

Сравнительный анализ численных методов решения обратной задачи определения источника акустических волн

Губер Алексей Владимирович

МЦМУ в Академгородке

alexej.guber@yandex.ru

Соавторы: Шишленин Максим Александрович

Секция: Прикладная математика и математическое моделирование

В работе исследована обратная задача определения источника волн в двумерном случае.

Рассмотрим прямую задачу для уравнения акустики в области $\Omega = \{(x, y) : x \in (0, L_x), y \in (0, L_y)\}$:

$$u_{tt} = \operatorname{div}(c^2(x, y) \nabla u), \quad (x, y) \in \Omega, \quad t \in (0, T),$$

$$u|_{t=0} = q(x, y), \quad u_t|_{t=0} = 0,$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0.$$

Подобные задачи возникают во многих приложениях. Например, в задачах распространения волны цунами $c(x, y) = \sqrt{gh(x, y)}$ — скорость распространения волн, $h(x, y)$ глубина океана, $g = 9.81$ м/с² ускорение свободного падения [1, 2].

Обратная задача состоит в определении функции $q(x, y)$ по дополнительной информации [3]:

$$u(x_n, y_n, t) = f_n(t), \quad n = \overline{1, N}.$$

Здесь (x_n, y_n) — расположение приемников, N — количество приёмников.

В операторной форме обратная задача формулируется в виде $Aq = f$.

Проведён сравнительный анализ таких численных методов решения данной задачи, как матричный метод (с использованием Tensor-Train разложения), нейронные сети PINN, градиентный метод.

Работа выполнена при поддержке Математического Центра в Академгородке, соглашение с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации № 075-15-2022-281.

- [1] В. М. Кайстренко. Обратная задача на определение источника цунами, Сб.: Волны цунами. Труды САХКНИИ, 1972. Вып.29.С.82-92.
- [2] Воронина Т.А. Определение пространственного распределения источников колебаний по дистанционным измерениям в конечном числе точек, СибЖВМ.2004.- Т.7, №3. С.203–211.
- [3] М. А. Шишленин. Матричный метод в задачах определения источников колебаний, Сиб. электрон. матем. изв., 11 (2014), С.161–С.171.