След резольвенты оператора Лапласа на метрическом графе

Толченников Антон Александрович
ИПМех РАН, Механико-математический факультет МГУ
Секция: Уравнения в частных производных, математическая физика и спектральная теория

Доклад будет посвящен оператору Лапласа на метрическом конечном графе $G = (V, E)$ с длинами ребер $\{l_j\}_{j=1}^{|E|}$, который на каждом ребре задан выражением $-\frac{d^2}{dx^2}$, а в вершинах графа заданы граничные условия, обеспечивающие самосопряженность оператора. Для работы с такими операторами есть эффективный метод — формализм Крейна, позволяющий удобно записывать резольвенту такого оператора и вычислять его след (или след подходящей степени резольвенты в случае пространств большей размерности, например, декорированных графов). Каждый такой оператор однозначно определяется лагранжевой плоскостью в $\mathbb{C}^{|2E|} \oplus \mathbb{C}^{2|E|}$: $\Lambda \leftrightarrow \Delta^\Lambda$. Цель — написать коэффициенты разложения $\mathrm{tr}(\Delta^\Lambda - z)^{-1}$ при больших z (за исключением сектора, содержащего положительную вещественную полуось). Первые два слагаемых в разложении особенно просты: $\mathrm{tr}(\Delta^\Lambda + w^2)^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^{|E|} l_i}{2w} + \frac{|E| - \dim \Lambda \cap \Lambda_X}{2w^2} + O(w^{-3})$, где $\Lambda_X = \mathbb{C}^{2|E|} \oplus 0$. Этот подход, связанный с резольвентной формулой Крейна, можно применять для более сложных пространств – декорированных графов.

Работа поддержана грантом РНФ 22-11-00272.