

Sistem

$$\dot{x} = 0, \dot{b} = 0, y = Cx + b + n \quad (1)$$

ve boyutlar $x \in \mathbb{R}^{nx1}$, $y \in \mathbb{R}^{px1}$, $b \in \mathbb{R}^{px1}$, $n \in \mathbb{R}^{px1}$, $C \in \mathbb{R}^{pxn}$ ve $\rho \in \mathbb{R}$ olmak üzere, izdüşüm matrisi

$$\Pi \triangleq I^{pxp} - \frac{1}{\rho} CC^T \quad (2)$$

olarak tanımlanmıştır. $\Pi C = 0$ ifadesi,

$$\begin{aligned} \Pi C &= 0 \\ (I^{pxp} - \frac{1}{\rho} CC^T)C &= 0 \\ (\rho I - CC^T)C &= 0 \rightarrow (\lambda I - (CC^T))C = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

olarak yazılabilir. Buradan $\rho \neq 0$, CC^T matrisinin öz-değerleri olarak seçilebilir. Dikkat edilirse, CC^T matrisi pozitif yarı tanımlıdır ve rankı $\text{rank}(CC^T) = n$ olarak hesaplanır. $CC^T \in \mathbb{R}^{pxp}$ sebebiyle, eğer $p > n$ ise Π matrisinin tersi yoktur. Bu durumda, $z \triangleq \Pi \hat{b}$ ve

$$\dot{z} = -\alpha z + \alpha \Pi y, \alpha > 0 \quad (4)$$

olmak üzere, z kestiriminden \hat{b} sinyaline

$$\hat{b} = \Pi^{-1} z \quad (5)$$

ifadesine ihtiyaç olduğundan, geçiş bulunmamaktadır. Bu sebeple tersinin alınabilmesi için,

$$p \leq n \quad (6)$$

şartı sağlanmalıdır.

- $n = 1, p = 2$ ve

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad CC^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

seçilsin, CC^T öz-değerleri 0 ve 2'dir. $\rho = 2$ seçilsin,

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

olur ve tersi mevcut değildir.

- $n = 2, p = 2$ ve

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad CC^T = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

seçilsin, CC^T öz-değerleri 0 ve 4'dir. $\rho = 4$ seçilsin. Bu durumda,

$$\Pi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

elde edilir ve yine Π^{-1} mevcut değildir.

- $n = 2, p = 2$ ve

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad CC^T = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{bmatrix} \quad (11)$$

seçilsin, CC^T öz-değerleri 0.1339 ve 29.8661'dir. $\rho = 29.8661$ seçilsin. Bu durumda,

$$\Pi = \begin{bmatrix} -36.3413 & -82.1509 \\ -82.1509 & -185.7065 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ve

$$\Pi = \begin{bmatrix} -3583.2 & 1585.1 \\ 1585.1 & -701.2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

elde edilir. Fakat,

$$\Pi C = \begin{bmatrix} -282.7939 & -401.2860 \\ -639.2704 & -907.1277 \end{bmatrix} \quad (14)$$