

Об экстремальных множествах произведений и частных конечных числовых множеств

Штейников Юрий Николаевич

НИЦ Курчатовский институт, НИИСИ

yuriisht@yandex.ru

Секция: Теория чисел и дискретная математика

Произведением множеств A и B называется множество AB , которое по определению есть $AB = \{ab : a \in A, b \in B\}$. Обозначим через $[N]$ интервал натуральных чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ и пусть $M_N = |[N][N]|$. Одна из давних классических задач П. Эрдеша о таблице умножения ставит вопрос об отыскании правильного порядка роста величины M_N при $N \rightarrow \infty$. П. Эрдешем и впоследствии К.Фордом были установлены точные порядок роста этой величины. Некоторые направления дальнейших исследований, тесно связанной с этой задачей, были предложены Х. Силлеруело с соавторами. Он формулируется следующим образом. Каков максимальный размер множества $A \subset [N]$, что $|AA| \sim |A|^2/2$. К. Форд доказал существование множества с такими свойствами, размер которого достаточно близок к оптимальной границе. В своем докладе я расскажу об уточнении этого результата, а также о ряде задач, возникающих в теории произведений и частных целочисленных множеств.

- [1] К. Форд, “Экстремальные свойства произведений множеств”, Труды МИАН, 303 (2018), 239–245
- [2] Ю. Н. Штейников, “Множества с экстремальным свойством произведения и его вариации”, Матем. заметки, 114:6 (2023), 922–930.
- [3] Х. Силлеруело, Д. С. Рамана, О. Рамаре, “Частные и произведения подмножеств нулевой плотности множества натуральных чисел”, Труды МИАН, 296 (2017), 58–71
- [4] Ю. Н. Штейников, “Частные плотных подмножеств целых чисел и короткие расстояния элементов произведения”, Матем. заметки, 111:1 (2022), 117–124