

О классе устойчивой изотопической связности градиентно-подобных диффеоморфизмов двумерного тора

Ноздринова Елена Вячеславовна

НИУ Высшая Школа Экономики, Международная лаборатория динамических систем и приложений

maati@mail.ru

Соавторы: Починка Ольга Витальевна

Секция: Дифференциальные уравнения и динамические системы

В докладе речь пойдет о замкнутых связных ориентируемых поверхностях M^2 и сохраняющих ориентацию гомеоморфизмах или диффеоморфизмах, заданных на них. Диффеотопность диффеоморфизмов $f_0, f_1 : M^2 \rightarrow M^2$ означает существование некоторой гладкой дуги $\{f_t : M^2 \rightarrow M^2, t \in [0, 1]\}$, соединяющей их в пространстве диффеоморфизмов. Если диффеотопные диффеоморфизмы являются *структурно устойчивыми* (качественно не меняющими своих свойств при малых шевелениях), то естественно ожидать существования *устойчивой дуги* (качественно не меняющей своих свойств при малых шевелениях) их соединяющей. В этом случае, следуя Ш. Ньюхаусу, Дж. Палису, Ф. Такенсу [1], говорят, что диффеоморфизмы $f_0, f_1 : M^2 \rightarrow M^2$ *устойчиво изотопны* или принадлежат одному и тому же классу *устойчивой изотопической связности*.

Простейшими структурно устойчивыми диффеоморфизмами поверхностей являются *градиентно-подобные* преобразования, имеющие конечное гиперболическое неблуждающее множество, инвариантные многообразия различных седловых точек которого не пересекаются. Однако, даже градиентно-подобные диффеоморфизмы 2-сферы, которые всегда диффеотопны, в общем случае не являются устойчиво изотопными. Для таких диффеоморфизмов полная классификация, с точностью до устойчивой изотопности, получена Е. Ноздриновой и О. Починкой [2] (см., также обзор [3] по известным на сегодняшний день препятствиям к существованию устойчивых дуг между диффеоморфизмами многообразий). Препятствием к существованию устойчивой дуги между диффеоморфизмами 2-сферы является различие в их периодических данных, что впервые было замечено П. Бланшаром [4].

Хорошо известно, что диффеоморфизмы 2-тора диффеотопны тогда и только тогда, когда индуцированный ими изоморфизм фундаментальной группы задается одной

и той же матрицей $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in Sl(2, \mathbb{Z})$, то есть A — целочисленная квадратная матрица

второго порядка с определителем, равным 1. Устойчивая связность изотопных тождественному диффеоморфизмов исследована в работе [5], где показано, что диффеоморфизмы, имеющие одинаковые периодические данные могут не соединяться устойчивой дугой из-за разности гомотопических типов кривых, составленных из инвариантных многообразий седловых точек.

В настоящей работе рассмотрен класс G градиентно-подобных диффеоморфизмов 2-тора, индуцирующих изоморфизм фундаментальной группы, определяемый матри-

$$\text{цей } \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Основным результатом, представленным в докладе является доказательство теоремы, что для любых диффеоморфизмов класса G существует соединяющая их устойчивая дуга.

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

- [1] S. Newhouse, J. Palis, F. Takens, *Bifurcations and stability of families of diffeomorphisms*, Publications mathematiques de l' I.H.E.S, 57 (1983), 5–71.
- [2] E. Nozdrinova, O. Pochinka, *Solution of the 33rd Palis-Pugh problem for gradient-like diffeomorphisms of a two-dimensional sphere*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, 41:3 (2021), 1101–1131.
- [3] T. Medvedev, E. Nozdrinova, O. Pochinka, *Components of Stable Isotopy Connectedness of Morse – Smale Diffeomorphisms*, Regular and Chaotic Dynamics, 27:1 (2022), 77–97.
- [4] P. R. Blanchard, *Invariants of the NPT isotopy classes of Morse-Smale diffeomorphisms of surfaces*, Duke Mathematical Journal, 47:1 (1980), 33–46.
- [5] Д. А. Баранов, Е. В. Ноздринова, О. В. Починка, *Сценарий устойчивого перехода от изотопного тождественному диффеоморфизма тора к косому произведению грубых преобразований окружности*, Уфимский математический журнал, 16:1 (2024), 11–23.