Marcos Cerdán Amat 20518142-A

Ejercicio 2

- Para este ejercicio, el tamaño del problema será n
- No presenta caso mejor/peor, puesto que siempre hará las mismas iteraciones para una misma instancia

Relación de recurrencia:

$$f(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ \underbrace{n^2}_{\text{pasos que hace el programa no recursivos. En este caso es } n^2 \text{ por los 2 bucles for.}} + \underbrace{4}_{\text{la llamada recursiva se hace un total de 4 veces}} \cdot f(n/2) & n > 1 \end{cases}$$

$f(n) = n^2 + 4 \cdot f(n/2) \longrightarrow$ hacemos la siguiente iteración, es decir, volveremos a escribir $f(n)$ según vaya evolucionando n, en este caso iremos diviendo n entre 2,

por tanto:

$$f(n) = n^2 + \underline{4 f(n/2)} = n^2 + 4\left[(n/2)^2 + 4 f(n/4)\right] = n^2 + \frac{\cancel{4} n^2}{\cancel{4}} + \underline{4^2 f(n/4)} =$$

$$n^2 + n^2 + \underline{4^2 f(n/4)} = n^2 + n^2 + 4^2 \cdot \left[(n/4)^2 + 4 f(n/8)\right] = n^2 + n^2 + \frac{\cancel{4^2} n^2}{\cancel{4^2}} + \underline{4^3 f(n/8)} =$$

$n^2 + n^2 + n^2 + \underline{4^3 f(n/2^3)}$ ⇒ ya tenemos un patrón encontrado

$$= i n^2 + 4^i \underbrace{f(n/2^i)}_{\text{igualamos esto al caso base}} \Rightarrow \frac{n}{2^i} = 1 \Rightarrow n = 2^i \Rightarrow \log_2 n = \log_2 2^i$$

$$\Rightarrow i = \log_2(n)$$

$$f(n) = \log_2(n) \cdot n^2 + 4^{\log_2(n)} \cdot 1.$$

$$4^{\log_2(n)} = (2^2)^{\log_2(n)} = \left(2^{\log_2(n)}\right)^2 = n^2$$

$$\boxed{f(n) = \left(\log_2(n) \cdot n^2\right) + n^2}$$

Scanned by TapScanner