

Размерность мер с преобразованием Фурье в L_p

Добронравов Никита Петрович

СПбГУ

dobronravov1999@mail.ru

Секция: Вещественный и функциональный анализ

Принцип неопределённости в математическом анализе — это семейство фактов о том, что функция и её преобразование Фурье не могут быть одновременно малы. Одной из версий этого принципа является следующая теорема.

Теорема. Пусть $S \subset \mathbb{R}^d$ — компакт, такой что $\mathcal{H}_\alpha(S) < \infty$. Пусть обобщённая функция ζ такая что $\text{supp}(\zeta) \subset S$ и $\hat{\zeta} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ для некоторого $p < \frac{2d}{\alpha}$. Тогда $\zeta = 0$.

Здесь \mathcal{H}_α — это α -мера Хаусдорфа. Мы разобрали, что происходит в предельном случае $p = \frac{2d}{\alpha}$. Оказалось, что в этом случае принцип неопределённости неверен, а именно удалось доказать следующую теорему:

Теорема. Существуют компакт $S \subset \mathbb{R}^d$ и такая вероятностная мера μ , что $\text{supp}(\mu) \subset S$, $\hat{\mu} \in L_p(\mathbb{R}^d)$ и $\mathcal{H}_{\frac{2d}{p}}(S) = 0$.