

# Exercices, ECN 6338, Hiver 2022

William McCausland

2022-01-12

## Cours 1. Introduction

### Exercices théorique

1. Montrez que  $6n^2 + 3n + 10 = O(n^2)$ .

### Exercices de computation

1. Lisez l'aide sur la fonction `expm1` et démontrez son avantage par rapport à la fonction `exp` pour évaluer  $e^x - 1$  quand  $|x|$  est près de zéro. Vous pouvez suivre l'exemple sur `log1p` dans les diapos.
2. Téléchargez le paquet R `microbenchmark`, lisez l'aide sur la fonction `microbenchmark` et mesurez le temps nécessaire pour faire les opérations  $\mathbf{x} * \mathbf{y}$ ,  $\mathbf{x} / \mathbf{y}$ , `exp(y)` et `log(x)`, pour un vecteur  $x > 0$  de mille éléments et un vecteur  $y$  de mille éléments.

## Cours 2. La résolution de systèmes d'équations linéaires

### Exercices préliminaires

1. Soit  $L_1$  et  $L_2$  des matrices triangulaires inférieures  $n \times n$ . Soit  $U_1$  et  $U_2$  des matrices triangulaires supérieures  $n \times n$ . Supposez que  $L_1$  et  $U_1$  sont inversibles.
  - a. Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont triangulaires inférieures :  $L_1 L_2$ ,  $L_1 + L_2$ ,  $L_1^{-1}$ ,  $L_1^\top$ ,  $U_1^\top$ ,  $L_1 U_1$ ?
  - b. Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont triangulaires supérieures :  $U_1 U_2$ ,  $U_1 + U_2$ ,  $U_1^{-1}$ ,  $U_1^\top$ ,  $L_1^\top$ ,  $L_1 U_1$ ?
2. (Substitution avant et substitution arrière) Soit  $L$  et  $U$  des matrices inversibles  $n \times n$ , où  $L$  est triangulaire inférieure et  $U$  est triangulaire supérieure. Soit  $y$  un vecteur  $n \times 1$ . Notez que Judd utilise le terme "back substitution" pour décrire deux algorithmes distincts. Plusieurs auteurs font une distinction entre "back substitution" et "forward substitution".
  - a. Trouver un algorithme pour résoudre l'équation  $Lx = y$ . Notez que  $L_{11}x_1 = y_1$ , alors  $x_1 = y_1/L_{11}$ .
  - b. Trouvez un algorithme pour résoudre l'équation  $Ux = y$ . Commencez par  $x_n$ .
3. Soit  $x$  un  $n$ -vecteur aléatoire avec moyenne  $\mu$  ( $n \times 1$ ) et variance  $\Sigma$  ( $n \times n$ ). Soit  $A$  une matrice constante  $m \times n$ . Quelles sont la moyenne et la variance de  $Ax$ .

### Exercices théoriques

### Exercices de computation