Уточнение оценки Меньшова L_2 -нормы мажоранты частных сумм

Солодов Алексей Петрович

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Московский центр фундаментальной и прикладной математики apsolodov@mail.ru

Секция: Вещественный и функциональный анализ

Теорема Меньшова—Радемахера о точном множителе Вейля для сходимости почти всюду по любой ортонормированной системе основана на оценке нормы максимального оператора. Меньшов показал, что L_2 -норма мажоранты частных сумм с коэффициентами c_n по любой ортонормированной системе, состоящей из N функций, не превосходит L_2 -нормы самой частной суммы с теми же коэффициентами, умноженной на величину $\log_2 N + 1$. Впоследствии Беннетт показал, что L_1 -норма мажоранты частных сумм с коэффициентами, равными единице, по любой ортонормированной системе, состоящей из N функций, не превосходит L_∞ -нормы самой частной суммы с некоторыми коэффициентами, по модулю не превосходящими единицы, умноженной на величину $\pi^{-1} \ln N + o(1)$, причем постоянная π^{-1} — точная. Этот результат Беннетт использовал для усиления неравенства Меньшова, получив асипмтотически точную оценку.

Предложен метод усиления доказательства Меньшова, позволяющий уточнить оценку L_2 -нормы мажоранты частных сумм непосредственно. В частности, показано, что множитель $\log_2 N + 1$ в оценке Меньшова можно заменить на $0.5\log_2 N + 1$. Развитие этого метода позволит, на наш взгляд, лучше изучить структуру ортонормированных систем с экстремально большой нормой мажоранты частных сумм.