

Вещественная интерполяция пространств типа Харди

Руцкий Дмитрий Владимирович

Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В. А. Стеклова РАН
rutsky@pdmi.ras.ru

Секция: Вещественный и функциональный анализ

Пространства типа Харди для квазинормированных решёток измеримых функций X на единичной окружности \mathbb{T} задаются как $X_A = X \cap N^+$, где N^+ — граничный класс Смирнова. В частности, для пространств Лебега получаются обычные пространства Харди $(L_p)_A = H_p$.

В докладе будет рассмотрен вопрос о характеристизации K -замкнутости и устойчивости вещественной интерполяции пар (X_A, Y_A) таких пространств в достаточно общей ситуации. Первое свойство означает, что произвольные измеримые разложения в $X + Y$ функций из $X_A + Y_A$ могут быть исправлены до аналитических с оценками норм слагаемых через исходное разложение. Второе свойство — это формула $(X_A, Y_A)_{\theta, q} = [(X, Y)_{\theta, q}]_A$.

Оказывается, оба эти свойства можно охарактеризовать в терминах свойства ограниченной ВМО-регулярности: для всяких функций $f \in X$, $g \in Y$ существуют некоторые функции $u \in X$ и $v \in Y$ с оценками норм через f и g , такие, что $u + v \geq |f| + |g|$ и $\log u/v$ лежит в ВМО с подходящей оценкой нормы. Это свойство обобщает известное свойство ВМО-регулярности, где вместо условия мажорирования в совокупности имеется индивидуальное мажорирование: $u \geq |f|$ и $v \geq |g|$. Такую характеристизацию удаётся установить для общей ситуации, где от решёток требуется лишь свойство Фату, хотя технически она получается довольно сложной и громоздкой. С другой стороны, в важном частном случае $Y = L_\infty$ этот результат можно получить довольно элементарными средствами.

- [1] S. V. Kisliakov, *Interpolation of H^p -spaces: some recent developments*, Function spaces, interpolation spaces, and related topics (Haifa, 1995), Israel Math. Conf. Proc., vol. 13, Bar-Ilan Univ., Ramat Gan, 1999, pp. 102–140.
- [2] D. V. Rutsky, *Real Interpolation of Hardy-type Spaces and BMO-regularity*, Journal Fourier Anal. Appl, 26 (2020), no. 4, 1–40.
- [3] Д. В. Руцкий, *Вещественная интерполяция пространств типа Харди: анонс и некоторые замечания*, Зап. научн. сем. ПОМИ, 480 (2019), 170–190.