О формуле Ито для винеровского процесса

Смородина Наталия Васильевна
ПОМИ РАН
smorodina@pdmi.ras.ru
Секция: Теория вероятностей

Показано, что в классической формуле Ито для винеровского процесса $w(t)$ можно заменить вторую производную, понимаемую в смысле обычного дифференцирования, на вторую производную в смысле дифференцирования обобщенных функций. Это можно сделать в случае, когда первая производная принадлежит классу $L_{2,loc}(\mathbb{R})$. Ранее, в работе [1] при тех же условиях была получена другая форма последнего слагаемого в формуле Ито.

Теорема. *Пусть функция* $v \in L_{2,loc}(\mathbb{R})$, *функция* V *есть первообразная* v *(т.е.* $V' = v$*), а обобщенная функция* v' *есть производная* v *в смысле дифференцирования обобщенных функций. Пусть* $\{v_\varepsilon\}$ *— произвольное семейство абсолютно непрерывных функций, такое, что для любого* $N > 0$ *выполнено* $\lim_{\varepsilon\to 0} \|v_\varepsilon - v\|_{L_2[-N,N]} = 0$. *Тогда*

1. *Существует предел по вероятности* $\lim_{\varepsilon\to 0+} \int_0^t v'_\varepsilon(w(\tau))\,d\tau$, *и этот предел не зависит от выбора семейства* v_ε. *Для данного предела используем обозначение* $\int_0^t v'(w(\tau))\,d\tau$.
2. *Справедлива формула Ито* $V(w(t)) = V(w(0)) + \int_0^t v(w(\tau))\,dw(\tau) + \frac{1}{2}\int_0^t v'(w(\tau))\,d\tau$.

[1] H. Föllmer , Ph. Protter , A. N. Shiryayev, *Quadratic Covariation and an Extension of Ito's Formula* , Bernoulli, 1/2(1995), 149–169.