Bölüm 13

Z Tanım Bölgesinde Luenberger Gözleyicisi

Durum uzay modeli

$$x(k) = Ax(k-1) + Bu(k-1), \quad y(k-1) = Cx(k-1) \tag{13.1}$$

olmak üzere **Luenberger Gözleyicisi**

$$\hat{x}(k) = A\hat{x}(k-1) + Bu(k-1) + L(y(k-1) - \hat{y}(k-1)), \quad \hat{y}(k-1) = C\hat{x}(k-1) \tag{13.2}$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada sistem modelinin bir benzeri kullanılmaktadır, fakat ek bir terim olarak sistem çıkışı ve gözleyici çıkışı farkının L terimi ile çarpımı gözleyici durumlarına etki etmektedir. Bu etkinin seçilmesine gözleyici tasarımı denmektedir. Gözleyicinin amacı sistem durumlarını hesaplamaktır. Bu sebeple sistem durumları ve gözleyici durumları arasındaki fark, veya hata, $e(k)$ olmak üzere

$$e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \tag{13.3}$$

olarak tanımlanır. Hatanın değişimi ise $\Delta e(k)$ olmak üzere,

$$
\begin{aligned}
\Delta e(k) &= \Delta(x(k) - \hat{x}(k)) \\
&= \Delta x(k) - \Delta \hat{x}(k) \\
&= \frac{x(k) - x(k-1)}{T} - \frac{\hat{x}(k) - \hat{x}(k-1)}{T} \\
&= \frac{Ax(k-1) - x(k-1) - A\hat{x}(k-1) - L(y(k-1) - \hat{y}(k-1)) + \hat{x}(k-1)}{T} \\
&= \frac{Ae(k-1) - e(k-1) - LC(x(k-1) - \hat{x}(k-1))}{T} \\
&= \frac{Ae(k-1) - e(k-1) - LCe(k-1)}{T} \\
e(k) - e(k-1) &= (A - LC - I)e(k-1) \\
e(k) &= (A - LC)e(k-1)
\end{aligned}
\tag{13.4}
$$

elde edilir. Elde edilen sistemin kararlı kılınması durumunda

$$
\begin{aligned}
e(k) &\to 0 \\
x(k) - \hat{x}(k) &\to 0 \\
x(k) &\to \hat{x}(k)
\end{aligned}
\tag{13.5}
$$

olacağından, gözleyici çalışacaktır. Bunun için,

$$
p_c(s) = det(sI - (A - LC)) \tag{13.6}
$$

ile elde edilen polinomun kutuplarının kararlı olacak şekilde seçilmesi gerekmektedir. Gözleyici katsayısı L

$$
L = p_d(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{13.7}
$$

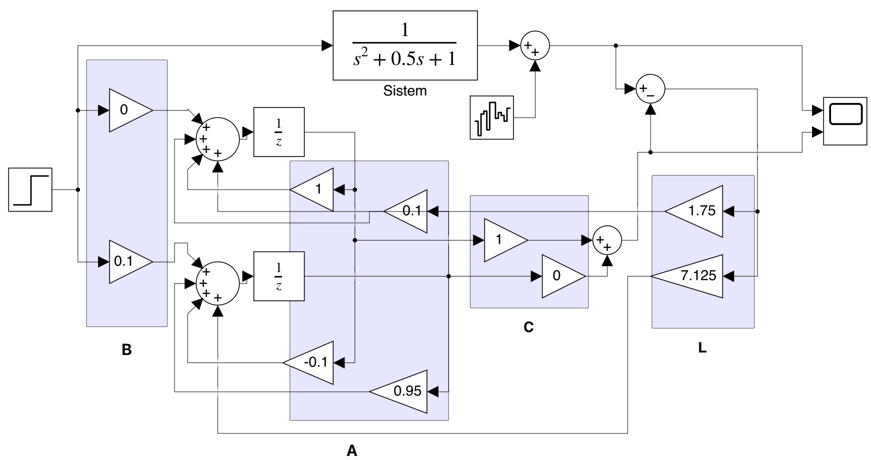
ile seçilebilmektedir. Örnek olarak

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ -0.1 & 0.95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k-1] \\ x_2[k-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} u[k-1] \\
y[k-1] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k-1] \\ x_2[k-1] \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{13.8}
$$

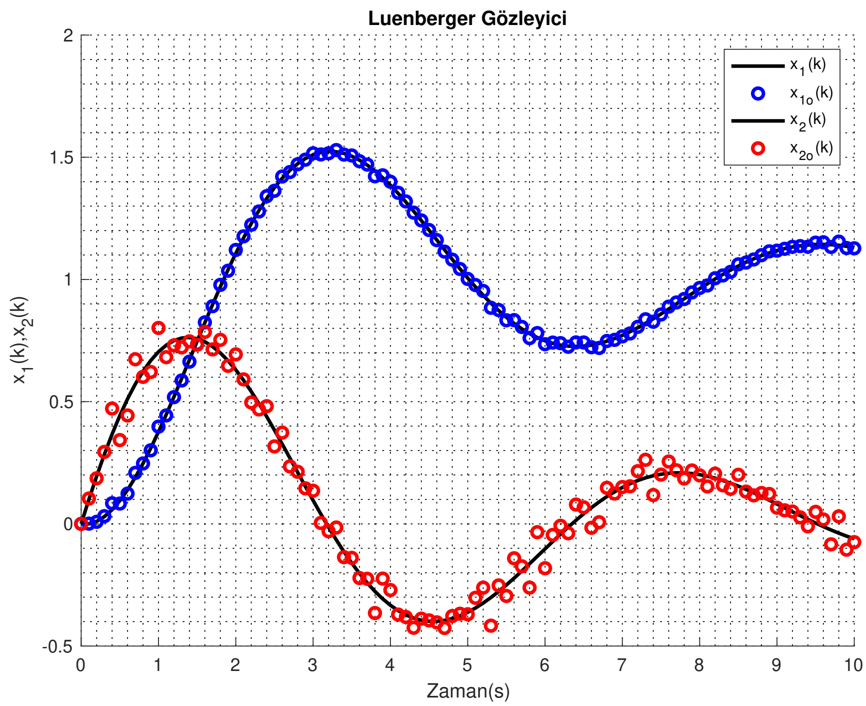
ile verilen sistem için gözleyici katsayısı

$$
\begin{aligned}
L &= p_d(A) \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1750 \\ -0.175 & 0.7125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1.75 \\ 7.125 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{13.9}
$$

olarak hesaplamaktır. Elde edilen Luenberger gözleyicisi Şekil 13.1 ile gösterilmektedir.



Şekil 13.1: Yay-kütle-damper sistemine ait gözleyici



Şekil 13.2: Yay-kütle-damper sistemine ait gözleyici yanıtı