

Шильниковский хаос в модели роста раковых клеток

Каратецкая Ефросиния Юрьевна

Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”

ekarateczkaya@hse.ru

Секция: Дифференциальные уравнения и динамические системы

Моделирование роста раковых клеток — одна из важнейших задач в области изучения живых систем. Это важный инструмент в исследовании рака и разработке новых методов лечения, позволяющий понять механизмы взаимодействия инфицированных клеток с окружающими тканями и оценить влияние различных внешних и внутренних факторов на их рост. В данном докладе будут представлены результаты исследования хаотической динамики в модели де Пиллиса и Радунской, описывающей взаимодействие раковых клеток с двумя типами эффекторных клеток [1,2]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1(1 - x_1) - a_{12}x_1x_2 - a_{13}x_1x_3, \\ \dot{x}_2 = r_2x_2(1 - x_2) - a_{21}x_1x_2, \\ \dot{x}_3 = \frac{r_3x_1x_3}{x_1+k_3} - a_{31}x_1x_3 - d_3x_3 \end{cases} \quad (1)$$

Из работ [3,4] известно, что в системе (1) может возникнуть спиральный хаос, связанный с возникновением седло-фокусной петли Шильникова. Показано, что странные аттракторы рождаются в результате реализации сценария Шильникова [5]. Основная часть работы посвящена изучению бифуркаций коразмерности два, которые являются организационными центрами в рассматриваемой системе. В частности, описывается сценарий бифуркации состояния равновесия в случае, когда оно имеет пару нулевых собственных значений (бифуркация Богданова-Тakens), а также ноль и пару чисто мнимых собственных значений (бифуркация Ноль-Хопф). Показано, как эти бифуркации связаны с возникновением аттракторов Шильникова.

Данная работа подготовлена в ходе проведения исследования в рамках проекта “Зеркальные лаборатории НИУ ВШ”.

- [1] De Pillis, L. G.; Radunskaya, A. (2001). A Mathematical Tumor Model with Immune Resistance and Drug Therapy: An Optimal Control Approach. *Journal of Theoretical Medicine*, 3(2), 79–100.
- [2] de Pillis L.G., Radunskaya A. (2003). The dynamics of an optimally controlled tumor model: A case study. *Math. Comp. Modelling* 37(11), 1221, 1221-1244.
- [3] Itik, M. & Banks, S. P. (2010). Chaos in a threedimensional cancer model, *Int. J. Bifurcation and Chaos* 20, 71–79.
- [4] Duarte, J.; Januário, C.; Rodrigues, C.; Sardanyés, J.(2013). Topological Complexity And Predictability In The Dynamics Of A Tumor Growth Model With Shilnikov’s Chaos. *International Journal Of Bifurcation And Chaos*, 23(7), 1350124.
- [5] Shilnikov L.P. (1965). On one case of the existence of a countable set of periodic motions. *Dokl. Akad. Nauk SSSR.*, 169, 3, 558–561