Точная оценка приближения оператором Саса–Миракьяна через второй модуль непрерывности

Ихсанов Лев Назарович
Санкт-Петербургский государственный университет
lv.ikhs@gmail.com

Соавторы: вещественный и функциональный анализ

Секция:

Оператором Саса–Миракьяна называется оператор $M_n f(x) = e^{-nx} \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(nx)^k}{k!} f\left(\frac{k}{n}\right)$.

Этот классический положительный оператор, впервые рассмотренный Сасом в работе 1950 года (в работе Миракьяна 1941-го рассматриваются соответствующие частичные суммы), интерпретируется как математическое ожидание случайной величины $f\left(\frac{\xi}{n}\right)$, где ξ – случайная величина, имеющая распределение Пуассона с параметром nx. В силу этой интерпретации, а также совпадения многих аппроксимационных свойств, он часто называется аналогом оператора Бернштейна на полуоси (оператор Бернштейна ассоциируется с биномиальным распределением). Применяется в статистических моделях, численном решении интегральных уравнений и других задачах.

Нас будет интересовать оценка приближения $|M_n f(x) - f(x)|$, где $x > 0$, в терминах конструктивных свойств функции f. Лучшая известная ранее оценка была получена Палтаней (1988):

$$|M_n f(x) - f(x)| \le \frac{5}{2}\omega_2\left(f, \sqrt{\frac{x}{n}}\right).$$

Основной результат нашей работы представляет собой оценка

$$|M_n f(x) - f(x)| \le \omega_2\left(f, 4\max\left\{\frac{1}{n}, \sqrt{\frac{x}{n}}\right\}\right).$$

Речь в докладе пойдёт о свойствах оператора Саса–Миракьяна, точности основного результата, а так же о методе, использованном в исследовании.