



MEKATRONİK BÖLÜMÜ
BİLGİSAYARLI KONTROL SİSTEMLERİ

Ders Kodu:	MKT2002		Tarih:	10.06.2025
Sınav Türü:	Bütünleme Sınav		Saat:	10:00
Dönemi:	2024-2025		Süre:	90dk

Soru:	1	2	3	Toplam
Puan:	35	35	30	100
Not:	35	35	30	100

Uyarı:

- Soruları dikkatlice okuyunuz. Hesap makinesi kullanılabilir.
- Defter, kitap ve notlar açık bir sınavdır.
- İşlemleri atlamadan ve ayrıntılı olarak veriniz. Sadece nümerik yanıtlar veya çizimler ara işlemler olmadan kabul edilmemektedir.
- Yuvarlamalar 2 hane yapılacaktır. $1.99456 \approx 1.99$ olarak alınacaktır.

S1. (35p) Örnekleme zamanı $T = 1$ s olan birinci dereceden bir sistem

$$G(z) = \frac{1}{z + 1} \quad (1)$$

olarak verilmiştir. $t_s = 2$ s ve aşım %16.3 olacak şekilde bir ayrık PD kontrolör tasarlayınız. Aşım isterinden hareketle

$$\begin{aligned} \zeta &= -\frac{\log_e(0.163)}{\sqrt{\pi^2 + \log_e(0.163)^2}} \\ &= 0.5 \end{aligned} \quad (2)$$

ve yerleşme zamanından hareketle ise

$$\begin{aligned} w_n &= \frac{4}{t_s \zeta} \\ w_n &= \frac{4}{2 \cdot 0.5} \\ w_n &= 4 \end{aligned} \quad (3)$$

elde edilir. S tanım bölgesinde kutuplar

$$\begin{aligned} s &= -\zeta w_n + \sqrt{1 - \zeta^2} w_n \\ s &= -2 \pm \sqrt{3}i \\ s &= -2 \pm 3.46i \end{aligned} \quad (4)$$

olarak hesaplanır. Z tanım bölgesine geçilince

$$\begin{aligned} z &= e^s \\ &= e^{-2 \pm 3.46i} \\ &= e^{-2} / 3.46 \\ &= e^{-2} / 198.24^\circ \\ &= -0.13 \pm 0.04i \end{aligned} \quad (5)$$

elde edilir. Kapalı çevrim için aday polinom

$$p(z) = z^2 + 0.26z + 0.02 \quad (6)$$

şeklindedir. PD kontrolör

$$F(z) = \frac{k_d z + k_p}{z} \quad (7)$$

olmak üzere kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{\frac{k_d z + k_p}{z} \frac{1}{z+1}}{1 + \frac{k_d z + k_p}{z} \frac{1}{z+1}} \\ &= \frac{k_d z + k_p}{z^2 + z + k_d z + k_p} \\ &= \frac{k_d z + k_p}{z^2 + (1 + k_d)z + k_p} \end{aligned} \quad (8)$$

şeklindedir. Bu durumda tasarım problemi

$$\begin{aligned} 0.26 &= 1 + k_d \\ 0.02 &= k_p \end{aligned} \quad (9)$$

ve çözüm $k_d = -0.74$ ve $k_p = 0.02$ olarak elde edilir. Sonuç olarak PD kontrolör

$$F(z) = \frac{-0.74z + 0.02}{z} = \frac{-0.74(z - 0.02)}{z} \quad (10)$$

olarak hesaplanır.

S2. (35p) Ayrık bir durum uzayı

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

olarak verilmiştir. Durum geri besleme kontrolörü için amaçlanan kapalı çevrim karakteristikleri

$$p(z) = z^2 + 0.5z + 0.25 \quad (12)$$

ile ifade edilmektedir. Durum geri beleme kontrolörünü elde ediniz.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Φ parametresi

$$\begin{aligned} \Phi &= [B \ AB] \\ \Phi &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0.4 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Tersi için ise

$$\det(\Phi) = 0 \quad (14)$$

elde edildiğinden matrisin tersi alınamamaktadır. Bu sebeple istenen kontrolörü tasarlamak mümkün değildir. Örnek bir kontrolör

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

seçilmesi durumunda

$$\text{eig}(A + BK) = \begin{bmatrix} 1.4 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (16)$$

elde edilmektedir. Görüldüğü üzere 0.5 kutbu hareket ettirilememektedir.

S3. (30p) S tanım bölgesinde verilen

$$\frac{6}{(s+2)(s+8)} \quad (17)$$

ifadeyi z tanım bölgesine dönüştürünüz. Verilen ifadeden

$$\begin{aligned} \frac{6}{(s+2)(s+8)} &= \frac{A}{s+2} + \frac{A}{s+8} \\ As + 8A + Bs + 2B &= 6 \end{aligned} \quad (18)$$

ve dolayısıyla

$$\begin{aligned} A + B &= 0 \\ 8A + 2B &= 6 \end{aligned} \quad (19)$$

elde edilir. Çözüm $A = 1$ ve $B = -1$ olmak üzere

$$\frac{6}{(s+2)(s+8)} = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+8} \quad (20)$$

ifadesi yazılır. Z tanım bölgesinde ifade

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+8} \right\} &= \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s+2} \right\} - \mathcal{Z} \left\{ \frac{1}{s+8} \right\} \\ &= \frac{z}{z - e^{-2}} - \frac{z}{z - e^{-8}} \\ &= \frac{0.14z}{z^2 - 0.14z} \\ &= \frac{0.14}{z - 0.14} \end{aligned} \quad (21)$$

şeklindedir.