О тождествах аксиальных алгебр

Козлов Роман Александрович
Институт математики им С. Л. Соболева СО РАН
`KozlovRA.NSU@yandex.ru`
Соавторы: В. Ю. Губарев
Секция: Алгебра

Аксиальные алгебры — это класс коммутативных неассоциативных алгебр, порождённых идемпотентами специального вида, называемых осями. Аксиальные алгебры были введены в работе Дж. Холла, Ф. Рейрена и С. Шпекторова [1] как новый подход к реализации алгебры Грисса. В той же работе отмечена тесная взаимосвязь между аксиальными и йордановыми алгебрами.

В работе В. Губарева, Ф. Машурова и А. Панасенко [2] впервые ставится вопрос о поиске тождеств, выполненных на аксиальных алгебрах. Так, было доказано, что для почти всех значений параметров α и t на $S(\alpha,t,E)$ — расщепляемой алгебре невырожденной билинейной формы – нет тождеств степеней 3 и 4, не следующих из коммутативности. А среди тождеств степени 5 на алгебре $S(\alpha,E)$ при $\alpha \notin \{\pm1,0,1/2,2\}$ появляется единственное новое:

$$((a,b,c),d,b) + ((c,b,d),a,b) + ((d,b,a),c,b) = 0,$$

где $(a,b,c) = (ab)c - a(bc)$. Назовём его тождеством трёх ассоциаторов.

В работе пяти авторов [3] была предложена конструкция, позволяющая явно построить три бесконечных серии аксиальных алгебр монстрового типа. В данной работе исследуется первая из них — серия $Q_k(\eta)$, для неё найдено разложение в прямую сумму пространств $A \oplus B$, где A — подалгебра, а B есть A-модуль. Установлено, что четырёхмерная алгебра $Q_2(\eta)$, как и алгебра $S(\alpha,E)$, для почти всех η не имеет тождеств степени ≤ 5, не следующих из коммутативности и тождества трёх ассоциаторов.

Вычисления проводились в системах компьютерной алгебры `Singular` и `GAP`.

Работа выполнена при поддержке математического центра в Академгородке, соглашение номер 075-15-2022-281 с министерство науки и высшего образования РФ.

[1] J.I. Hall, F. Rehren, S. Shpectorov, Primitive axial algebras of Jordan type, J. Algebra **437** (2015), 79–115.

[2] V. Gubarev, F. Mashurov, A. Panasenko, Generalized sharped cubic form and split spin factor algebra. Comm. Algebra **52(8)** (2024), 3282–3305.

[3] A. Galt, V. Joshi, A. Mamontov, S. Shpectorov, A. Staroletov, Double axes and subalgebras of Monster type in Matsuo algebras, Comm. Algebra **49** (2021), 4208–4248.