UNIVERSIDAD CATÓLICA DE TEMUCO

Maximiliano Cartes - Jan Seiffert - Diego Zapata
Cálculo Avanzado - Stefan Martin Berres

Cálculo desde la distancia

Introducción

Se tiene por entendido que las aplicaciones del cálculo en contexto de la vida cotidiana son muchas. En este caso se nos presenta el caso de Kamilla, una alumna de topografía la cual para hacer su práctica tiene que lograr medir la altura de las torres del paine con la aplicación del cálculo para ello. Teniendo en cuenta que desde nuestro punto de vista, poniéndonos en el lugar de Kamilla, estamos separados de las torres por un lago, Debemos calcular la altura a partir de nuestra distancia hasta el pueblo situado en un valle a los pies de las torres.

Para este proyecto se espera un planteamiento del problema, en el cual se presentará su modelamiento en el que definiremos la información que conocemos, como la que se desconoce. De esta manera se podrá llegar a una resolución del problema de una forma óptima y más eficaz. Por otro lado también se busca resolver el sistema de ecuaciones formulado numéricamente para qué, de esta manera, se pueda comprobar la prueba de concepto para la situación dada.

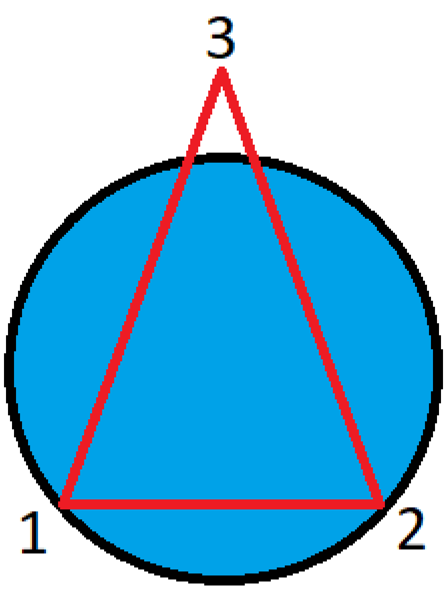
(2) Modelamiento del problema.

El problema planteado en esta situación toma origen en la novela "**Las Torres**", para ser específicos en el capítulo titulado "**La Caminata**", en el que la protagonista debe calcular la altura de las torres en respecto a su posición frente a un lago. En este capítulo se le explica que mediante la superposición de una cantidad de triángulos formada entre la base de estos ubicada en el lago y la punta como punto final en la altura de las torres, se puede conseguir efectuar un sistema de ecuaciones para que de esta forma, se logre calcular con exactitud la altura de estas.

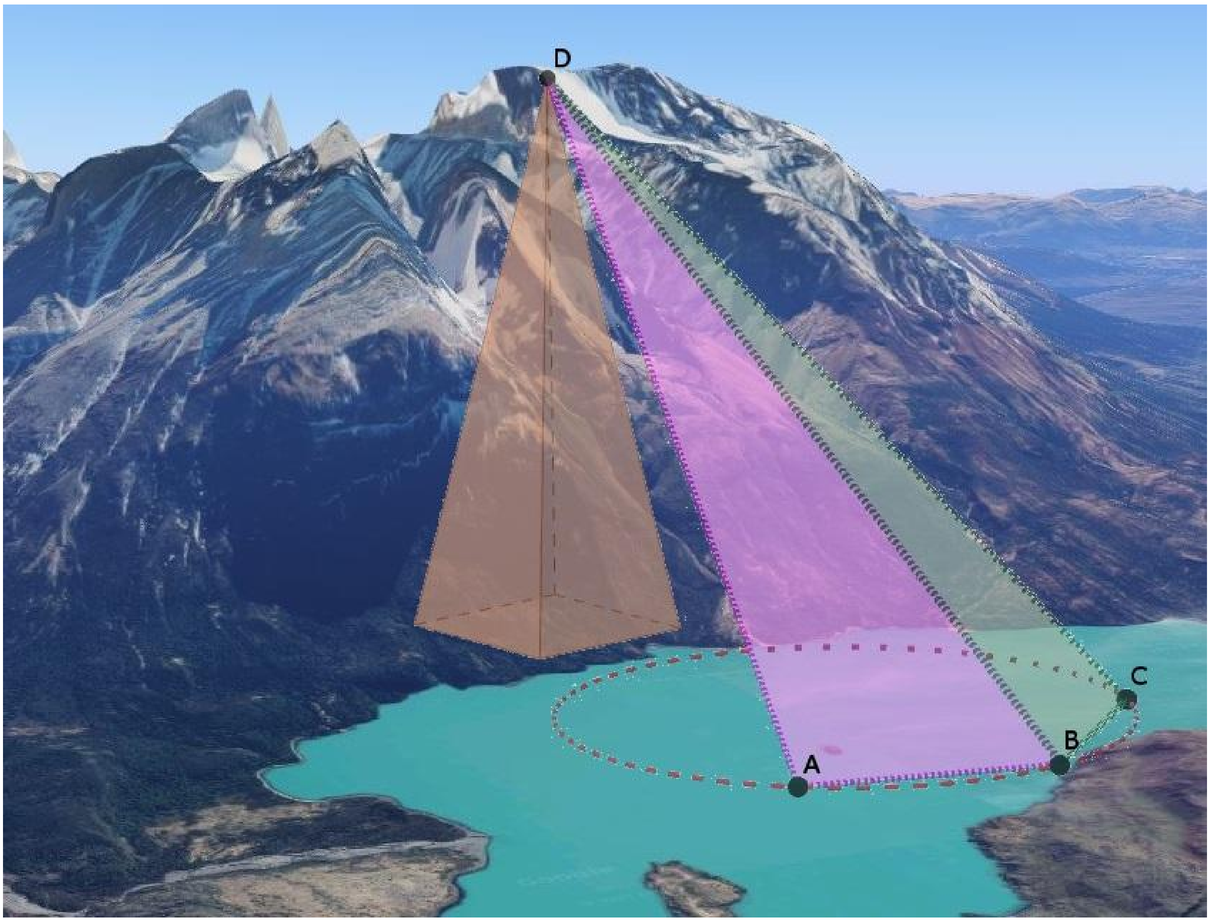
A lo largo del escrito, se puede observar que surgen diversos problemas, los cuales se tienen que tomar en consideración para continuar y de esta manera resolver el cálculo de una manera óptima. Los problemas que encontramos son los siguientes:

1. No se indican las características principales de la torre (tales como su altura, su inclinación, etc).
2. Se desconoce en qué posición está ubicada exactamente las torres.
3. No se sabe la longitud exacta del lago.

Para una mayor comprensión se creará la siguiente imagen, en donde "**1**" y "**2**" se definirán como los puntos que conforman la base de los triángulos y "**3**" corresponderá a la punta de las torres.



Como el problema está llevado en un ámbito de 3 dimensiones, nuestro plano tendrá que actualizarse, quedando de la siguiente manera:



Ya que para factores de nuestro trabajo, y teniendo en cuenta que se utilizarán dos triángulos, para el posterior cálculo obtendremos el siguiente sistema de ecuaciones definido de manera teórica, siendo y teniendo en cuenta que "**D**" la definiremos como la cima de las torres.

$$(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - d_{AD}^2$$
$$(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - d_{BD}^2$$
$$(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2 - d_{CD}^2$$

Donde se tiene que **d1**, **d2** y **d3** que están definidos por:

$$d_{AD} = \frac{d(P_A, P_B) \cdot sen(\alpha P_B)}{sen\,(\alpha P_D)} \quad Siendo\ \alpha = angulo$$

$$d_{BD} = \frac{d(P_B, P_A) \cdot sen(\alpha P_A)}{sen\,(\alpha P_D)}$$

$$d_{CD} = \frac{d(P_B, P_C) \cdot sen(\alpha P_C)}{sen\,(\alpha P_D)}$$

(3) Solución del problema:

Para realizar la correcta solución de este problema, primero se debe obtener datos numéricos para estos, se tiene que tener en cuenta que las 3 funciones estan en **f(x1, x2, x3)** por lo cual se creará una tabla para cada entregar valores a cada una de estas ecuaciones:

	x1	**x2**	**x3**
Primera f(x)	25	-50	0
Segunda f(x)	20	40	0
Tercera f(x)	10	50	0

Ahora se debe tener en cuenta también los ángulos de la cada esquina de los triángulos formados, para estos ángulos usaremos los siguientes valores:

Ángulos para el triángulo ABD:
- Ángulo del Punto ABD = 50°
- Ángulo del Punto BAD = 90°
- Ángulo del Punto ADB = 20°

Ángulos para el triángulo BCD:
- Ángulo del punto DBC = 90°
- Ángulo del punto BCD = 50°
- Ángulo del punto BDC = 20°

Después se debe asignar una distancia entre los puntos |AB|, |BA| y |BC|. Estas medidas tentativas serán de 100,45; 100,45; 120,55.

Luego y recopilando todos los datos anteriores establecidos se procederá a calcular distancia AB, distancia BD, distancia CD:

$$d_{AD} = \frac{100{,}45 \cdot \sin(90)}{\sin(30)} = 200.9$$
$$d_{BD} = \frac{100{,}45 \cdot \sin(50)}{\sin(30)} = 533.4$$
$$d_{CD} = \frac{100{,}45 \cdot \sin(50)}{\sin(30)} = 533.4$$

Finalizando y teniendo las |AD|, |BD| y |CD|, además de que se cuenta con la tabla de valores solo quedaría reemplazar en las funciones que se establecieron anteriormente, quedando el sistema de ecuaciones definido de la siguiente manera:

$$f_1(25,-50{,}0) =$$
$$(25-y_1)^2 + (-50-y_2)^2 + (0-y_3)^2 - 200.9^2$$
$$f_2(20{,}30{,}0) =$$
$$(20-y_1)^2 + (40-y_2)^2 + (0-y_3)^2 - 533.4^2$$
$$f_3(10{,}50{,}0) =$$
$$(10-y_1)^2 + (50-y_2)^2 + (0-y_3)^2 - 533.4^2$$

(4) Captura de pantalla de simulación realizada en python:

Se adjunta un screenshot de una simulación que se realizó mediante el uso de vpython + numpy en donde se aprecia la altura total que tendrá nuestra torre usando nuestro sistema de ecuaciones.