



**MEKATRONİK BÖLÜMÜ**  
**BİLGİSAYARLI KONTROL SİSTEMLERİ**

Ders Kodu:	MKT2002		Tarih:	
Sınav Türü:	Finale Hazırlık			
Dönemi:	2024-2025			

**Soru:** Bir açık çevrim transfer fonksiyon modeli

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

olarak verilmiştir. Kapalı çevrim için yerleşme zamanı  $t_s = 1$  s ve aşım %10 isterleri verilmiştir.  
Aşım isteri ile

$$\begin{aligned}\zeta &= -\frac{\log(os)}{\sqrt{\pi^2 + \log os^2}} \\ &= 0.591\end{aligned}\quad (1)$$

ve yerleşme zamanı isteri ile

$$\begin{aligned}\omega_n &= \frac{4}{\zeta t_s} \\ &= 6.7659\end{aligned}\quad (2)$$

elde edilir. İsterleri sağlayacak polinom

$$\begin{aligned}p(s) &= s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \\ &= s^2 + 8s + 45.7844\end{aligned}\quad (3)$$

olarak önerilir.

a) P kontrolör tasarlayınız. P kontrolör

$$F(s) = k\quad (4)$$

olmak üzere kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\begin{aligned}T(s) &= \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} \\ &= \frac{k \frac{1}{s^2 + s + 1}}{1 + k \frac{1}{s^2 + s + 1}} \\ &= \frac{k}{s^2 + s + 1 + k}\end{aligned}\quad (5)$$

olarak elde edilmektedir. Tasarım için

$$\begin{aligned}1 &= 8 \\ 1 + k &= 45.7844\end{aligned}\quad (6)$$

eşitliği çözümlenmelidir. Görüldüğü üzere çözüm mevcut değildir. Sadece aşım için çözülmek istenirse,

$$\begin{aligned}p(s) &= s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \\ &= s^2 + 1.1824\omega_n s + \omega_n^2\end{aligned}\quad (7)$$

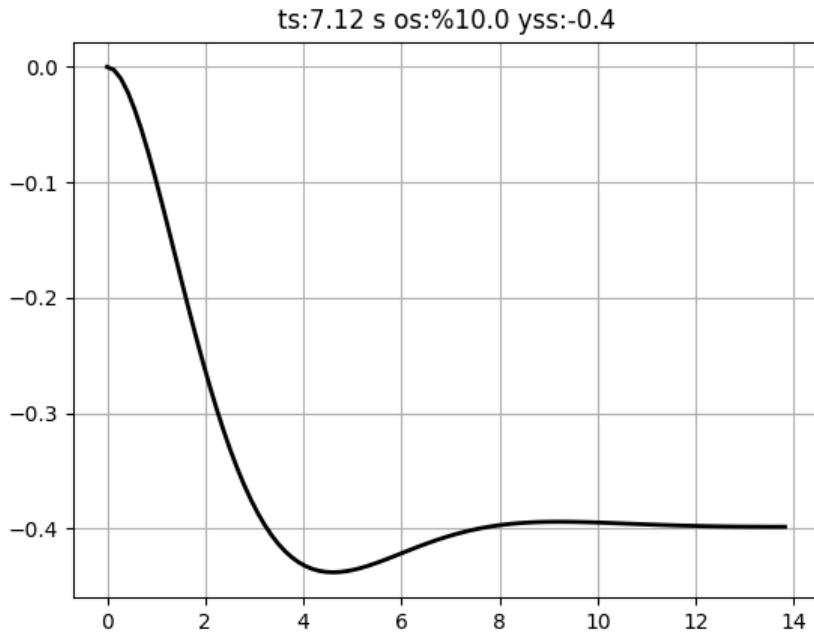
kullanılarak

$$\begin{aligned}1.1824\omega_n &= 8 \\ 1 + k &= \omega_n^2\end{aligned}\quad (8)$$

probleminin çözümü  $\omega_n = 0.8458$  ve  $k = -0.2846$  elde edilmektedir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{-0.2846}{s^2 + s + 0.7154}\quad (9)$$

olarak hesaplanmaktadır. Basamak yanıtı Şekil 1 ile gösterilmektedir.



Şekil 1: P kontrolör

b) PD kontrolör tasarlayınız. PD kontrolör

$$F(s) = k_d s + k_p \quad (10)$$

olmak üzere kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} \\ &= \frac{(k_d s + k_p) \frac{1}{s^2 + s + 1}}{1 + (k_d s + k_p) \frac{1}{s^2 + s + 1}} \\ &= \frac{(k_d s + k_p)}{s^2 + (k_d + 1)s + (k_p + 1)} \end{aligned} \quad (11)$$

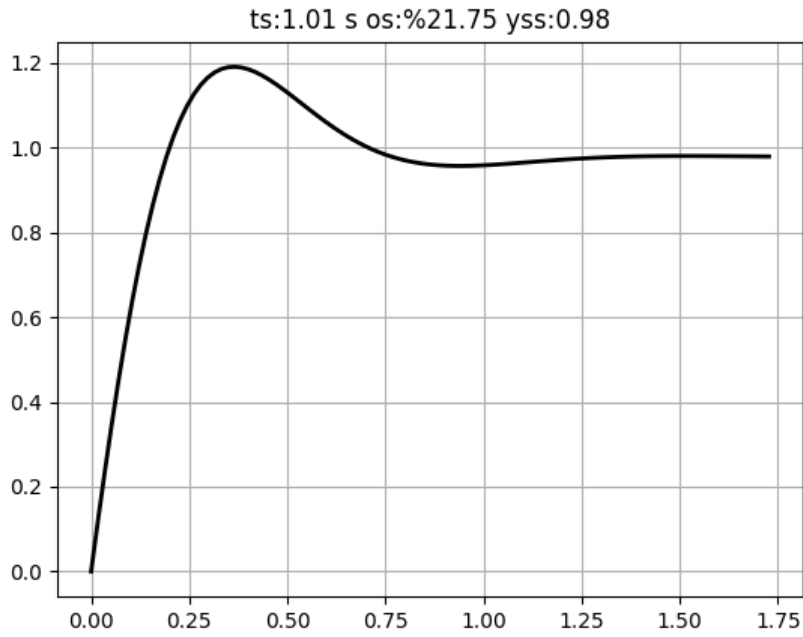
olarak elde edilmektedir. Tasarım için

$$\begin{aligned} k_d + 1 &= 8 \\ k_p + 1 &= 45.7844 \end{aligned} \quad (12)$$

eşitliğinin çözümü  $k_d = 7$  ve  $k_p = 44.7844$  elde edilmektedir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{7s + 44.78}{s^2 + 8s + 45.78} \quad (13)$$

olarak hesaplanmaktadır. Basamak yanıtı Şekil 2 ile gösterilmektedir.



Şekil 2: PD kontrolör

c) PI kontrolör tasarlayınız. PI kontrolör

$$F(s) = k_p + \frac{k_i}{s} \quad (14)$$

olmak üzere kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} \\ &= \frac{\frac{k_p s + k_i}{s} \frac{1}{s^2 + s + 1}}{1 + \frac{k_p s + k_i}{s} \frac{1}{s^2 + s + 1}} \\ &= \frac{k_p s + k_i}{s^3 + s^2 + (k_p + 1)s + k_i} \end{aligned} \quad (15)$$

olarak elde edilmektedir. 3. dereceden bir kapalı çevrim karakteristik polinom elde edilmesi sebebiyle isterleri sağlayacak polinom

$$\begin{aligned} p(s) &= (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p) \\ &= (s^2 + 8s + 45.7844)(s + p) \\ &= s(s^2 + 8s + 45.7844) + p(s^2 + 8s + 45.7844) \\ &= s^3 + 8s^2 + 45.7844s + ps^2 + 8ps + 45.7844p \\ &= s^3 + (p + 8)s^2 + (8p + 45.7844)s + 45.7844p \end{aligned} \quad (16)$$

kullanılmalıdır. Tasarım için problem

$$\begin{aligned} 1 &= p + 8 \\ k_p + 1 &= 8p + 45.7844 \\ k_i &= 45.7844p \end{aligned} \quad (17)$$

ve çözümü  $k_i = -320.49$ ,  $k_p = -11.21$ ,  $p = -7$  şeklinde elde edilmektedir.  $p$ 'nin negatif çıkması çözümün çalışmadığını göstermektedir.

d) PID kontrolör tasarlayınız. PID kontrolör

$$F(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \quad (18)$$

olmak üzere kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{F(s)G(s)}{1 + F(s)G(s)} \\ &= \frac{\frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \frac{1}{s^2 + s + 1}}{1 + \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \frac{1}{s^2 + s + 1}} \\ &= \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s^3 + (k_d + 1)s^2 + (k_p + 1)s + k_i} \end{aligned} \quad (19)$$

olarak elde edilmektedir. 3. dereceden bir kapalı çevrim karakteristik polinom elde edilmesi sebebiyle isterleri sağlayacak polinom

$$\begin{aligned} p(s) &= (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)(s + p) \\ &= (s^2 + 8s + 45.7844)(s + p) \\ &= s(s^2 + 8s + 45.7844) + p(s^2 + 8s + 45.7844) \\ &= s^3 + 8s^2 + 45.7844s + ps^2 + 8ps + 45.7844p \\ &= s^3 + (p + 8)s^2 + (8p + 45.7844)s + 45.7844p \end{aligned} \quad (20)$$

kullanılmalıdır. Tasarım için problem

$$\begin{aligned} k_d + 1 &= p + 8 \\ k_p + 1 &= 8p + 45.7844 \\ k_i &= 45.7844p \end{aligned} \quad (21)$$

olarak tanımlanmaktadır. 4 bilinmeyen 3 denklem için sonsuz farklı çözüm mevcuttur. Parametrik çözüm

$$\begin{aligned} k_d &= p + 7 \\ k_p &= 8p + 44.7844 \\ k_i &= 45.7844p \end{aligned} \quad (22)$$

olarak elde edilir ve  $p$  parametresi pozitif seçilebilir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{(p + 7)s^2 + (8p + 44.7844)s + 45.7844p}{s^3 + (p + 8)s^2 + (8p + 45.7844)s + 45.7844p} \quad (23)$$

olarak elde edilmektedir. İsterlerin sağlanması için seçilen kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{45.7844p}{s^3 + (p + 8)s^2 + (8p + 45.7844)s + 45.7844p} \quad (24)$$

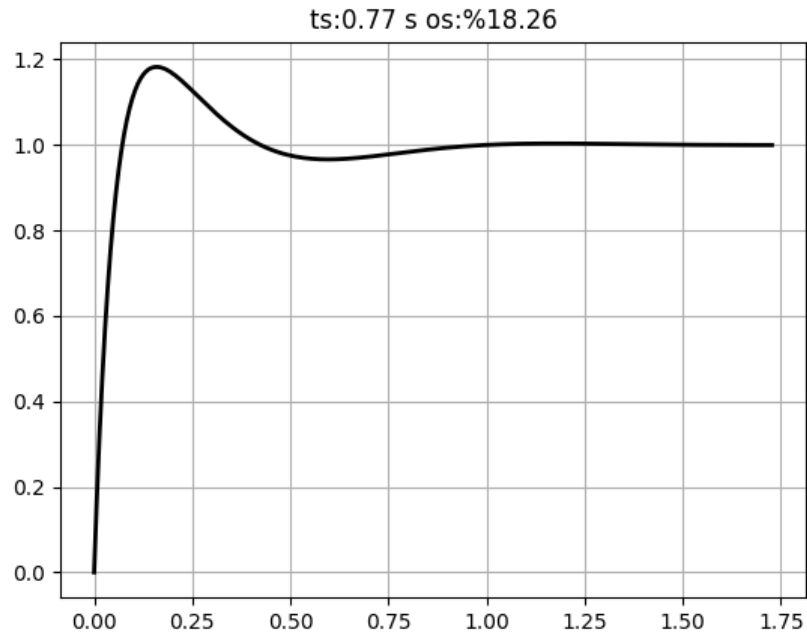
ve  $p \geq 5\zeta\omega_n$  olmalıdır. Fakat, pay ifadesi iki adet sıfır içermektedir ve bu sıfırların da 5 kat uzakta olması gerekmektedir. Hem 3. kutbu hem de sıfırları en uzağa yerleştirecek  $p$  değeri tarama yöntemi ile

$$\begin{aligned} p &= 19.9 \\ k_p &= 203.984 \\ k_d &= 26.9 \\ k_i &= 911.11 \end{aligned} \quad (25)$$

ve kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(s) = \frac{26.9s^2 + 204s + 911.1}{s^3 + 27.9s^2 + 205s + 911.1} \quad (26)$$

olarak hesaplanmıştır. Basamak yanıtı Şekil 3 ile gösterilmektedir.



Şekil 3: PID kontrolör