О формулах суммирования, скрытых в преобразованиях гипергеометрических функций с произвольным аргументом

Бахтин Кирилл Евгеньевич
РНОМЦ “Дальневосточный центр математических исследований”, ДВФУ
bakhtin.ke@dvfu.ru
Соавторы: Прилепкина Е. Г.
Секция: Комплексный анализ

Хорошо известны преобразования Эйлера-Пфаффа для гипергеометрической функции Гаусса. В последствии было открыто несколько преобразований подобного типа, общий вид которых можно записать в форме

$$F\left(\begin{matrix}\mathbf{a}\\\mathbf{b}\end{matrix}\middle| Mx^w\right) = V(1-x)^\lambda F\left(\begin{matrix}\mathbf{c}\\\mathbf{d}\end{matrix}\middle| \frac{Dx^u}{(1-x)^v}\right), \quad x \in G,$$

где F — обобщенная гипергеометрическая функция, $\mathbf{c}, \mathbf{d}$, V и λ функции, зависящие от векторов $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, $w, u \in \mathbb{N}$, $v \in \mathbb{Z}, M, D$ — некоторые константы, и G является областью комплексной плоскости $\mathbb{C}_x$. Очевидно, что если некоторые функции $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ раскладываются в области G в степенные ряды, то в преобразовании $f(x) = g(x)h(x)$, $x \in G$, скрыта некоторая формула суммирования. В данном докладе мы показываем, что преобразования типа Эйлера–Пфаффа основаны на формулах суммирования для конечных гипергеометрических функций. Обсуждаются также обобщения известной формулы суммирования Карлсона-Минтона.

Работа выполнена в Дальневосточном центре математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение №075-02-2024-1440 от 28 февраля 2024 года по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.