

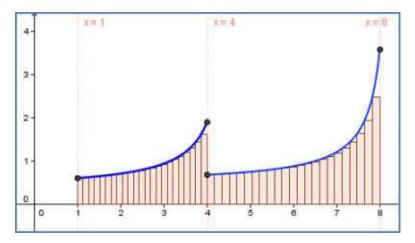
TEMA Integración de funciones de una variable

Condiciones de integrabilidad

Presentaremos aquí qué basta que cumpla una función para que sea integrable, es decir, las condiciones suficientes de integrabilidad de una función.

• Según la continuidad

- Toda función continua en un intervalo cerrado es integrable en ese intervalo.
- Si una función es continua en un intervalo cerrado salvo en un número finito de puntos de discontinuidad y es acotada en ese intervalo, entonces es integrable en él.



En consecuencia, son integrables los polinomios, las funciones seno, coseno y las funciones racionales siempre que el denominador no se anule en ningún punto del intervalo de integración.

• Según la monotonía

- Toda función monótona en un intervalo cerrado es integrable en ese intervalo.
- Si una función es acotada en un intervalo que pueda descomponerse en un número finito de subintervalos en los que la función sea monótona, entonces la función es integrable en ese intervalo.

Si la función permanece acotada, no importa lo que ocurra en un número finito de puntos del intervalo, de cara a la integrabilidad y al valor de la integral. Si la función es acotada en el intervalo cerrado, basta que sea continua salvo en un número finito de puntos de salto o que sea monótona a trozos, para que se pueda hacer la integral.

Cuestión: Si dos funciones f(x) y g(x) integrables en [a,b] son iguales salvo sobre 20 puntos del intervalo ¿tienen la misma integral? ¿Y si difieren en 10^{10} puntos del intervalo?