

Bölüm 7

Z Tanım Bölgesinde P Kontrolör Tasarımı

1. Geçici hal yanıtını şekillendirecek isterler dikkate alınarak s tanım bölgesinde baskın kutuplar seçilir.
2. Baskın kutuplar $z = e^{sT}$ ilişkisi ile z tanım bölgesine aktarılır.
3. Kontrol edilecek sistem Z tanım bölgesine geçirilir.
4. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu elde edilir ve kutup atama yapılır.

Örnek sistem

$$G(s) = \frac{1}{s+2} \quad (7.1)$$

z tanım bölgesinde $T = 0.2$ olmak üzere

$$G(z) = \frac{0.1648}{z - 0.6703} \quad (7.2)$$

olarak elde edilmektedir. Yerleşme zamanı $t_s = 1$ ve aşım %10 isterleri verilmiştir. Bu durumda $\zeta = 0.591$ ve $w_n = 6.7664$ seçilir. Seçilen sönüm oranı ve doğal frekans ile baskın kutuplar

$$s_{1,2} = -4 \pm 5.4575i \quad (7.3)$$

şeklinde hesaplanır. $z = e^{sT}$ ifadesi ile z tanım bölgesinde kutuplar

$$z_{1,2} = 0.2072 \pm 0.3987i \quad (7.4)$$

ve kutuplardan oluşturulacak polinom

$$p(z) = z^2 - 0.4144z + 0.2019 \quad (7.5)$$

olarak hesaplanır. P tipi kontrolör ile kapalı çevrim transfer fonksiyonunun ifadesi

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{kG(z)}{1 + kG(z)} \\ &= \frac{k \frac{0.1648}{z-0.6703}}{1 + k \frac{0.1648}{z-0.6703}} \\ &= \frac{k(0.1648)}{z - 0.6703 + k(0.1648)} \\ &= \frac{0.1648k}{z + 0.1648k - 0.6703} \end{aligned} \quad (7.6)$$

şeklindedir. Görüldüğü üzere karakteristik polinom birinci dereceden elde edilmiştir ve her iki isterlerin sağlanması mümkün değildir. Yerleşme zamanı sağlanmak istenirse,

$$s = -\frac{4}{t_s} = -4 \quad (7.7)$$

ve z tanım bölgesinde

$$z = e^{sT} = e^{-0.8} = 0.4493 \quad (7.8)$$

elde edilir. Bu durumda P kontrolör

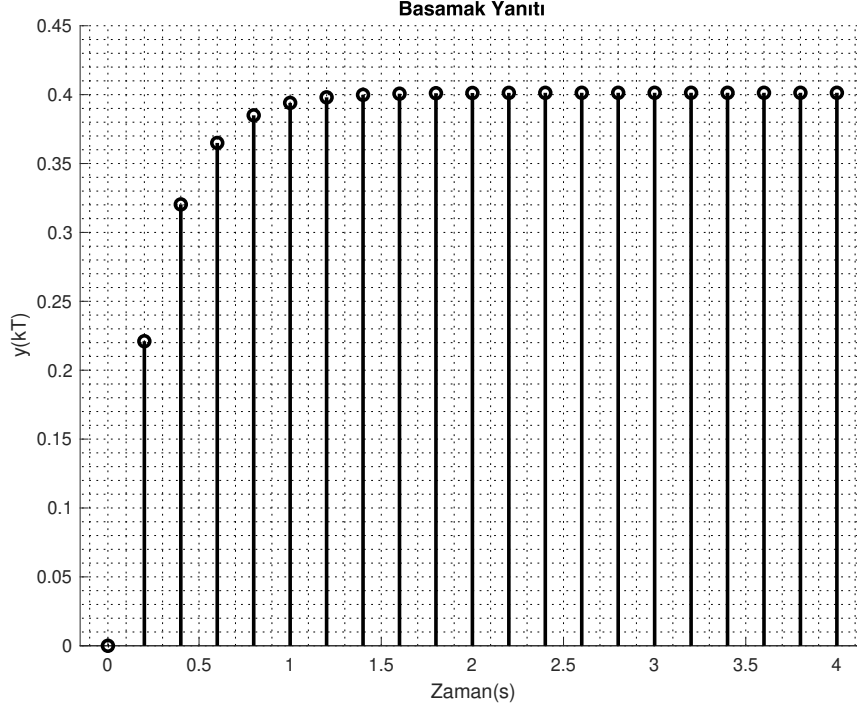
$$\begin{aligned} -0.1648k + 0.6703 &= 0.4493 \\ k &= 1.341 \end{aligned} \quad (7.9)$$

şeklindedir. Kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(z) = \frac{0.221}{z - 0.4493} \quad (7.10)$$

şeklindedir.

Tasarıma ait kök eğrisi Şekil 7.2 ile verilmiştir. Seçilen w_n değerine karşılık değişken ζ değeri için eğri gösterilmiştir ve belirli bir aşım karşılık düşen ζ değeri için tasarım noktası gösterilmiştir. Bu nokta yerleşme zamanı isteri ile elde edilen yarıçaplı çember üzerindedir. Dikkat edilirse tasarımda ζ parametresi kullanılamamıştır, çünkü kapalı çevrim karakteristik polinomunun derecesi yetersiz kalmıştır. Sadece yerleşme zamanını karşılayacak gerçel bir kutup seçilebilmektedir ve bu z tanım bölgesinde Şekil 7.2'deki kök eğrisinde gösterilen çembere karşılık düşmektedir.



Şekil 7.1: P kontrol için kapalı çevrim basamak yanıtı ($k = 1.341$)

Tasarlanan P kontrolörün Kapalı çevrim transfer fonksiyonuna ait basamak yanıtı Şekil 7.1 ile verilmiştir. Görüldüğü üzere aşım yapmayan fakat yerleşme zamanı isterini karşılayan bir yanıt elde edilmiştir. Ayrıca, tasarım giriş sinyalini belirli bir hata ile izlemektedir.

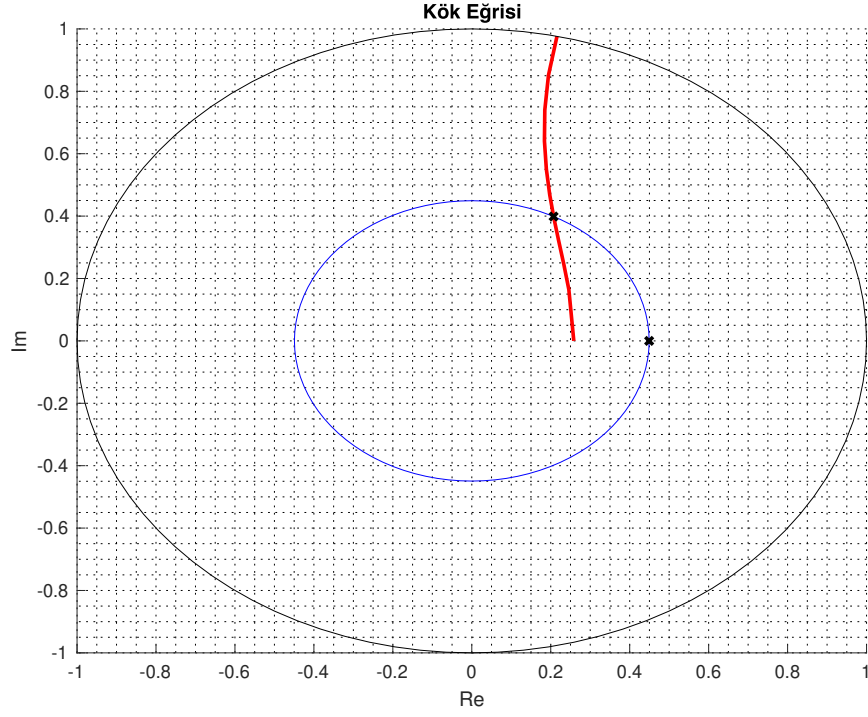
P kontrolör için bir diğer alternatif ise

$$\begin{aligned} -0.1648k + 0.6703 &= -0.4493 \\ k &= 6.7937 \end{aligned} \quad (7.11)$$

şeklindedir ve kapalı çevrim transfer fonksiyonu

$$T(z) = \frac{1.1199}{z + 0.4496} \quad (7.12)$$

şeklindedir. Basamak yanıtı Şekil 7.3'de verilmiştir.



Şekil 7.2: P kontrol için kök eğrisi

$z = -0.4496$ çözümü için s tanım bölgesine dönüşüm sonucu

$$\begin{aligned}
 z &= e^{0.2s} \\
 s &= \frac{\log z}{0.2} \\
 s &= 5 \log(-0.4496) \\
 s &= -3.9970 + 15.7080i
 \end{aligned} \tag{7.13}$$

elde edilir. Sönüm oranı ζ

$$\begin{aligned}
 \theta &= \tan^{-1} \left(\frac{15.708}{3.997} \right) \\
 \theta &= 75.7237^\circ \\
 \zeta &= \cos(\theta) \\
 \zeta &= 0.2466
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

olarak hesaplanır ve aşım

$$100e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = \%44.96 \tag{7.15}$$

