

Построение отрезков квадратичной длины при помощи отрезков линейной длины в спектре транспозиционного графа

Кравчук Артём Витальевич

Институт Математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск

artemkravchuk13@gmail.com

Секция: Алгебра

В данной работе исследуются собственные значения транспозиционного графа Кэли T_n , $n \geq 2$. Собственные значения графа T_n являются целыми числами [1,2]. Спектр $\text{Spec}(T_n)$ этого графа симметричен относительно нуля, так как граф является двудольным. Кроме этого, в работе [1] доказано, что наибольшее собственное значение $\frac{n(n-1)}{2}$ имеет кратность 1, второе собственное значение $\frac{n(n-3)}{2}$ имеет кратность $(n-1)^2$. Таким образом, имеется некоторое представление о том, как устроен спектр транспозиционного графа. Однако точное описание спектра для этого графа неизвестно. Следующий результат даёт описание спектра около нуля.

Теорема 1. [3, Теорема 3] Для $n \geq 19$, все целые числа из отрезка $[-\frac{n-4}{2}, \frac{n-4}{2}]$ лежат в спектре T_n .

В данной работе показывается, что при $n \geq 48$ существует отрезок квадратичной относительно n длины, который целиком содержится в спектре транспозиционного графа.

Теорема 2. [4, Теорема 4] Для всех $n \geq 48$, все целые числа из отрезков $[-y_2, -y_1]$ и $[y_1, y_2]$ лежат в спектре T_n , где $y_1 = C_{\lfloor \frac{n}{3} \rfloor + 1}^2 - 2(\lfloor \frac{2n}{3} \rfloor - 1)$, $y_2 = C_{\lfloor \frac{2n+1}{3} \rfloor}^2$.

Доказательства этих теорем опирается на основные факты из теории представлений симметрической группы для графов Кэли, а также некоторые новые утверждения о соответствии между собственными значениями графа T_n и разбиениями числа n .

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации номер 075-15-2022-281.

- [1] K. Kalpakis, Y. Yesha, On the bisection Width of the Transposition network, *Networks*, **29** (1997) 69–76.
- [2] E. V. Konstantinova, D. V. Lytkina, Integral Cayley graphs over finite groups, *Algebra Colloquium*, **27**(1) (2020) 131–136.
- [3] Elena V. Konstantinova, Artem Kravchuk, Distinct eigenvalues of the Transposition graph, *LAA*, **690** (2024) (132–141), <https://doi.org/10.1016/j.laa.2024.03.011>.
- [4] Artem Kravchuk, Constructing segments of quadratic length in $\text{Spec}(T_n)$ through segments of linear length, <https://arxiv.org/abs/2404.00410>.