

**SME 0121 - Processos Estocásticos:
Segundo Projeto**

Envie um documento em pdf que inclua todas as resoluções teóricas, códigos usados nas simulações e os gráficos obtidos. Os documentos devem ser inseridos no Moodle.

Exercício 1 Fregueses chegam a uma certa loja de acordo com um processo de Poisson com taxa $\lambda = 5$ fregueses por hora. Dado que a loja abre às 9h, qual é a probabilidade de que três fregueses cheguem até às 10:30h e um total de 10 estejam na loja até às 11:30h? Assuma que os fregueses não deixam a loja.

a) Resolva o problema analiticamente.

b) Calcule a probabilidade de que 15 fregueses cheguem entre 9h e 11h. A seguir, simule o problema e obtenha as probabilidades. Verifique como o número de simulações influencia na diferença entre o valor simulado e o exato (teórico).

Dica, ver:

<https://github.com/franciscoicmc/simulacao/blob/master/Processo-Poisson.ipynb>

Exercício 2

Suponha que pacotes SMTP chegam a um servidor de e-mails de acordo com um processo de Poisson com intensidade $\lambda = 10$ pacotes por segundo. Seja $N(t)$ o número de mensagens que chegam até o tempo t (medido em segundos). Determine as seguintes probabilidades:

a) $P(N(1) = 10)$

b) $P(N(1) = 5, N(3) = 15)$

c) $P(N(1) = 5 | N(3) = 10)$

d) $P(N(4) = 20 | N(2) = 10)$

Exercício 3

Fregueses chegam a uma loja de acordo com um processo de Poisson com intensidade $\lambda = 5$ pessoas por hora. Suponha que é sabido que um único freguês entrou na primeira hora. Então, qual é a probabilidade condicional de que essa pessoa entrou durante os primeiros 10 minutos?

Exercício 4

Simule processos de Poisson com taxas $\lambda = 2$ e $\lambda = 4$. Mostre os gráficos de $t \times N(t)$ para esses dois processos. Compare as curvas e discuta as diferenças entre os processos.

Exercício 5

Considere o grafo dos personagens do livro “Les misérables”. Assuma que um dos vértices está infectado. Simule a propagação de epidemias como um processo de Poisson, sendo que a doença é propagada com uma taxa β e cada indivíduo se recupera com uma taxa μ . Faça um estudo de simulação sobre esse problema, mostrando, por exemplo, com a taxa de infectados muda ao longo do tempo.
