

Суммы квадратов, функции Бесселя и последовательности модулярных форм

Калмынин Александр Борисович

НИУ ВШЭ и МИАН им. В. А. Стеклова

alkalb1995cd@mail.ru

Секция: Теория чисел и дискретная математика

Задача о промежутках между суммами двух квадратов — один из самых известных открытых вопросов в аналитической теории чисел. Оказывается, что данную задачу можно связать с поведением некоторой функции от двух переменных, которая обладает свойствами, сходными с тета-функцией Якоби. В докладе будет представлена конструкция данной функции в виде ряда с функциями Бесселя и её связь с теорией модулярных и квазимодулярных форм при помощи модулярных дифференциальных операторов. Кроме того, мы покажем, что её разложение в ряд Тейлора по одной из переменных может быть описано в терминах дифференциальной рекуррентной последовательности рациональных функций, обладающих очень специальными свойствами. Данная конструкция обобщается на случай произвольных модулярных форм относительно конгруэнц-подгруппы уровня 2. В частности, в таких терминах можно переформулировать гипотезу Лемера о необращении в нуль τ -функции Рамануджана.