Существование марковского равновесия для игр среднего поля

Шатилович Дмитрий Вячеславович
МГУ имени М.В.Ломоносова
dmitriy.shatilovich@math.msu.ru
Секция: Теория вероятностей

Задача оптимального управления, которая соответствует исследованию марковского равновесия в игре среднего поля с неуправляемой диффузией и линейным по управлению сносом, имеет вид

$$\begin{cases} J(\alpha(\cdot),\mu_\cdot) = \mathbb{E}\left[\int_0^T f\left(t, X_t, \mu_t, \alpha(t,X_t)\right)dt + g(X_T,\mu_T)\right] \longrightarrow \inf\limits_{\alpha(\cdot)\in\mathcal{A}}, \\ dX_t = \sigma\left(t, X_t, \mu_t\right)dW_t + \left(b\left(t, X_t, \mu_t,\right) + \alpha(t,X_t)\right)dt, \\ \mu_t = \mathrm{Low}(X_t). \end{cases}$$

Игры среднего поля были введены независимо в работах [1], [2] и заключались в исследовании определенного класса стохастических дифференциальных игр с большим числом игроков. В играх среднего поля каждый игрок учитывает поведение других агентов через эмпирическое распределение. В литературе по статистической физике это распределение принято называть средним полем.

Три основных вопроса, которые рассматриваются в теории игр среднего поля, касаются существования решения, единственности решения и сходимости равновесия в случае конечного числа игроков. Доклад будет посвящен вопросу существования решения. Существование марковского равновесия для игр среднего поля было доказано в работе [3]. В докладе будет рассмотрен новый метод исследования игр среднего поля, позволяющий обосновать существование марковского равновесия при предположениях, более слабых, чем в работе [3]. Так условие липшицевости коэффициентов уравнения будет заменено условием непрерывности. Ключевую роль в данном подходе играют уравнения Колмогорова, которые подробно исследовались в работе [4].

[1] M. Huang, R. Malhamé, P. Caines, Large population stochastic dynamic games: closed-loop McKean–Vlasov systems and the Nash certainty equivalence principle, Commun. Inf. Syst. 6 (3) (2006) 221–252.

[2] J.M. Lasry, P.L. Lions, Mean field games, Jpn. J. Math. 2 (2007) 229–260.

[3] Lacker, D. Mean field games via controlled martingale problems: existence of markovian equilibria. Stochastic Processes and their Applications, 125(7):2856–2894.

[4] V. I. Bogachev, M. Röckner, S. V. Shaposhnikov. Uniqueness Problems for Degenerate Fokker–Planck–Kolmogorov Equations. Journal of Mathematical Sciences, vol. 207, p. 147–165.