

Habilidades matemáticas y digitales en actividades de números complejos usando software

Favieri, A.

Departamento de Aeronáutica
Facultad Regional Haedo, Universidad Tecnológica Nacional
afavieri@frh.utn.edu.ar

Resumen

Este proyecto se centraliza en el estudio de habilidades matemáticas y digitales al utilizar software matemático durante el proceso de enseñanza aprendizaje del tema flujo potencial de fluidos. Uno de sus objetivos es diferenciar la clase de actividades con uso de software Wolfram Mathematica que resultarían adecuadas para desarrollar dichas habilidades matemáticas y digitales en torno al tema en cuestión.

En este trabajo se reportan una de las actividades diseñadas, las habilidades matemáticas y digitales asociadas y los comandos del software que son necesarios utilizar. Se concluye con algunas reflexiones sobre el diseño de actividades matemáticas con uso de software y las acciones futuras.

Palabras clave: habilidades matemáticas Wolfram Mathematica, diseño actividades, Wolfram Development Platform

1. Identificación

Código del PID.4504

Programa de Tecnología Educativa y Enseñanza de la Ingeniería, Didáctica (Ciencias de la enseñanza)

Inicio: 01/05/2017. Finalización: 30/04/2019

2. Introducción

Este PID se centraliza en el estudio de habilidades matemáticas y digitales al utilizar software matemático durante el proceso de enseñanza aprendizaje del tema flujo potencial de fluidos. El contexto implicado es la asignatura Matemáticas Aplicadas a la Aeronáutica, de la carrera

Ingeniería Aeronáutica de la Facultad Regional Haedo. Esta asignatura se dicta en el segundo cuatrimestre de cada año lectivo y comprende dos cursos uno de turno tarde y otro de turno noche, con un promedio de 20 alumnos en cada uno de ellos.

La experiencia se llevó a cabo en los dos cursos, como parte de las actividades de clase obligatorias del ciclo lectivo 2017. Se realizaron en los laboratorios de la Facultad que cuentan con 20 computadoras con acceso a Internet.

El software seleccionado es Wolfram Mathematica pues ofrece un entorno, sintaxis y lenguaje aptos para realizar análisis de manera simbólica, numérica y visualizaciones de datos claras y precisas. Por otro lado, da la posibilidad de producir documentos interactivos de manera sencilla, que pueden ser usados en el aula. En estos documentos pueden incluirse ingreso de comandos, visualización de las salidas y textos para agregar explicaciones, justificaciones o interpretaciones de gráficos y resultados obtenidos. Estas características hacen que resulte apropiado para el desarrollo del tema en cuestión.

El software fue utilizado en su plataforma “Wolfram Development Platform” que es de acceso gratuito a través de Internet y que sólo requiere registro a través de una cuenta de mail. De esta manera se puede trabajar en la nube, todos los archivos quedan guardados en un disco virtual y el alumno puede acceder a ellos desde cualquier dispositivo o computadora. La misma permite compartir documentos, lo que facilitó la entrega de las producciones de los alumnos.

Marco teórico

Sobre las habilidades matemáticas y digitales

Varios autores, Hernández Fernández, Delgado Rubí, Fernández de Alaíza, Valverde Ramírez y Rodríguez Hung (1998), Delgado Rubí (1998) aludiendo a Talízina (1984), Zabala (2007), Sánchez (2002), Godino (2002a), Nickerson, Perkins y Smith (1987), hablan de procedimientos como los modos de actuación, de un saber hacer, de contenidos procedimentales, de competencia, pensamiento hábil. Es conveniente distinguir los conceptos de procedimiento y habilidad vinculados a la Matemática. Por una parte, el procedimiento es la acción o tarea que debemos realizar para lograr un objetivo o fin en el cual la Matemática está involucrada.

En el año de 1956, Benjamín Bloom, desarrolló su taxonomía de Objetivos Educativos, que categoriza y ordena habilidades de pensamiento y el proceso del aprendizaje. Parte de Habilidades de Pensamiento de Orden Inferior y va hacia Habilidades de Pensamiento de Orden Superior; que abarcan las categorías conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación (Churches, 2009). En los años 90, Lorin Anderson (2014), revisó la Taxonomía de Bloom y publicó, en el año 2001, la Taxonomía Revisada de Bloom, que como novedad incorpora el uso de verbos en lugar de sustantivos para cada categoría y el cambio de la secuencia de éstas dentro de la taxonomía. Éstas incluyen recordar, comprender, aplicar, analizar, evaluar y crear.

Los investigadores Delgado Rubí, Hernández, Valverde y Rodríguez, profundizaron el estudio de habilidades matemáticas y las han clasificado según su función (1998). Esta clasificación resume las habilidades matemáticas en habilidades conceptuales, traductoras, operativas, heurísticas y meta-cognitivas. Profundizando cada una de ellas:

- Habilidades conceptuales: aquellas que operan directamente con los conceptos

(Identificar, Fundamentar, Comparar, Demostrar)

- Habilidades traductoras: aquellas que permiten pasar de un dominio a otro del conocimiento (Interpretar, Modelar, Recodificar)

- Habilidades operativas: funcionan generalmente como auxiliares de otras más complejas y están relacionadas con la ejecución en el plano material o verbal (Graficar, Algoritmizar, Aproximar, Optimizar, Calcular)

- Habilidades heurísticas: aquellas que emplean recursos heurísticos y que están presentes en un pensamiento reflexivo, estructurado y creativo (Resolver, Analizar, Explorar)

- Habilidades meta-cognitivas: las que son necesarias para la adquisición, empleo y control del conocimiento y demás habilidades cognitivas (Planificar, Predecir, Verificar, Comprobar, Controlar).

Sobre los registros de representación

Duval (1993) investigó sobre el aprendizaje de la matemática y el papel de los registros de representación semiótica para la aprehensión de los conocimientos matemáticos. Su teoría de registros de representación semiótica se basa en un modelo constructivista y sostiene que los objetos matemáticos son accesibles a la percepción a través de representaciones mentales. Estas dependen de las representaciones semióticas que se refieren a algún sistema de signos que tiene como función principal la de comunicación. Y en matemática en particular, ofician de mediadoras entre los objetos matemáticos y su entendimiento. Las representaciones semióticas utilizan registros diferentes como el gráfico, el analítico, el numérico, el verbal.

Duval (2004) sostiene que el empleo de diversos registros de representación semiótica está relacionado con el desarrollo de las habilidades matemáticas

3. Objetivos, Avances y Resultados

Objetivo del trabajo

El objetivo es detallar el diseño de actividades con uso de software Wolfram Mathematica sobre números complejos y su relación con las habilidades matemáticas y digitales.

Metodología

Las acciones llevadas a cabo para cumplir con el objetivo fueron:

- Selección y justificación de los temas a incluir en las actividades

La selección de los temas es: uso de números complejos para representar regiones en el plano. La razón de tal elección está relacionada con su utilización en los gráficos de los flujos potenciales. Por eso las regiones comprenden, hipérbolas, rectas, familias de rectas, circunferencias desplazadas y familia de circunferencias concéntricas.

- Distinción de los registros de representación de las actividades

De acuerdo al marco teórico se distinguieron tres registros de representación de las actividades: analítico, gráfico y verbal.

- Elección de los comandos del software Wolfram Mathematica

Se analizaron los comandos disponibles y se seleccionaron:

- Definición de variable compleja: $z := x + I y$
- Parte real de una variable compleja: $\text{Re}[z]$
- Parte imaginaria de una variable compleja: $\text{Im}[z]$
- Módulo de una variable compleja: $\text{Abs}[z]$
- Comando para simplificar expresiones complejas en forma simbólica: “Refine”
- Comando que genera un gráfico de líneas de funciones que dependen de x e y , como las regiones en el plano complejo: “ContourPlot”
- Comando para evaluar expresiones complejas en un rango de valores: “Evaluate”

- Decisión sobre las habilidades matemáticas y digitales de las actividades

En consonancia con el marco teórico se decidió por las siguientes habilidades

- Habilidades conceptuales: Definir e Identificar
- Habilidades traductoras: Interpretar, Recodificar y Modelar.
- Habilidades operativas: Graficar
- Habilidades heurísticas: Analizar y Explorar
- Habilidades meta-cognitivas: Verificar y Justificar

Actividades

Las actividades diseñadas, presentadas en los tres registros de representación seleccionados son:

Actividad 1 (Registro analítico)

Graficar las regiones del plano representadas por los siguientes conjuntos:

a) $A = \{z \in \mathbb{C} / \text{Im}(z)\text{Re}(z) = a \wedge a \in \mathbb{Z}\}$

b) $B = \{z \in \mathbb{C} / 2\text{Re}(z) + \text{Im}(z) - |2 + 3i| = a \wedge a \in \mathbb{Z}\}$

Verificar los resultados obtenidos.

Actividad 2 (Registro gráfico)

Dados las siguientes regiones en el plano (fig. 1), escribirlas como un conjunto de números complejos que la represente. Justificar los procedimientos realizados.

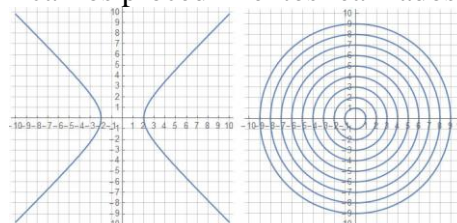


Fig. 1: Gráficos actividad 2

Actividad 3 (Registro verbal)

- Representar gráficamente el conjunto de números complejos cuyo argumento es $\frac{\pi}{2}$.
- Escribir por comprensión el conjunto de números complejos cuya distancia al origen se mantiene mayor que 2. Justificar el procedimiento realizado.

Análisis del diseño de las actividades con respecto a las habilidades matemáticas y digitales

Con el fin de analizar si el diseño de las actividades propuestas podría favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales elegidas, las mismas se resolvieron utilizando el software, y se establecieron relaciones entre los contenidos matemáticos, las habilidades matemáticas y digitales.

Este análisis permitió establecer que la categorización de habilidades matemáticas expresadas en el marco teórico no se corresponden con compartimentos estancos ya que, la ejecución de algún comando resulta del uso de varias habilidades matemáticas juntas. Por ejemplo, en la actividad 1, el alumno debe interpretar la información dada en registro analítico, identificar conceptos, recodificar en registro gráfico utilizando los comandos adecuados y graficar, incluyendo así habilidades conceptuales, traductoras y operativas que se ponen en juego de manera conjunta.

Otra de las consecuencias de este análisis es que es necesario que el docente conozca el software a utilizar en profundidad ya que, en este caso en particular, es preciso saber las diferentes opciones que pueden agregar a los comandos y las combinaciones que son posibles hacer con ellos para que los gráficos representen lo mejor posible las regiones del plano complejo.

Se estableció que las evidencias de las habilidades relativas a la interpretación de las salidas del software, a la verificación de resultados y justificación de lo realizado estarían expresadas en la inclusión de textos en las producciones de los alumnos hechos en el software. En el caso de la actividad 2, existe la posibilidad de justificar analítica y/o gráficamente utilizando el software.

A continuación, se muestra la vinculación de cada actividad con el contenido matemático y los comandos del software:

Actividad 1 (Registro analítico)

- Habilidades conceptuales:
 - Definir variable compleja en el software (*Comando I*)
 - Identificar conceptos de parte real e

imaginaria y módulo de una variable compleja (*Comandos $Re[z]$, $Im[z]$*)

- Habilidades traductoras:
 - Interpretar la información dada en registro analítico (*Comando Refine*)
 - Recodificar en registro gráfico utilizando comandos adecuados del software (*Comandos ContourPlot y Evaluate*)
 - Interpretar las salidas brindadas por el software (*Expresado como un texto en el software*)
- Habilidades operativas:
 - Graficar utilizando los comandos apropiados de Wolfram Mathematica (*Comandos ContourPlot y Evaluate*)
- Habilidades heurísticas:
 - Analizar la combinación de comandos apropiadas para realizar los gráficos pedidos (*Comandos ContourPlot y Evaluate*)
 - Explorar con el software las diferentes opciones que pueden agregar al comando para graficar regiones del plano para que el gráfico sea lo más claro y preciso posible (*Comandos ContourPlot y Evaluate con opciones*)
- Habilidades meta-cognitivas
 - Verificar si el gráfico obtenido con el software corresponde a la expresión analítico original (*Expresado como un texto en el software*)

Actividad 2 (Registro gráfico)

- Habilidades conceptuales:
 - Identificar las regiones en el plano complejo (*Expresado como un texto en el software*)
- Habilidades traductoras:
 - Interpretar las regiones en el plano complejo mostradas en los gráficos (*Expresado como un texto en el software*)
 - Recodificar a registro analítico las regiones del plano mostradas en los gráficos (*Expresado como un texto en el software*)

- Modelar las regiones en el plano complejo utilizando expresiones analíticas de números complejos (*Expresado como un texto en el software*)
- Habilidades metacognitivas:
 - Justificar los procedimientos realizados para obtener las expresiones analíticas apropiadas (*Comando Refine o Comando ContourPlot*)

Actividad 3 (Registro verbal)

- Habilidades conceptuales:
 - Identificar concepto argumento de un número complejo (*Comando Refine*)
 - Identificar concepto módulo de un número complejo (*Comando Refine*)
- Habilidades traductoras:
 - Interpretar la información dada en registro verbal (*Comando ContourPlot*)
 - Recodificar en registro gráfico utilizando comandos adecuados del software (*Comando ContourPlot*)
 - Interpretar las salidas brindadas por el software (*Expresado como un texto en el software*)
 - Recodificar a registro analítico (*Expresado como un texto en el software*)
- Habilidades operativas:
 - Graficar utilizando los comandos apropiados de Wolfram Mathematica (*Comando ContourPlot*)
- Habilidades metacognitivas:
 - Verificar que el gráfico obtenido con el software corresponde a lo pedido en el enunciado (*Comando ContourPlot o Expresado como un texto en el software*)
 - Justificar los procedimientos realizados para el gráfico pedido y las expresiones analíticas apropiadas (*Expresado como un texto en el software*)

Resultados

Lo realizado hasta el momento permite establecer los siguientes resultados:

- Diseño de actividades sobre números complejos en tres registros de representación para ser resueltas utilizando el software Wolfram Mathematica en su plataforma online.
- Vinculación de habilidades matemáticas con el contenido de cada una de las actividades.
- Listado de comandos del software apropiados para la resolución de las actividades.
- Ampliación de habilidades matemáticas a digitales debido a la inclusión del software.

Reflexiones

Las actividades diseñadas para ser resueltas con el software Wolfram Mathematica están pensadas para favorecer el desarrollo de habilidades matemáticas y digitales.

Las habilidades matemáticas adquieren una dimensión digital al incorporar software en la resolución.

El diseño demanda que el docente conozca el software, su sintaxis y comandos, las formas de expresión y salidas que el mismo ofrece. Esto ayuda a prever posibles dificultades a las que los alumnos podrían enfrentarse.

Trabajos a futuro

A futuro se prevé analizar los resultados de la implementación de las actividades en el aula, con el fin de determinar el grado de desarrollo de las habilidades matemáticas y digitales.

4. Formación de Recursos Humanos

El equipo de investigación está compuesto por: Favieri, A., director, Vescovo E., co-director, Igareta, D. y Agotegaray, S., como investigadores de apoyo.

5. Publicaciones relacionadas con el PID

- **Análisis preliminar de habilidades matemáticas y digitales asociadas a la enseñanza de flujo potencial**

usando software. Favieri, Vescovo, Igareta. **JEIN**, V Jornada de Enseñanza de la Ingeniería. San Nicolás, Argentina. 2017

- **Mathematical And Digital Skills In Teaching Potential Flow Using Technology**, INTED, 2th International Technology, Education and Development Conference. Valencia, Spain. 2018.
- Artículo en revista nacional “Revista Digital Docentes Conectados” editado por el Centro de Informática Educativa de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas y Naturales de la Universidad Nacional de San Luis, **Regiones en el plano complejo, software Mathematica y habilidades matemáticas y digitales. Julio 2018.**

Referencias

- Anderson, L. (2014). It's a bit hard to believe: Reflections on an unforeseen career trajectory. In Ibarrola, M. D., & Phillips, D. C. (Eds.), *Leaders in Educational Studies*, Volume 7: Leaders in Educational Research: Intellectual Self Portraits by Fellows of the International Academy of Education" (Vol. 7) (pp. 5-17). Retrieved from <https://www.sensepublishers.com/media/2080-leaders-in-educational-research.pdf>
- Churches, A. (2009). *Taxonomía de Bloom para la Era Digital*. Recuperado el 2018, de Eduteka: <http://cor.to/1GgQ>
- Delgado Rubí, J. (1998). Las habilidades generales matemáticas y la estructuración del conocimiento. En R. M. (Ed.), *Actas de la Undécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 88-91). México: Grupo Editorial Iberoamérica, S. A.
- Duval, R. (1993). Registres de présentations sémiotiques et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Science Cognitives*, 5, 37-65.
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Vega, M. Trad.). (Obra original publicada en 1995, *Sémiosis et pensée humaine*. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels). (2da ed.). Cali: Universidad del Valle, Grupo de Educación Matemática.
- Eduteka. (2007). *Mapa de alfabetismo en TIC: Matemáticas*. Recuperado el 2018, de <http://cor.to/L5wG>
- García, J. & Perales, F. (2006). ¿Cómo usan los profesores de Química las representaciones semióticas? *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 5(2), 247-259.
- Godino, J. D. (2002a). Competencia y comprensión matemática: ¿qué son y cómo se consiguen? *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 29, 9-19.
- Hernández Fernández H, Delgado Rubí J.R., Fernández de Alaíza B, Valverde Ramírez L, Rodríguez Hung T. (1998). *Cuestiones de didáctica de la Matemática*. Rosario: Serie Educación: Homo Sapiens Ediciones.
- Macías Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en Matemáticas como elemento personalizado en el aprendizaje. *Revista de Investigación Educativa. Conect@2*, 4(9), 27-57.
- Nickerson, R., Perkins, D. y Smith, E. (1987). *Enseñar a pensar. Aspectos de la aptitud intelectual*. Barcelona: Paidós. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Sánchez, M. (2002). La investigación sobre el desarrollo y la enseñanza de las habilidades del pensamiento. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4(1).
- Zabala, A. (2007). Los enfoques didácticos. En E. M. C. Coll, *El constructivismo en el aula* (18va ed., págs. 125-161). Barcelona: GRAÓ.