

О двух проблемах Ролфсена

Мелихов Сергей Александрович

МИАН

melikhov@mi-ras.ru

Секция: Топология

50 лет назад Д. Ролфсен поставил две проблемы [1]: (а) Всякий ли узел в S^3 изотопен (=гомотопен в классе вложений) кусочно-линейному или, эквивалентно, тривиальному узлу? В частности, изотопен ли кусочно-линейному узлу слинг Бинга? (б) Если два кусочно-линейных зацепления в S^3 изотопны, будут ли они кусочно-линейно изотопны?

Ответ на вопрос (б) утвердителен, если инварианты конечного порядка дают полную классификацию кусочно-линейных зацеплений [2]. Слинг Бинга не изотопен никакому кусочно-линейному узлу: (i) изотопией, продолжающейся до изотопии двухкомпонентного зацепления с коэффициентом зацепления 1; (ii) в классе узлов, являющихся пересечениями вложенных цепочек полноториев [4]. Причём результат (i) сохраняет силу, если дополнительной компоненте разрешить самопересекаться и даже заменяться на новую, если она представляет тот же класс сопряжённости в $G/[G', G'']$, где G — фундаментальная группа дополнения к исходной компоненте [4]. Доказательства основаны на прояснении геометрического смысла определяемых с помощью полинома Конвея от двух переменных формальных аналогов производных инвариантов Кохрана для двухкомпонентных зацеплений с коэффициентом зацепления 1 [3].

[1] D. Rolfsen, *Some counterexamples in link theory*, Canadian J. Math. 26 (1974)

[2] S. A. Melikhov, *Topological isotopy and finite type invariants*, arXiv:2406.09331

[3] S. A. Melikhov, *Two-variable Conway polynomial and Cochran's derived invariants*, arXiv:math/0312007v3 (2024).

[4] S. A. Melikhov, *Is every knot isotopic to the unknot?*, arXiv:2406.09365