

Исследование граничных интегральных уравнений Фредгольма второго рода, условно эквивалентных трехмерной задаче дифракции акустических волн. Осреднение слабо сингулярных интегральных операторов и численное решение трехмерных задач Неймана для уравнения Гельмгольца

Каширин Алексей Алексеевич

Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук
elomer@mail.ru

Соавторы: Смагин Сергей Иванович, Погорелов Сергей Анатольевич

Секция: Уравнения в частных производных, математическая физика и спектральная теория

Рассматривается задача дифракции стационарных акустических волн на трехмерном однородном включении. Аналитическое решение этой задачи может быть найдено лишь в исключительных случаях, поэтому чаще всего она решается численно. Эффективные алгоритмы численного решения задачи дифракции могут быть созданы на основе условно эквивалентных ей граничных интегральных уравнений с одной неизвестной функцией. Различные уравнения такого вида получены в работе [1].

Используя теорию Фредгольма, мы исследуем два слабо сингулярных интегральных уравнения второго рода, к каждому из которых может быть сведена задача дифракции, на их собственных частотах. В этих случаях уравнения, в отличие от исходной задачи, некорректно разрешимы. Поскольку для областей общей формы собственные частоты неизвестны, это может привести к недостоверным результатам при численном решении данных уравнений. Установлено, что одно из них на собственных частотах может не иметь решения, а другое разрешимо неединственным образом. При этом существует единственное решение второго уравнения, которое позволяет найти решение задачи дифракции. На всех частотах оно может быть найдено приближенно методом интерполяции [2].

Для численного решения указанных уравнений необходимо построить дискретные аналоги поверхностных потенциалов и их нормальных производных. Для этого может быть использован метод осреднения интегральных операторов со слабыми особенностями в ядрах. В результате интегральные уравнения аппроксимируются системами линейных алгебраических уравнений с легко вычисляемыми коэффициентами, которые затем решаются численно обобщенным методом минимальных невязок (GMRES). После этого приближенное решение исходной задачи находится в любой точке пространства.

Ранее такой подход использовался для приближенного решения трехмерных задач Дирихле для уравнений Лапласа и Гельмгольца потенциалами простого слоя [3], [4]. Мы получили формулы для нормальной производной потенциала простого слоя и применили их для численного решения трехмерных задач Неймана для уравне-

ния Гельмгольца. Результаты численных экспериментов демонстрируют возможности данного подхода.

- [1] R. E. Kleinman, P. A. Martin, *On single integral equations for the transmission problem of acoustics*, SIAM Journal on Applied Mathematics, 48 (1988), 307–325.
- [2] А. А. Каширин, С. И. Смагин, *О численном решении скалярных задач дифракции в интегральных постановках на спектрах интегральных операторов*, Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр., 494 (2020), 38–42.
- [3] А. А. Каширин, С. И. Смагин, *О численном решении задач Дирихле для уравнения Гельмгольца методом потенциалов*, ЖВМиМФ, 52 (2012), 1492–1505.
- [4] С. И. Смагин, *О численном решении интегрального уравнения I рода со слабой особенностью в ядре на замкнутой поверхности*, Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр., 505 (2022), 14–18.