

О минимальных многочленах остаточных дробей алгебраических иррациональностей

Добровольский Николай Николаевич

Тульский государственный педагогический университет имени Л. Н. Толстого

nikolai.dobrovolsky@gmail.com

Секция: Теория чисел и дискретная математика

В докладе рассматриваются вид и свойства минимальных многочленов остаточных дробей в разложении алгебраических чисел в цепные дроби.

Показано, что для чисто-вещественных алгебраических иррациональностей α степени $n \geq 2$, начиная с некоторого номера $m_0 = m_0(\alpha)$, последовательность остаточных дробей α_m является последовательностью приведённых алгебраических иррациональностей.

Дано определение обобщённого числа Пизо, которое отличается от определения чисел Пизо отсутствием требования целочисленности.

Показано, что для произвольной вещественной алгебраической иррациональности α степени $n \geq 2$, начиная с некоторого номера $m_0 = m_0(\alpha)$, последовательность остаточных дробей α_m является последовательностью обобщённых чисел Пизо.

Найдена асимптотическая формула для сопряжённых чисел к остаточным дробям обобщённых чисел Пизо. Из этой формулы вытекает, что сопряжённые к остаточной дроби α_m концентрируются около дроби $-\frac{Q_{m-2}}{Q_{m-1}}$ либо в интервале радиуса $O\left(\frac{1}{Q_{m-1}^2}\right)$ в случае чисто-вещественной алгебраической иррациональности, либо в круге такого же радиуса в общем случае вещественной алгебраической иррациональности, имеющей комплексные сопряжённые числа.

Установлено, что, начиная с некоторого номера $m_0 = m_0(\alpha)$, справедлива рекуррентная формула для неполных частных q_m разложения вещественной алгебраической иррациональности α , выражающая q_m через значения минимального многочлена $f_{m-1}(x)$ для остаточной дроби α_{m-1} и его производной в точке q_{m-1} .

Найдены рекуррентные формулы для нахождения минимальных многочленов остаточных дробей с помощью дробно-линейных преобразований. Композиция этих дробно-линейных преобразований является дробно-линейным преобразованием, переводящим систему сопряжённых к алгебраической иррациональности α в систему сопряжённых к остаточной дроби, обладающую ярко выраженным эффектом концентрации около рациональной дроби $-\frac{Q_{m-2}}{Q_{m-1}}$.

Установлено, что последовательность минимальных многочленов для остаточных дробей образует последовательность многочленов с равными дискриминантами.

В заключении поставлена проблема о структуре рационального сопряжённого спектра вещественного алгебраического иррационального числа α и о его предельных точках.