Exercices, ECN 6338, Hiver 2022

William McCausland

2022-01-13

Cours 1. Introduction

Exercices théorique

1. Montrez que $6n^2 + 3n + 10 = O(n^2)$.

Exercices de computation

1. Lisez l'aide sur la fonction `expm1` et démontrez son avantage par rapport à la fonction `exp` pour évaluer $e^x - 1$ quand $|x|$ est prés de zéro. Vous pouvez suivre l'exemple sur `log1p` dans les diapos.
2. Téléchargez le paquet R `microbenchmark`, lisez l'aide sur la fonction `microbenchmark` et mesurer le temps nécessaire pour faire les opérations `x * y`, `x / y`, `exp(y)` et `log(x)`, pour un vecteur $x > 0$ de mille éléments et un vecteur y de mille éléments.

Cours 2. La résolution de systèmes d'équations linéaires

Exercices préliminaires

1. Soit L_1 et L_2 des matrices triangulaires inférieures $n \times n$. Soit U_1 et U_2 des matrices triangulaires supérieures $n \times n$. Supposez que L_1 et U_1 sont inversibles.
   a. Parmi les matrices suivantes, lequelles sont toujours triangulaires inférieures : $L_1 L_2$, $L_1 + L_2$, L_1^{-1}, $L_1^\top$, $U_1^\top$, $L_1 U_1$?
   b. Parmi les matrices suivantes, lequelles sont toujours triangulaires supérieures : $U_1 U_2$, $U_1 + U_2$, U_1^{-1}, $U_1^\top$, $L_1^\top$, $L_1 U_1$?
2. (Substitution avant et substitution arrière) Soit L et U des matrices inversibles $n \times n$, où L est triangulaire inférieure et U est triangulaire supérieure. Soit y un vecteur $n \times 1$. Notez que Judd utilise le terme "back substitution" pour décrire deux algorithmes distincts (a. et b.). Plusieurs auteurs font une distinction entre "back substitution" (b.) et "forward substitution" (a.).
   a. Trouver un algorithme pour résoudre l'équation $Lx = y$. Notez que $L_{11} x_1 = y_1$, alors $x_1 = y_1 / L_{11}$.
   b. Trouvez un algorithme pour résoudre l'équation $Ux = y$. Commencez par x_n.
3. Soit x un n-vecteur aléatoire avec moyenne μ $(n \times 1)$ et variance Σ $(n \times n)$. Soit A une matrice constante $m \times n$. Quelles sont la moyenne et la variance de Ax.

Exercices théoriques

Exercices de computation