

ECN 6338 Cours 6

Approximation de fonctions

William McCausland

2022-02-15

Survol du cours 5

Approximations locales

- ▶ Approximation de Taylor
- ▶ Approximation de Padé

L'approximation Taylor

L'approximation Padé

- L'approximation en général est

$$f(x) \approx r(x) \equiv \frac{p(x)}{q(x)}.$$

- La condition $f^i(x_0) = r^i(x_0)$, $i = 0, 1, \dots, m + n$ s'exprime aussi comme

$$p^i(x) - (f \cdot q)^i(x) = 0, \quad i = 0, 1, \dots, m + n.$$

Calcul de l'approximation Padé (2,1) de e^x autour de $x = 0$

- L'approximation $r(x)$ est

$$r(x) = \frac{p_0 + p_1x + p_2x^2}{1 + q_1x}.$$

- Les coefficients p_0 , p_1 , p_2 et q_1 sont donnés par

$$(p_0 + p_1x + p_2x^2) - e^x(1 + q_1x) \Big|_{x=0} = p_0 - 1 = 0,$$

$$(p_1 + 2p_2x) - e^x(1 + q_1x) \Big|_{x=0} = p_1 - 1 - q_1 = 0,$$

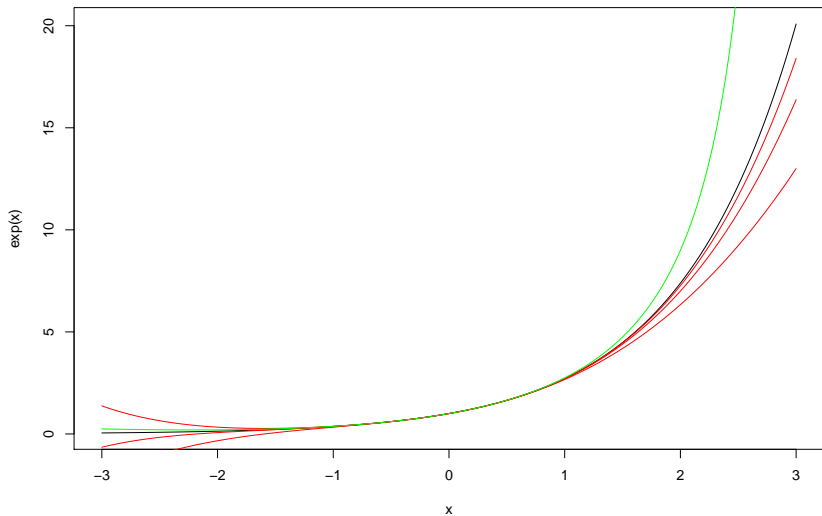
$$2p_2 - e^x(1 + q_1x) - 2e^xq_1 \Big|_{x=0} = 2p_2 - 1 - 2q_1 = 0,$$

$$-e^x(1 + q_1x) - 3e^xq_1 \Big|_{x=0} = -1 - 3q_1 = 0.$$

- La première équation donne $p_0 = 1$; la dernière, $q_1 = -\frac{1}{3}$.
- Ensuite, la deuxième équation donne $p_1 = 1 + q_1 = \frac{2}{3}$; la troisième, $p_2 = \frac{1}{2} + q_1 = \frac{1}{6}$.

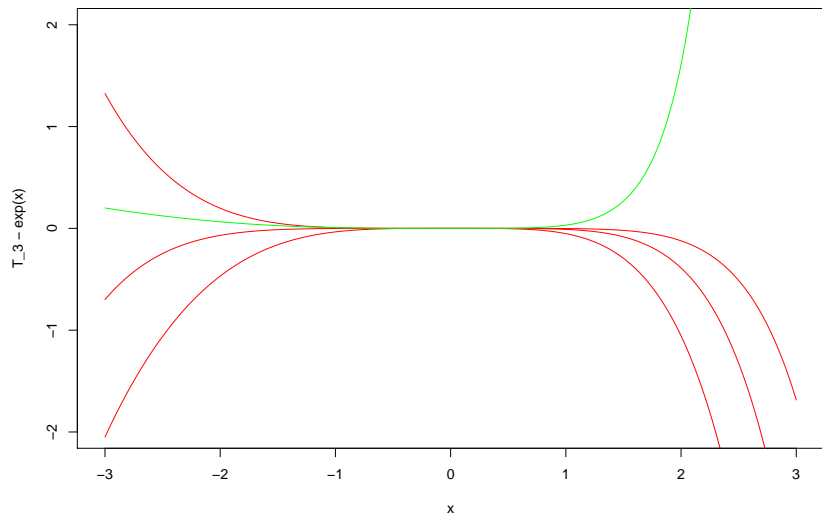
Exemple I, Taylor et Padé, $f(x) = e^x$, $x_0 = 0$.

```
source('Taylor_Pade_exp.R')
```



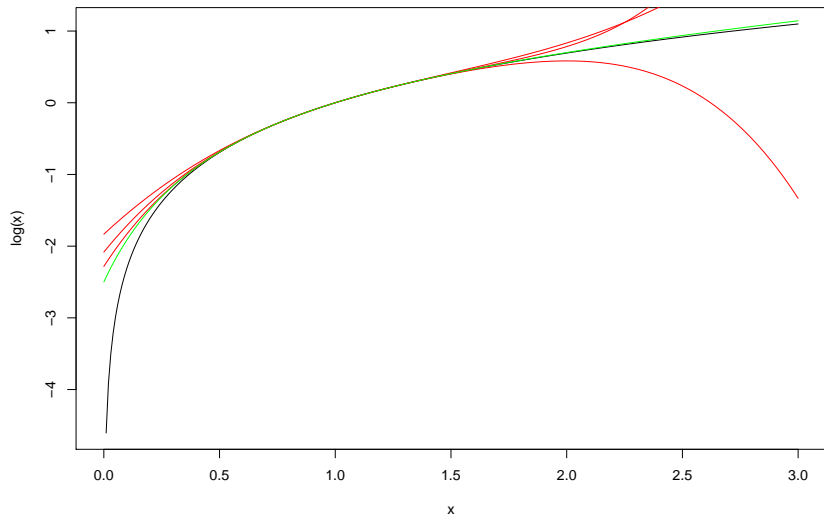
Exemple I, erreurs d'approximation

```
source('Taylor_Pade_exp_error.R')
```



Exemple II, Taylor et Padé, $f(x) = \log x$, $x_0 = 1$.

```
source('Taylor_Pade_log.R')
```



Exemple II, erreurs d'approximation

```
source('Taylor_Pade_log_error.R')
```

