О некоторых вопросах цепных дробей с рациональными неполными частными с левым сдвигом

Дмитрий Александрович Долгов
ИВМиИТ КФУ
Dolgov.kfu@gmail.com
Секция: Теория чисел и дискретная математика

Цепные дроби с рациональными неполными частными с левым сдвигом получаются при помощи обобщенного алгоритма Соренсона вычисления НОД двух натуральных чисел. Один из вариантов таких дробей выглядит следующим образом:

$$\frac{y_0}{x_0}{k_0}^{e_0} + \frac{\delta_0}{\left(\frac{x_0 y_1}{x_1}{k_1}^{e_1} + \frac{\delta_1}{\left(\ddots + \frac{y_n {k_n}^{e_n} \prod\limits_{\substack{i<n,\\ i\not\equiv n \mod 2}} x_i}{x_n \prod\limits_{\substack{j<n,\\ j\equiv n \mod 2}} x_j}\right)}\right)},$$

где величина δ_i равняется либо 1, либо -1 в зависимости от знака линейной комбинации входных чисел в алгоритме Соренсона, x_i, y_i – ненулевые целые числа, а k_i – элементы заранее зафиксированной последовательности $\mathbb{K}$ (см. [1, 2]).

Многие классические результаты теории цепных дробей в данном случае не будут наблюдаться. Во-первых, разложение в такую дробь может быть неоднозначно. Во-вторых, рассматривая бесконечные цепные дроби, в общем случае ничего нельзя сказать о монотонности последовательности подходящих дробей (аналогично и континуантов таких дробей). Из этого можно заключить, что приближение иррациональных чисел при помощи таких дробей в общем случае может не выполняться. В докладе предполагается обсудить эти вопросы, представить условия при которых для данного класса дробей представленные задачи будут эффективно решаться.

[1] J. Sorenson, *Two Fast GCD Algorithms*, J. of Algorithms, vol. 16, no. 1 (1994), 110-144.

[2] D. A. Dolgov, *On the continued fraction with rational partial quotients*, Chebyshevskii Sbornik, (2024).