the Expressiveness of Büchi Arithmetic*, In FoSSaCS, 2021.
- [4] F. Guépin, C. Haase, and J. Worrell. *On the Existential Theories of Büchi Arithmetic and Linear p-adic Fields*, In LICS, 2019.
- [5] M. Benedikt, D. Chistikov, and A. Mansutti, *The Complexity of Presburger Arithmetic with Power or Powers*, In ICALP, 2023.