

# ECN 6013, automne 2019

*William McCausland*

*2019-09-06*

## Livres et articles

### Livres

- OS: Osborne and Rubinstein (1994), “A Course in Game Theory”, disponible [ici](#)
- ML: McAfee and Lewis, [Introduction to Economic Analysis](#)
- CEE: [Concise Encyclopedia of Economics](#)

### Articles

- Klemperer (1999) [article](#)
- Coase (1960) [article](#)
- Arrow (1984) [article](#)
- Rothschild and Stiglitz (1976) [article](#)
- Spence (1973) [article](#)
- Akerlof (1970) [article](#)

## Jeux, équilibre et efficacité

Cours : 9, 16 septembre; séances TP : 12 et 19 septembre

### Sujets et lectures

1. Efficacité à la [Pareto](#) et à la [Kaldor-Hicks](#)
2. Exemples de jeux simples en forme normale :
  - a. [dilemme des prisonniers](#)
  - b. [jeux de coordination et anticoordination](#)
  - c. [jeux faucon-colombe](#)
3. [Équilibre en stratégies dominantes](#)
4. [Équilibre de Nash](#)
5. Variations du dilemme des prisonniers :
  - a. jeux à la Cournot (ML chapitre 17, section 1)
  - b. biens publiques (ML, chapitre 8, section 1)
  - c. [tragédie des communs](#)
  - d. [jeux en forme extensive](#)
  - e. jeux répétés (OR 8.1, 8.2)

## Exercices

- Trois soeurs,  $A$ ,  $B$  et  $C$ , héritent trois actifs indivisibles : une maison  $X$ , un bateau  $Y$  et une peinture  $Z$ . Chaque soeur doit obtenir un seul objet, alors il y a six allocations faisables. Pour chacune des trois conditions ci-dessous, spécifiez des préférences strictes (sans indifférence) des soeurs telle que la condition tient :
  - Il y a une seule allocation efficace.
  - Il y a au moins deux allocations efficaces et au moins une allocation inefficace.
  - Toutes les allocations sont efficaces.
- Pour les trois jeux au tableau 1, identifiez le type du jeu, trouvez les équilibres Nash purs, les équilibres en stratégies dominantes et les allocations efficaces.

| $1/2$ | $L$   | $R$   | $1/2$ | $L$   | $R$   | $1/2$ | $L$   | $R$   |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $U$   | (1,1) | (3,0) | $U$   | (0,0) | (3,1) | $U$   | (2,1) | (0,0) |
| $D$   | (0,3) | (2,2) | $D$   | (1,3) | (2,2) | $D$   | (0,0) | (1,2) |

Table 1: Trois jeux

- Il y a  $n$  firmes en équilibre Cournot symétrique. La demande marchande est de  $Q(P) = 1 - P$  et chaque firme a un coût marginal de production de  $c \in [0, 1)$ , une constante.
  - Trouvez le prix, les quantités et les profits en équilibre.
  - Est-ce qu'il y a un équilibre en stratégies dominantes?
  - Est-ce que l'équilibre est efficace (pour l'ensemble des firmes, en ignorant les consommateurs)?
- Considérez le stage game du tableau 2.

| $1/2$ | $C$        | $D$        |
|-------|------------|------------|
| $C$   | ( $c, c$ ) | ( $l, h$ ) |
| $D$   | ( $h, l$ ) | ( $d, d$ ) |

Table 2: Le stage game d'un jeu infiniment répété

Deux joueurs avec un taux d'actualisation  $\delta$  jouent un jeu infiniment répété.

- Pour quelles valeurs des paramètres  $\delta$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $h$  et  $l$  est-ce que le stage game est un dilemme des prisonniers?
  - Pour quelles valeurs des paramètres est-ce que gachette contre gachette est un équilibre?
  - Donnez des valeurs des paramètres telles que gachette contre gachette est un équilibre mais tit-for-tat contre tit-for-tat ne l'est pas.
- Il y a  $n$  agriculteurs identiques. Leur fonction d'utilité est de  $U(c, l) = c - l^\alpha/\alpha$ , où  $c \geq 0$  est la consommation,  $l \geq 0$  est le travail et  $\alpha > 1$ . Il y a une technologie linéaire pour convertir une unité de travail en une unité de consommation. Considérez deux cas:
    - Ils consomment leur propre production :  $c_i = l_i$ . Quelles sont la quantité optimale de travail et l'utilité maximale?
    - Ils sont obligés de partager leur production agrégée :  $c_i = n^{-1} \sum_{i=1}^n l_i$ . Donnez un équilibre de Nash. Est-ce qu'il est un équilibre en stratégies dominantes? Est-ce qu'il est efficace?

## Enchères

Cours: 23, 30 septembre; séances TP: 26 septembre, 3 octobre.

## Sujets et lectures

- Quatre ventes aux enchères de base
- Valeurs communes et privées

3. Stratégies et équilibres
4. Malédiction du gagnant
5. Équivalence en termes de revenue, revenus marginaux.

Les lectures sont principalement dans l'article de [Klemperer \(1999\)](#) : pour le premier cours, Sections 1, 2, 3 et 4; pour le deuxième, Appendices A et B. L'article [Auction Theory](#) a une analyse de la vente aux enchères à premier prix (recommandée) et une autre discussion de l'équivalence en termes de revenue (facultative).

## Exercices

1. Considérez une vente aux enchères à premier prix avec deux joueurs. Leurs valeurs privées  $v_1 \in [0, 1]$  et  $v_2 \in [0, 1]$  sont indépendantes avec fonctions de répartition  $F[v_1] = v_1^2$  et  $F[v_2] = v_2$ . Mettons que leurs enchères sont  $b_1(v_1) = v_1/2$  et  $b_2(v_2) = 2v_2/3$ .
  - a. La stratégie du joueur 1 est-elle une meilleure réponse à la stratégie du joueur 2?
  - b. La stratégie du joueur 2 est-elle une meilleure réponse à la stratégie du joueur 1?
2. Considérez une vente aux enchères à premier prix avec deux joueurs. Leurs valeurs privées  $v_1$  et  $v_2$  sont iid  $v_i \sim U[\alpha, \beta]$  (uniforme sur l'intervalle  $[\alpha, \beta]$ ).
  - a. Trouvez l'équilibre de Nash de la vente aux enchères à premier prix.
  - b. Trouvez le revenu espéré.
3. Le gouvernement considère deux mécanismes pour attribuer le contrat pour remplacer un pont. Dans les deux cas, chaque firme  $i$  soumet une enchère  $b_i$  sous pli cacheté pour le contrat. Firme  $i$  peut le faire à coût  $c_i \sim U(0, 1)$ . Seulement la firme  $i$  observe  $c_i$ . Les deux coûts,  $c_1$  et  $c_2$ , sont indépendants. Voici les deux mécanismes :
  - a. La firme  $i$  avec l'enchère minimale obtient le contrat et le gouvernement la paie  $b_i$ .
  - b. La firme  $i$  avec l'enchère minimale obtient le contrat et le gouvernement la paie  $b_{-i}$  (l'enchère de l'autre). Trouvez un équilibre  $(b_1(c_1), b_2(c_2))$  pour chaque mécanisme et prouvez que les deux équilibres sont bien des équilibres.
4. Selon Klemperer, quand l'information est parfaite, les modèles d'enchères sont souvent facile à résoudre. Il y a trois acheteurs dans une vente aux enchères, avec valeurs privées  $v_1 = 10$ ,  $v_2 = 20$  et  $v_3 = 30$  dollars. Les trois valeurs sont observées par les trois acheteurs. Les enchères  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$  doivent être entiers. En cas d'enchères égales, le gagnant est sélectionné aux hasard.
  - a. Trouvez un équilibre de la vente aux enchères à premier prix.
  - b. Trouvez un équilibre de la vente aux enchères à deuxième prix.
5. Il y a un équilibre en stratégies dominantes de la vente aux enchères de deuxième prix. Est-ce que cela veut dire que la collusion entre acheteurs est impossible?

## Externalités et Coase

Cours : le 7 octobre; séance TP : le 11 octobre.

### Sujets et lectures

1. Les externalités, droit et économie, coûts de transaction.

La lecture est l'article de [Coase \(1960\)](#) Il n'est pas nécessaire de lire tous les exemples des longues sections V et VII. Cependant, je parlerai de l'exemple *Sturges v. Bridgman*.

### Exercice

1. Il y a deux voisins, Caron et Lépine. Caron a un terrain où il pousse des carottes à un coût de 50\$ par an. Il les vend à 80\$ par an. Comme alternatif, il peut pousser des panais au même coût et les vendre à

70\$ par an. Lépine obtient un lapin domestique qui lui donne une utilité lui valant 100\$ par an. Le lapin mange des carottes et ne mange pas de panais. Sans intervention, le lapin mangerait toutes les carottes de Caron. Chacun des voisins peut ériger et entretenir une barrière efficace contre les lapins à un coût de 50\$ par an.

- Si Lépine est responsable du dommage que fait son lapin et les coûts de transaction sont zéro, quel est le résultat?
- Si Lépine est responsable du dommage que fait son lapin et les coûts de transaction sont infinis, quel est le résultat?
- Si Lépine n'est pas responsable du dommage que fait son lapin et les coûts de transaction sont zéro, quel est le résultat?
- Si Lépine n'est pas responsable du dommage que fait son lapin et les coûts de transaction sont infinis, quel est le résultat?

## Examen intra

L'examen a lieu le 28 octobre; le moniteur discutera de l'examen intra lors de la séance TP du 31 octobre. L'examen intra comprend toute la matière des cours précédents.

## Information cachée

Cours : 4, le 11, 18, 25 novembre; séances TP : 7, 14, 21, 28 novembre.

## Sujets et lectures

- Introduction à l'information cachée et l'action cachée: [Arrow \(1984\)](#), pages 1-6.
- Problème de tarification: [Arrow \(1984\)](#), pages 6-9.
- L'assurance et la sélection adverse: [Rothschild et Stiglitz \(1976\)](#), pages 629-640 et la conclusion.
- Signaux: [Spence \(1973\)](#).
- Le marché pour les citrons: lisez [Akerlof \(1970\)](#).

## Exercices

- (Modèle Arrow de tarification optimale) L'électricité est fournie par un monopole. Il y a deux types de consommateurs,  $H$  (haute demande) et  $B$  (basse demande) avec fonctions d'utilité  $U_H(x) = 6 \ln(x + 1)$  et  $U_B(x) = 4 \ln(x + 1)$ . Le coût de production est constant, égale à 1. Dans la population des clients, il y a une proportion  $\pi$  de type  $H$  et une proportion  $(1 - \pi)$  de type  $B$ .
  - Si les types sont observés, quel est l'équilibre? Quels sont les profits du monopole par client, pour les deux types de client?
  - Si les types ne sont pas observés, quel sont les quantités  $x_H$  et  $x_B$  en équilibre, en fonction de  $\pi$ . Supposez que  $\pi = 1/2$ . Quel est l'équilibre? Quels sont les profits du monopole par client, pour les deux types de client? L'équilibre est-il efficace?
- (Modèle Rothschild-Stiglitz) Les conducteurs ont une fonction d'utilité  $U(w) = 50w - w^2$ . Sans assurance, la richesse des conducteurs est  $W = 20$  s'il n'y a pas d'accident et  $W - d = 10$  s'il y a un accident.
  - Trouvez le contrat d'assurance en équilibre si tout le monde a une probabilité d'accident de  $\pi_B = 0.1$ .
  - Trouvez le contrat d'assurance en équilibre si tout le monde a une probabilité d'accident de  $\pi_H = 0.2$ .

- c. Trouvez les contrats d'assurance en équilibre de plein information si une proportion  $\lambda$  des conducteurs a une probabilité  $\pi_H$  d'accident et une proportion  $(1 - \lambda)$  a une probabilité  $\pi_L$  d'accident?
  - d. Trouvez les contrats d'assurance en équilibre d'information asymétrique si une proportion  $\lambda = 1/2$  des conducteurs a une probabilité  $\pi_H$  d'accident et une proportion  $(1 - \lambda) = 1/2$  a une probabilité  $\pi_L$  d'accident?
  - e. Supposez maintenant que ni les assureurs ni les conducteurs n'observaient les types, mais que tout le monde connaît les proportions  $\lambda = 1/2$  et  $1 - \lambda = 1/2$  et les probabilités  $\pi_H$  et  $\pi_L$ . Trouvez un équilibre.
3. (Modèle Rothschild-Stiglitz) La probabilité d'un accident de voiture est plus élevée pour les hommes que pour les femmes, même si on conditionne aux attributs observables des conducteurs. Un gouvernement interdit aux assureurs de discriminer par le sexe. Qui gagne ou perd de cette interdiction (hommes?, femmes?, assureurs?), selon le modèle de Rothschild-Stiglitz?
  4. (Modèle de signalisation à la Spence) Il y a deux types de travailleurs,  $H$  et  $B$ . Les types ne sont pas observés. Leurs proportions sont égales, leurs produits marginaux sont  $25y$  et  $10y$  et leurs coût d'opportunités pour obtenir  $y$  unités d'éducation sont  $0.6y^2$  et  $0.8y^2$ .
    - a. Trouvez un équilibre séparant.
    - b. Trouvez un équilibre mélangeant.
  5. (Modèle de signalisation à la Spence) Il y a deux types de travailleurs,  $H$  et  $B$ . Les types ne sont pas observés. Leurs proportions sont égales, leurs produits marginaux sont 20 et 10 et leurs coût d'opportunités pour obtenir  $y$  unités d'éducation sont  $y^2$  et  $3y^2$ .
    - a. Trouvez un équilibre séparant.
    - b. Trouvez un équilibre mélangeant.
  6. (Modèle de marché pour les citrons à la Akerlof) Supposons qu'il y a une technologie à coût zéro qui indique, de façon fiable, si la qualité  $x_i$  d'une voiture  $i$  est égale ou supérieure à  $\bar{\mu}$ , où  $0 < \bar{\mu} < 2$ . Comment l'analyse d'Akerlof (Section 2) changerait-elle? Dans un premier temps, essayez  $\bar{\mu} = 1$ . Vous pouvez ignorer le marché pour les voitures avec qualité plus grande de  $\bar{\mu}$  dans le cas d'information symétrique; c'est assez difficile et peu intéressant.

## Action cachée

Cours: le 2 décembre; séance TP: le 5 décembre.

## Sujets et lectures

1. Problèmes principal-agent : [Arrow \(1984\)](#), Section 4, "The Hidden-Action Model"; ML, Chapitre 19, Sections 1 et 2.

## Exercices

1. (Problème principal-agent) Un agent peut faire un effort ( $a = 1$ ) ou non ( $a = 0$ ). Son utilité est de  $E[s^\alpha] - c_a$ , qui dépend du paiement aléatoire  $s$  du principal et le coût associé avec l'effort.  $0 < \alpha \leq 1$  et  $c_1 > c_0 = 0$ . L'agent a une utilité de réservation  $\bar{u}$ . Le principal a un projet dont le succès dépend de l'effort de l'agent. Si le projet réussit, sa valeur au principal est de 1; si le projet échoue, sa valeur est de 0. Le projet réussit avec probabilité  $\pi_a$ , selon l'effort  $a$  de l'agent;  $0 \leq \pi_0 < \pi_1 \leq 1$ . Le principal est neutre pour le risque et maximise la valeur espérée du projet moins le paiement espéré à l'agent.
  - a. Le principal peut observer l'effort de l'agent et offrir un contrat qui dépend de cet effort. L'agent peut accepter ou refuser le contrat. Quel est le contrat optimal pour le principal?
  - b. Le principal ne peut pas observer l'effort de l'agent mais peut offrir un contrat  $(s_0, s_1)$  qui paie  $s_0$  si le projet échoue et  $s_1$  si le projet réussit. Quel est le contrat optimal pour le principal?

## Références

- Akerlof, George A. 1970. “The Market for ‘Lemons’: Quality and the Market Mechanism.” *Quarterly Journal of Economics* 84: 488–500.
- Arrow, Kenneth J. 1984. “The Economics of Agency.” 451. Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences, Stanford University.
- Coase, Ronald. 1960. “The Problem of Social Cost.” *Journal of Law and Economics* 3: 1–44.
- Klemperer, Paul. 1999. “Auction Theory: A Guide to the Literature.” *Journal of Economic Surveys* 13: 227–86.
- Rothschild, Michael, and Joseph Stiglitz. 1976. “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information.” *Quarterly Journal of Economics* 90: 629–49.
- Spence, Michael. 1973. “Job Market Signaling.” *Quarterly Journal of Economics* 87: 355–74.