

О задаче интерполяции кубическими сплайнами на вещественной прямой

Волков Юрий Степанович

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН

e2vol@ya.ru

Секция: Вещественный и функциональный анализ

Интерполяция сплайнами с равномерными узлами на всей вещественной прямой (так называемая кардинальная интерполяция) достаточно хорошо изучена. Если же сетка точек интерполяции бесконечная и неравномерная, то таких исследований немного. К. де Бор (1976) доказал существование единственного ограниченного сплайна для ограниченных данных при условии ограниченности отношения наибольшего и наименьшего шагов сетки, а в случае кубических сплайнов установил разрешимость этой задачи при ограничении на отношение соседних шагов сетки. Также в терминах ограничений на отношения соседних шагов сетки Фридланд и Миккелли (1978) рассмотрели задачу существования и единственности ограниченного сплайна произвольной степени. Некоторые достаточные условия существования и единственности сплайна полиномиального роста при интерполировании данных полиномиального роста были получены Якимовским (1984), и это также было сделано при некоторых ограничениях на сетку.

Нами рассмотрена задача интерполяции кубическими сплайнами функций линейного и квадратичного роста на произвольных неравномерных сетках на всей вещественной оси. Установлено [1], что в этом случае всегда существует единственный кубический сплайн линейного или квадратичного роста соответственно, причём ограничения на сетку не требуются. Кроме того, мы приводим оценки погрешности на классах интерполируемых функций $W_{\infty}^4(\mathbb{R})$ и при этом оказывается, что оценки для бесконечных сеток на оси совпадают с известными оценками погрешности в случае конечного отрезка.

Исследование основано на изучении решений систем линейных алгебраических уравнений с бесконечными в обе стороны матрицами коэффициентов.

- [1] Ю. С. Волков, С. И. Новиков, *Оценки решений бесконечных систем линейных уравнений и задача интерполяции кубическими сплайнами на прямой*, Сиб. матем. журн., 63 (2022), 814–830.