$$\text{Max } Z = 4x_1 + 3x_2 + 6x_3$$

$$\begin{aligned} \text{st:} \quad & 3x_1 + x_2 + 3x_3 \le 30 \\ & 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 40 \\ & x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

$$Z = C(T_B) \cdot B^{-1} b + X_n \left( C_N^T - C_B^T \cdot B^{-1} N \right)$$

$$X_B = B^{-1} \cdot b - B^{-1} \cdot N X_N$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} \quad A = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & s_1 & s_2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad b = \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} \quad X_B = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} \quad X_N = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad C_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_N = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Optimality Check: (IS below ean >0, we can increase Z)

$$C_N^T - C_B^T \cdot B^{-1} \cdot N$$

$$[4\ 3\ 6] - [0\ 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow [4\ 3\ 6]$$

entres $x_3$ since its largest

$$\begin{aligned} Z &= C_B^T \cdot B^{-1} \cdot b \\ &= [0\ 0] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} \\ &= 0 \end{aligned}$$

* Not Optimal

Basic Variables:

$$B^{-1} \cdot b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix}$$

Non Basic $= 0$ * nonnegativity constraint

$x_1 = 0,\ x_2 = 0,\ x_3 = 0$

$s_1 = 30,\ s_2 = 40$

$Z = 0$

$$\text{Ratio Test} = \frac{\text{Current BV Values}}{\text{Entering Variable}} = \frac{\begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}} \Rightarrow \begin{bmatrix} 10 \\ 40/3 \end{bmatrix} \begin{matrix} s_1 \\ s_2 \end{matrix}$$

smallest leaves

NBV Constraint:

$$B^{-1} N = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} \end{array}$$

entering column

---

$$X_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ s_2 \end{bmatrix} \quad X_N = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_3 & s_2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad N = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & s_2 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \quad C_B^T = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_N^T = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Check Optimality: $\left[ C_N^T - C_B^T \cdot B^{-1} \cdot N \right]$

$$[4\ 3\ 0] - [6\ 0] \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{matrix} x_1 & x_2 & s_2 \end{matrix} \\ [-2\ \ 1\ \ 0] \end{array}$$

Check Leaving: $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$

$$Z = C_B^T \cdot B^{-1} \cdot b$$

$$= [6 \; 0] \cdot \begin{bmatrix} 30 \\ 40 \end{bmatrix}$$

$$Z = 180$$