

# О разрушении решений эволюционных неравенств высокого порядка

Коньков Андрей Александрович

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Московский центр фундаментальной и прикладной математики

konkov@mech.math.msu.su

Соавторы: А. Е. Шишков

Секция: Уравнения в частных производных, математическая физика и спектральная теория

Рассматривается задача Коши

$$\partial_t^k u - \sum_{|\alpha|=m} \partial^\alpha a_\alpha(x, t, u) \geq f(|u|) \quad \text{в } \mathbb{R}_+^{n+1} = \mathbb{R}^n \times (0, \infty), \quad (1)$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \partial_t u(x, 0) = u_1(x), \dots, \partial_t^{k-1} u(x, 0) = u_{k-1}(x) \geq 0, \quad (2)$$

где  $k, m, n \geq 1$  и  $a_\alpha$  — каратеодориевы функции такие, что

$$|a_\alpha(x, t, \zeta)| \leq A|\zeta|^p, \quad |\alpha| = m, \quad A, p = \text{const} > 0,$$

для почти всех  $(x, t) \in \mathbb{R}_+^{n+1}$  и для всех  $\zeta \in \mathbb{R}$ .

Для слабых решений (1), (2) найдены точные условия blow-up. В случае степенной нелинейности  $f(\zeta) = \zeta^\lambda$  наши условия совпадают с условиями, ранее полученными в работах [1–4] и, в частности, с известными условиями Фуджиты-Хаякавы и Като. Нам также удалось обобщить результаты работы [5] на случай неравенств высокого порядка вида (1). При этом в отличие от [5] мы не накладываем никаких условий эллиптичности на коэффициенты  $a_\alpha$  дифференциального оператора. Нам также не требуются никакие условия роста на решение задачи Коши на начальные значения. Все формулировки и доказательства доступны в архиве Корнельского университета [6].

- [1] Yu. V. Egorov, V. A. Galaktionov, V. A. Kondratiev, S. I. Pohozaev, *On the necessary conditions of global existence of solutions to a quasilinear inequality in the half-space*, C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. 1: Math. 330 (2000), 93–98.
- [2] H. Fujita, *On the blowing up of solutions of the Cauchy problem for  $u_t = \Delta u + u^{1+\alpha}$* , J. Fac. Sci. Univ. Tokyo Sect. IA Math. 13 (1966), 109–124.
- [3] K. Hayakawa, *On nonexistence of global solutions of some semilinear parabolic differential equations*, Proc. Japan Acad. 49 (1973), 503–505.
- [4] T. Kato, *Blow-up of solutions of some nonlinear hyperbolic equations*, Commun. Pure Appl. Math. 33 (1980), 501–505.
- [5] R. Laister, M. Sierżęga, *A blow-up dichotomy for semilinear fractional heat equations*, Math. Ann. 381 (2021), 75–90.
- [6] A. A. Kon'kov, A. E. Shishkov, *On blow-up conditions for nonlinear higher order evolution inequalities*, arXiv:2309.00574 [math.AP], DOI: 10.48550/arXiv.2309.00574