Построение гладких дуг “источник-сток” на двумерной сфере

Цаплина Екатерина Вадимовна
Аффилиация докладчика
`ktsaplina11@mail.com`
Соавторы: Починка О. В., Ноздринова Е. В.
Секция: Дифференциальные уравнения и динамические системы

Пусть $\Phi : \mathbb{S}^2 \times [0,1] \to \mathbb{S}^2$ — гладкое отображение, при каждом фиксированном $t \in [0,1]$ являющееся диффеоморфизмом $\Phi(x,t) = \phi_t(x)$ сферы $\mathbb{S}^2$. Однопараметрическое семейство диффеоморфизмов $\phi_t : \mathbb{S}^2 \to \mathbb{S}^2, t \in [0,1]$ называется *гладкой дугой*, соединяющей диффеоморфизмы ϕ_0, $\phi_1 \in Diff(\mathbb{S}^2)$.

Отношение связанности гладкой дугой определяет отношение эквивалентности на множестве $Diff(\mathbb{S}^2)$ диффеоморфизмов сферы и разбивает это множество на два класса эквивалентности, состоящих из сохраняющих и меняющих ориентацию диффеоморфизмов согласно работе [1]. При этом в каждом классе существуют диффеоморфизмы “источник-сток”, неблуждающее множество которых состоит из двух гиперболических точек: источника и стока. Более того, все такие сохраняющие (меняющие) ориентацию диффеоморфизмы попарно топологически, но не гладко, сопряжены (см., например, [2]). Поэтому, в общем случае дуга, соединяющая два диффеоморфизма “источник-сток”, претерпевает бифуркации, в том числе и разрушающие динамику “источник-сток”. В силу чего такая дуга может оказаться *неустойчивой*, в смысле чувствительности к малым шевелениям [3].

Основным результатом настоящей работы является конструктивное доказательство теоремы о том, что любые два сохраняющих (меняющих) ориентацию диффеоморфизма “источник-сток” двумерной сферы соединяются гладкой дугой, состоящей из диффеоморфизмов “источник-сток”.

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

1. Munkres J., Differentiable isotopies on the 2-sphere // Michigan Mathematical Journal. – 1960. – Т. 7. – №. 3. – С. 193-197.
2. Grines V. Z., Medvedev T. V., Pochinka O. V., Dynamical systems on 2-and 3-manifolds // Cham : Springer, 2016. – Т. 46.
3. Newhouse S. , Palis J., Takens F., Stable arcs of diffeomorphisms, Bull. Amer. Math. Soc., 82:3 (1976), 499–502.