Bölüm 12

Z Tanım Bölgesinde Durum Geri Besleme Kontrolörü

Durum uzay modeli

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \tag{12.1}$$

olmak üzere

$$u(k-1) = Kx(k-1) \tag{12.2}$$

kontrolörüne **Durum Geri Besleme** kontrolörü adı verilmektedir. Dikkat edilirse bu kontrol kuralı

$$\begin{aligned}
u(k-1) &= Kx(k-1) \\
u(k-1) &= \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \cdots & k_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k-1) \\ x_2(k-1) \\ \vdots \\ x_n(k-1) \end{bmatrix} \\
u(k-1) &= k_1 x_1(k-1) + k_2 x_2(k-1) + \cdots + k_n x_n(k-1)
\end{aligned} \tag{12.3}$$

olarak yazılabilir. Bu kontrolör ile kapalı çevrim durum uzay modeli

$$\begin{aligned}
x(k) &= Ax(k-1) + Bu(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
x(k) &= Ax(k-1) + BKx(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
x(k) &= (A+BK)x(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1)
\end{aligned} \tag{12.4}$$

olarak elde edilir. Kapalı çevrim modelin z tanım bölgesi ifadesi

$$\begin{aligned}
x(k) &= (A+BK)x(k-1) + Br(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
z^1 x(k-1) &= (A+BK)x(k-1) + Br(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
(zI-(A+BK))x(k-1) &= Br(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
x(k-1) &= (zI-(A+BK))^{-1}Br(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \\
y(k-1) &= C(zI-(A+BK))^{-1}Br(k-1) \\
\frac{y(k-1)}{r(k-1)} &= C(zI-(A+BK))^{-1}B
\end{aligned} \tag{12.5}$$

şeklindedir ve karakteristik polinom

$$p_c(z) = det(zI-(A+BK)) \tag{12.6}$$

ile hesaplanır. Bu polinom için kutuplar seçilirken K kontrolör matrisi hesaplanır. Bu işlem için

$$K = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}^{-1} p_d(A) \tag{12.7}$$

burada $p_d(z)$ atanmak istenen polinom olmak üzere formülü kullanılabilir.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ -0.1 & 0.95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k-1] \\ x_2[k-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u[k-1] \\
y[k-1] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k-1] \\ x_2[k-1] \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{12.8}$$

ile verilen sistem için yerleşme zamanı $t_s = 1,\ s$ ve aşım %10 olacak şekilde bir durum geri besleme kontrolörü tasarlansın. Aday karakteristik polinom

$$\begin{aligned}
p_d(s) &= s^2 + 8s + 45.7844 \\
&= (s + 4 + 5.4575i)(s + 4 - 5.4575i)
\end{aligned} \tag{12.9}$$

şeklindedir ve z tanım Bölgesinde

$$\begin{aligned}
p_d(z) &= (z - 0.57295 - 0.34794i)(z - 0.57295 + 0.34794i) \\
&= z^2 - 1.146z + 0.4493
\end{aligned} \tag{12.10}$$

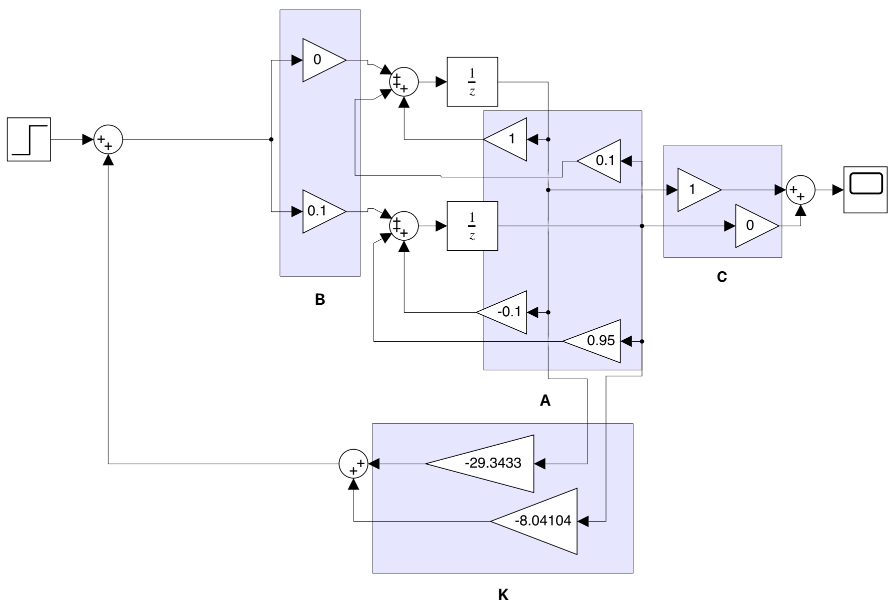
şeklindedir. $p_d(A)$ terimi

$$\begin{aligned}
p_d(A) &= z^2 - 1.146z + 0.4493\Big|_{z=A} \\
&= A \cdot A - 1.146A + 0.4493I \\
&= \begin{bmatrix} 0.99 & 0.195 \\ -0.195 & 0.8925 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.146 & 0.1146 \\ -0.1146 & 1.0887 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4493 & 0 \\ 0 & 0.4493 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.2934 & 0.0804 \\ -0.0804 & 0.2532 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{12.11}$$

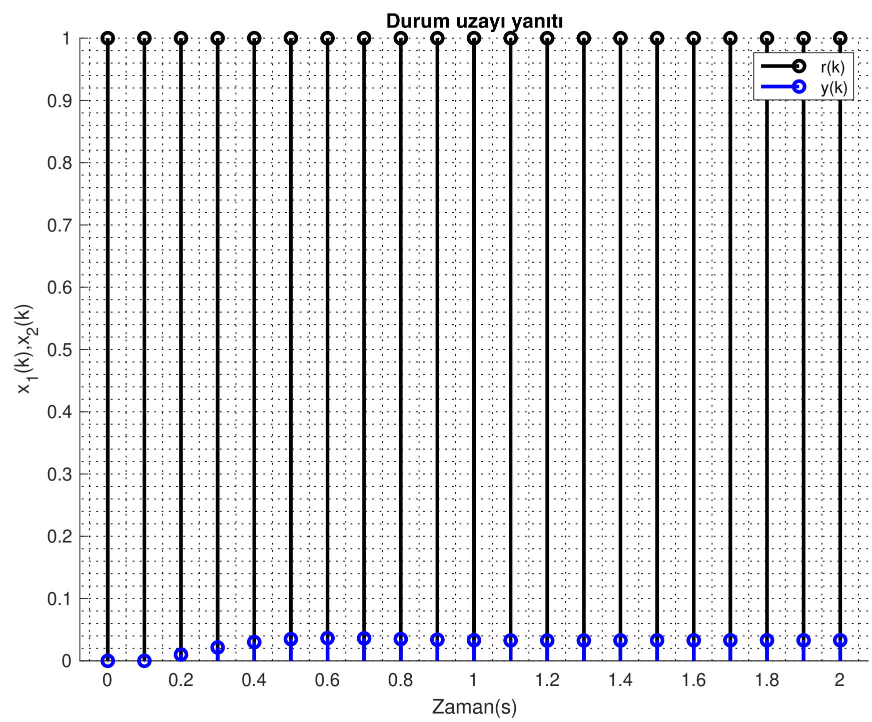
olarak hesaplanır ve geri besleme kontrolörü

$$\begin{aligned}
K &= -\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0.0100 \\ 0.1 & 0.0950 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0.2934 & 0.0804 \\ -0.0804 & 0.2532 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -29.3433 & -8.04104 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{12.12}$$

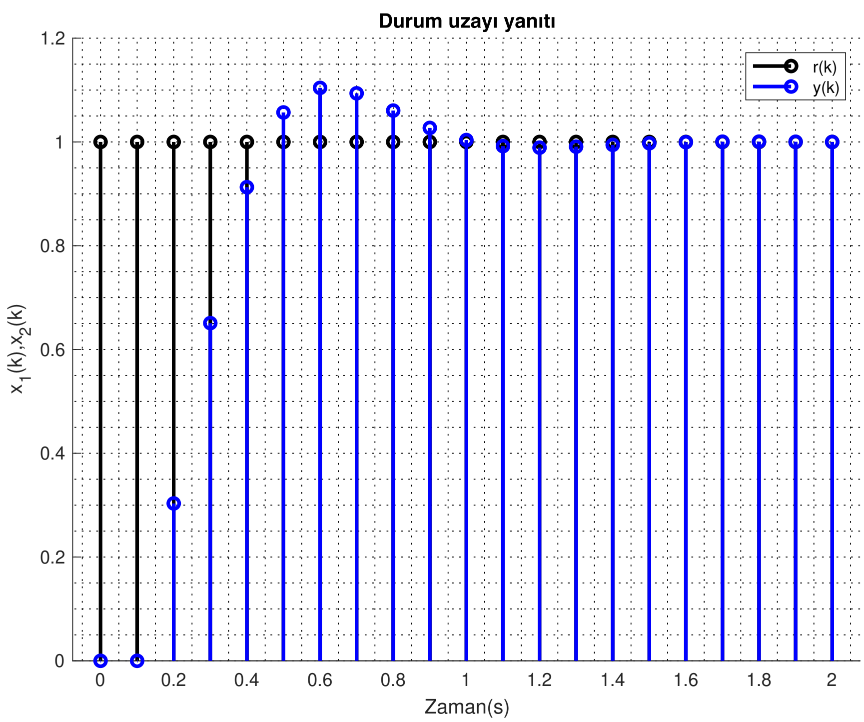
olarak elde edilir. Durum uzayı modeli ve geri besleme kontrolörü ile birlikte Şekil 12.1 ile gösterilmiştir.



Şekil 12.1: Yay-kütle-damper sistemine ait ayrık durum uzay modeli ve geri besleme kontrolörü



Şekil 12.2: Yay-kütle-damper sistemine ait ayrık durum uzay modeli ve geri besleme kontrolörü basamak yanıtı



Şekil 12.3: Yay-kütle-damper sistemine ait ayrık durum uzay modeli ve geri besleme kontrolörü ön filtreli basamak yanıtı