Минимальное число порождающих сопряженных инволюций, произведение которых равно 1, групп $PSp_4(q)$

Гвоздев Родион Игоревич
Сибирский федеральный университет
Соавторы: Нужин Я.Н., Петруть Т.С., Соколовская А.М.
Секция: Алгебра

В работе G. Malle, J. Saxl, T. Weigel. Generation of classical groups, Geom. Dedicata, 1994 записана следующая проблема. Для каждой конечной простой неабелевой группы G найти $n_c(G)$ — минимальное число порождающих сопряженных инволюций, произведение которых равно 1 (см. также вопрос 14.69в) в коуровской тетради). К настоящему времени вопрос решен для спорадических, знакопеременных групп и групп $PSL_n(q)$, q нечетно, исключая случай $n = 6$ и $q \equiv 3(mod 4)$.

Если G — конечная простая неабелева группа, то $n_c(G) \geq 5$, а если она еще и порождается тремя инволюциями α, β, γ, первые две из которых перестановочны и все четыре инволюции α, β, γ и $\alpha\beta$ сопряжены, то $n_c(G) = 5$. Доказана

Теорема. *Группа $PSp_4(q)$ тогда и только тогда порождается тремя инволюциями α, β, γ, первые две из которых перестановочны и все четыре инволюции α, β, γ и $\alpha\beta$ сопряжены, когда $q \neq 2, 3$.*

Следствие. *1) $n_c(PSp_4(q)) = 5$, при $q \neq 2, 3$;*
2) $n_c(PSp_4(3)) = 6$;
3) $n_c(PSp_4(2)) = 10$.