Càlcul Numèric **Introducció a Matlab: exercicis**

1. Defineix una matriu $\mathbf{A}$ amb coeficients aleatoris (enters entre 0 i 10) i escriu les instruccions necessàries per extreure la submatriu 2×2 formada pel primer i l'últim coeficient de la primera i la darrera fila. Aquesta submatriu s'ha de poder extreure sigui quina sigui la dimensió de la matriu $\mathbf{A}$.
   Pista: `rand`, `round`, `size`, `end`

2. Escriu un `script` per dibuixar la gràfica de la funció $f(x) = x^2 - 3$, per $x \in [-1, 1]$.

3. Volem aproximar el valor del número π fent servir la sèrie $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2} = \frac{\pi^2}{6}$

   (a) Escriu una funció de Matlab que, donat un enter n calculi el valor $S_n = \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i^2}$.

   (b) Fes servir la funció anterior per aproximar el valor de π mitjançant diferents valors de n. Dibuixa una gràfica amb l'evolució de l'aproximació de π en funció de n

   (c) Calcula l'error de l'aproximació fent servir com a valor exacte la funció `pi` disponible en Matlab. Fes una gràfica on es vegi l'evolució de l'error de l'aproximació en augmentar n. Quina relació trobes entre l'error i n?

   (d) Escriu una funció de Matlab que, donada una tolerància `tol`, calculi el sumatori S_n fins a obtenir una aproximació de π amb un error relatiu menor que `tol`. La funció ha de tornar el valor de l'aproximació de π i el número de termes del sumatori que s'han necessitat. Per evitar problemes, cal fixar també un número màxim de termes que es poden sumar. Si s'excedeix aquest valor sense arribar a la precisió sol·licitada, la funció ha de donar un missatge d'error.

   Pista: `:`, `sum`, `for`, `while`

4. Escriu una funció `Horner.m` que, donat un vector de coeficients $c = [c_1, c_2, \ldots, c_n]$ i un valor x avalua el polinomi

$$p = \sum_{i=1}^{n} c_i x^{i-1} = (((c_n x + c_{n-1})x + c_{n-2}) \ldots)x + c_1.$$

   Comprova que funciona corretamente cridant-la com `p=Horner([4,-2,3,0,1], 0.5)`.
   Pista. Pots implementar aquesta funció començant amb $p = c_n$ i actualitzant el valor $p = px + c_i$ per $i = n-1, \ldots, 1$.