



MEKATRONİK BÖLÜMÜ
BİLGİSAYARLI KONTROL SİSTEMLERİ

Ders Kodu:	MKT2002		Tarih:	07.03.2025
Sınav Türü:	Ödev 0		Bitiş:	14.03.2025
Dönemi:	2024-2025		Süre:	1 Hafta

	Toplam
Puan:	100
Not:	110

Uyarı:

- Soruları dikkatlice okuyunuz. Hesap makinesi kullanılabilir.
- İşlemleri atlamadan ve ayrıntılı olarak veriniz. Sadece nümerik yanıtlar veya çizimler ara işlemler olmadan kabul edilmemektedir.

Soru: Bir su kaynatıcısına ait transfer fonksiyonu

$$G(s) = \frac{5}{s + 0.05} \left(\frac{^{\circ}C}{A} \right) \quad (1)$$

olarak verilmiştir. Bu sistemin girişi Amper (A) birimi ile akım ve çıkışı santigrad derece ($^{\circ}C$) birimi ile sıcaklıktır. Örneklem süresi $T = 0.1$ olmak üzere sistem modelini ZOH yöntemini kullanarak z tanım bölgesinde elde ediniz ($G(z) = ?$).

$$G(z) = \mathcal{Z} \left\{ \frac{5}{s + 0.05} \frac{1 - e^{-0.1s}}{s} \right\} \quad (2)$$

$$= \left(\frac{z-1}{z} \right) \mathcal{Z} \left\{ \frac{5}{s^2 + 0.05s} \right\}$$

elde edilir. Gerekli parçalama

$$\frac{5}{s^2 + 0.05s} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 0.05} \quad (3)$$

$$As + 0.05A + Bs = 5$$

$$(A + B)s + 0.05A = 5$$

ve dolayısıyla,

$$\begin{aligned} A + B &= 0 \\ 0.05A &= 5 \end{aligned} \quad (4)$$

ile $A = 100$ ve $B = -100$ olarak hesaplanır. Bu durumda,

$$\frac{5}{s^2 + 0.05s} = \frac{100}{s} - \frac{100}{s + 0.05} \quad (5)$$

ile

$$\mathcal{Z} \left\{ \frac{100}{s} - \frac{100}{s + 0.05} \right\} = 100 \frac{z}{z-1} - 100 \frac{z}{z - e^{-0.05}} \quad (6)$$

Bu durumda,

$$\begin{aligned} G(z) &= \left(\frac{z-1}{z} \right) \mathcal{Z} \left\{ \frac{5}{s^2 + 0.05s} \right\} \\ &= \frac{z-1}{z} \left(100 \frac{z}{z-1} - 100 \frac{z}{z - e^{-0.05}} \right) \\ &= 100 \frac{z-1}{z} \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-0.05}} \right) \\ &= 100 \left(1 - \frac{z-1}{z - e^{-0.05}} \right) \\ &= 100 \frac{1 - e^{-0.05}}{z - e^{-0.05}} \\ &= \frac{5}{z - 0.95} \end{aligned} \quad (7)$$

Son olarak,

$$\begin{aligned}G(z) &= \frac{5}{z - 0.95} \\G(z^{-1}) &= \frac{5z^{-1}}{1 - 0.95z^{-1}} \\ \frac{x}{u} &= \frac{5z^{-1}}{1 - 0.95z^{-1}} \quad (8) \\ (1 - 0.95z^{-1})x &= 5z^{-1}u \\ x[i] - 0.95x[i - 1] &= 5u[i - 1] \\ x[i] &= 0.95x[i - 1] + 5u[i - 1]\end{aligned}$$

Extra: $G(s)$ ve $G(z)$ modellerinin basamak yanıtı ($u(t) = 1$) karşılaştırmız. ($G(s)$ için plot, $G(z)$ için stem kullanınız)