# Plan de cours détaillé pour ECN 6338: Analyse numérique en économie

# William McCausland

# 19/10/2021

# **Documents**

## Documents obligatoires

## Manuel principal

• Judd (1998), "Numerical Methods in Economics"

Livres gratuits (fournis par les auteurs) supplémentaires

- Devroye (1986), "Non-Uniform Random Number Generation"
- Train (2009), "Discrete Choice Methods with Simulation", 2e édition

# Papiers scientifiques

- Geweke and Durham (2019), "Sequentially adaptive Bayesian learning algorithms for inference and optimization"
- Creal (2012), "A Survey of Sequential Monte Carlo Methods for Economics and Finance"

### Autres documents

- Diverses pages Wikipédia
- Notes et diapositives du professeur

#### Documents recommandés sur les matières prélalables

- Avinash K. Dixit (1990), "Optimization in Economic Theory" (2e édition)
- Ljungqvist and Sargent (2018), "Recursive Macroeconomic Theory" (4e édition)

#### Autres documents et sites internet

- Site web QuantEcon
- Site Github du cours CompEcon2020 de Judd

# Évaluation

Les éléments de l'évaluation sont

- 1. Environ dix interrogations de dix minutes (20%)
- 2. Quatre exercices de computation (40%)
- 3. Un projet de computation (15%)
- 4. Un examen final (25%)

# Matière organisée par cours

### Cours 1. Introduction

### Matières

- 1. Dérivées multivariées, vecteur gradient, matrices jacobienne et hessienne
- 2. Analyse des erreurs numériques
- 3. Analyse (de la complexité) d'algorithmes
- 4. Parallélisme

#### Lectures

- 1. Judd, Chapitres 1 et 2
- 2. Page Wikipédia sur l'algorithme de Strassen
- 3. Page Wikipédia sur la représentation des nombres virgules flottantes
- 4. Page Wikipédia sur le calcul différentiel matriciel. Notez que le cours suit la convention "numerator lavout".

# Cours 2. La résolution de systèmes d'équations linéaires

#### Matières

- 1. Décompositions LU, QR et Cholesky d'une matrice
- 2. Méthodes directes pour la résolution de systèmes linéaires
- 3. Méthodes itératives pour la résolution de systèmes linéaires
- 4. Applications
  - a. calcul de l'équilibre : offre et demande, jeux Cournot, jeux Bertrand
  - b. calcul de l'estimation MCO
  - c. génération de variables aléatoires gaussiennes multivariées, évaluation de leur densité

# Lectures

- 1. Judd: 3.1, 3.2, 3.4, 3.6, 3.7, 3.8, 3.9
- 2. Page Wikipédia sur la décomposition QR. Il y a une courte section sur l'applications aux problèmes MCO, "Using for solution to linear inverse problems".
- 3. Page Wikipédia sur les matrices creuses
- 4. Page Wikipédia sur les matrices orthogonaux
- 5. Notes du professeur sur la génération de variables aléatoires gaussiennes multivariées

## Cours 3. Quelques sujets préalables

#### Matières

- 1. Optimisation sous contraintes, conditions de Karush-Kuhn-Tucker
- 2. Maximum de vraisemblance
- 3. Inférence bayésienne
- 4. Applications : (cas simples où les méthodes numériques ne sont pas nécessaires)
  - a. un problème de consommateur avec la possibilité d'une solution de coin
  - b. un problème d'allocation de resources
  - c. analyse maximum de vraisemblance d'un modèle poissonien de comptes de transactions
  - d. analyse bayésienne du même modèle

### Lectures

1. Notes du professeur basées sur les exemples 3.1 "Rationing" et 11.1 "Search" de Dixit (1990).

- 2. Page Wikipédia sur l'estimation maximum de vraisemblance, Sections "Principles", "Properties" et "Examples"
- 3. Page Wikipédia sur l'inférence bayésienne, Sections "Introduction to Bayes' Rule" and "Formal Description of Bayesian Inference".

# Cours 4. L'optimisation statique

#### Matières

- 1. Problèmes unidimensionnels
- 2. Méthodes de comparaison
- 3. Méthode de Newton et ses raffinements
- 4. Programmation linéaire
- 5. Programmation non-linéaire avec et sans contraintes
- 6. Applications:
  - a. la résolution de problèmes principal-agent
  - b. la computation d'équilibre de Nash des jeux du type action-discrète
  - c. maximisation de vraisemblance pour un modèle GEV (Generalized Extreme Value) de choix de mode de transport

#### Lectures

- 1. Judd: 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9
- 2. Train: chapitre 4

# Cours 5. La résolution de systèmes d'équations non-linéaires

#### Matières

- 1. La résolution d'équations univariées
  - a. la méthode de bissection
  - b. la méthode de Newton, la convergence, des règles d'arrêt
- 2. La résolution de systèmes d'équation
  - a. itération Gauss-Jacobi et Gauss-Seidel
  - b. itération point fixe
  - c. les méthodes de Newton et Broydon
- 3. Application: la computation d'équilibre d'oligopole

## Lectures

1. Judd: 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5

# Cours 6. L'approximation de fonctions

# Matières

- 1. Approximation locale, développement de Taylor, approximant de Padé
- 2. Suites de polynômes orthogonaux, approximation des moindres carrés
- 3. Approximation uniforme
- 4. Interpolation
- 5. Interpolation par morceaux, splines
- 6. Application : approximation de la courbe des contrats dans une économie à deux personnes et deux biens

#### Lectures

1. Judd: 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.8, 6.9

# Cours 7. L'intégration et la dérivation (méthodes déterministes)

#### Matières

- 1. Newton-Cotes
- 2. La quadrature unidimensionnelle et multidimensionnelle
- 3. Dérivation numérique
- 4. Dérivation automatique
- 5. Application : évaluation d'utilité actualisée en temps continu

## Lectures

- 1. Judd: 7.1, 7.2, 7.3, 7.5, 7.6, 7.7
- 2. Page Wikipédia sur la dérivation automatique

# Cours 8. La génération de variables aléatoires univariées

#### Matières

- 1. La génération de nombres pseudo-aléatoires et le Mersenne Twister
- 2. La génération de variables aléatoires non-uniformes
  - a. méthode de l'inverse de la fonction de répartition (avec exemple Weibull)
  - b. méthode de rejet (avec exemple gamma)
  - c. l'algorithme Ziggurat (avec exemple gaussien)
- 3. Les nombres quasi-aléatoires et les suites à discrépance faible
- 4. La génération directe faisable de quelques variables aléatoires multivariées (gaussiennes, dirichlet, wishart)
- 5. Application : intégration stochastique dans l'exemple de l'évaluation d'utilité actualisée en temps continu

#### Lectures

- 1. Judd: 8.1, 8.2, 8.3
- 2. Page Wikipédia sur le Mersenne Twister
- 3. Page Wikipédia sur l'algorithme Ziggurat
- 4. Devroye II.2 and II.3 (méthode de l'inverse de la fonction de répartition, méthode de rejet)
- 5. Page Wikipédia sur la méthode de rejet, Sections "Description", "Theory" et "Algorithm"

## Cours 9. La génération de variables aléatoires multivariées

#### Matières

- 1. L'échantillonnage préférentiel (importance sampling)
- 2. L'algorithme Metropolis-Hastings
- 3. L'échantillonnage de Gibbs
- 4. Applications :
  - a. simulation postérieure pour un modèle probit de choix discret
  - b. maximum de vraisemblance simulée pour un modèle mixed-logit de choix discret

## Lectures

- 1. Judd: 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5
- 2. Page Wikipédia sur l'échantillonage préférentiel, Sections "Basic Theory" et "Application to Simulation"
- 3. Page Wikipédia sur l'algorithme Metropolis-Hastings, Sections "Intuition" et "Formal Derivation"
- 4. Page Wikipédia sur l'échantillonage de Gibbs, Section "Implementation"
- 5. Train: chapitres 5, 6, 10

# Cours 10. La simulation Monte Carlo séquentielle

#### Matières

- 1. La simulation Monte Carlo séquentielle
- 2. Familles d'algorithmes reliées
  - a. le recuit simulé (simulated annealing)
  - b. le filtre particulaire (particle filter)
- 3. Applications
  - a. maximum de vraisemblance pour un modèle EGARCH avec un vraisemblance autrement infaisable
  - b. inférence bayésienne pour le même modèle

#### Lectures

- 1. Geweke et Durham (2019)
- 2. Creal (2012)
- 3. Judd: 8.3, section "Simulated Annealing"

# Cours 11. La résolution des équations différentielles

#### Matières

- 1. Équations différentielles avec conditions au bord
- 2. La résolution de systèmes d'équations différentielles linéaires
- 3. Les méthodes du type Runge-Kutta pour les équations différentielles non-linéaires
- 4. Applications:
  - a. Calcul de l'équilibre d'un modèle de signalisation de Spence
  - b. Problèmes de commande optimale (optimal control) dans un modèle "cycle de vie" avec consommation et offre de travail

#### Lectures

1. Judd: 10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 10.6, 10.7

# Cours 12 et 13. La programmation dynamique

# Matières

- 1. Le problème canonique de programmation en temps discret
- 2. Le problème canonique de programmation en temps continu
- 3. Problèmes avec horizon fini, problèmes avec horizon infini
- 4. Problèmes avec transitions déterministes, problèmes avec transitions stochastiques
- 5. Problèmes avec espace-état fini
- 6. Itération de la fonction de valeur
- 7. Itération de la fonction de politique
- 8. Discrétisation de problèmes avec espace-état continu
- 9. Application : problèmes d'accumulation stochastiques

#### Lectures

1. Judd: 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5