

Tarification Optimale

ECN 6013, automne 2019

William McCausland

2019-12-01

Tarification optimale - producteur

- ▶ Il y a un producteur monopoliste d'électricité.
- ▶ Coût linéaire : le coût marginal de production est de $c > 0$, une constante.
- ▶ La revente est impossible et le producteur peut imposer une tarification $T(x)$: un consommateur paie $T(x)$ pour x unités d'électricité.
- ▶ Soit $M(x) = T(x) - cx$ la majoration (ou le profit).
- ▶ Le producteur choisit $T(x)$ pour maximiser son profit.

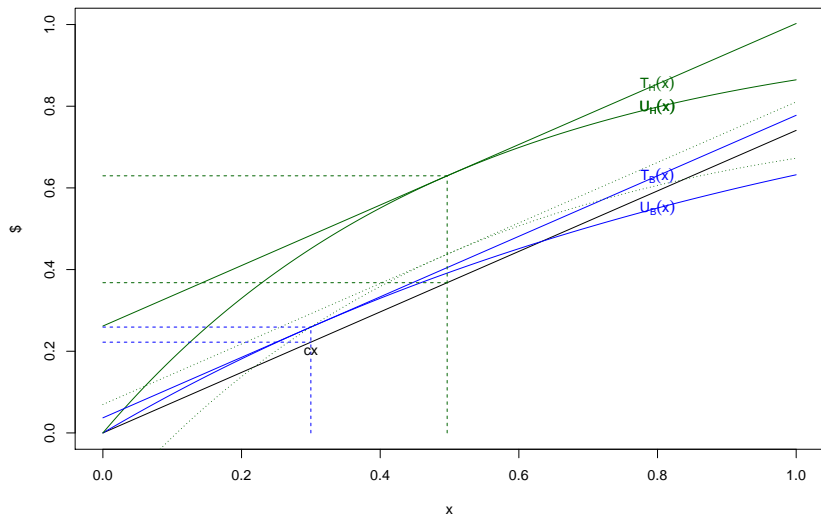
Modèle de base avec un seul type de consommateur

- ▶ Le consommateur a l'utilité métrique monétaire $U(x)$ comme fonction de sa consommation de l'électricité.
- ▶ $U(x)$ est croissante, concave, différentiable.
- ▶ Normalisation : $U(0) = 0$.
- ▶ Alors $V(x) = U(x) - cx$ est le surplus total.
- ▶ Le consommateur choisit x pour maximiser $U(x) - T(x)$.
- ▶ On suppose que $V'(0) = U'(0) - c > 0$ pour garantir que la quantité efficace de x est strictement positive.

Équilibre avec un seul type de consommateur

- ▶ Un équilibre est une tarification $T(x)$ et une consommation \bar{x} telles que
 - ▶ $T(x)$ maximise le profit du monopole, sachant que le consommateur optimise.
 - ▶ \bar{x} maximise $U(x) - T(x)$ pour $x \geq 0$.
- ▶ Le monopole peut faire une offre à prendre ou à laisser alors peut extraire tout le surplus.
- ▶ Alors le monopole maximise le surplus total et choisit $T(x)$ pour en extraire tout.
- ▶ Le surplus est maximal pour \bar{x} qui vérifie la CPO $U'(\bar{x}) = c$.
- ▶ $T(x)$ tel que $T(x) \geq U(x)$, avec égalité pour \bar{x} seulement, est optimal pour le producteur.
- ▶ Le profit est $\bar{M} \equiv M(\bar{x}) = V(\bar{x})$.

Illustration, équilibre avec un type de consommateur



Modèle avec deux types de consommateur, types observés

- ▶ Deux types : H (haute demande) et B (basse demande) en proportions π et $(1 - \pi)$.
- ▶ Les utilités sont $U_H(x)$ et $U_B(x)$ avec les mêmes propriétés que $U(x)$ plus $U'_H(x) > U'_B(x)$ pour tous $x \geq 0$.
- ▶ Le surplus par consommateur de type t est de $V_t(x) \equiv U_t(x) - cx$.
- ▶ Un équilibre est une $T_H(x)$, une $T_B(x)$, x_B^* et x_H^* telles que
 - ▶ $T_t(x)$ maximise la majoration pour les consommateurs de type t , $t = B, H$.
 - ▶ \bar{x}_t maximise $U_t(x) - T_t(x)$, $t = B, H$.
- ▶ En équilibre,
 - ▶ \bar{x}_t vérifie $U'_t(\bar{x}_t) = c$, $t = B, H$. (CPO pour max de surplus)
 - ▶ $T_t(x) \geq U_t(x)$, avec égalité pour \bar{x}_t seulement, $t = B, H$.
 - ▶ le profit par consommateur est $\pi \bar{M}_B + (1 - \pi) \bar{M}_H$, où $\bar{M}_t \equiv M(\bar{x}_t) = V_t(\bar{x}_t)$, $t = B, H$.
- ▶ L'équilibre est efficace : pour les deux types, la bénéfice marginale égale le coût marginal c .

Modèle avec deux types de consommateur, types non-observés

- ▶ Qu'est-ce qui se passe avec une seule $T(x)$ qui vérifie $T(\bar{x}_t) = U(\bar{x}_t)$, $t = B, H$?
- ▶ Le producteur peut réduire la majoration au point \bar{x}_H jusqu'à M_H^0 qui vérifie

$$V_H(\bar{x}_H) - M_H^0 = V_H(\bar{x}_B) - \bar{M}_B,$$

comme résultat :

- ▶ les quantités efficaces \bar{x}_B et \bar{x}_H sont les choix optimaux,
 - ▶ le surplus $V_B(\bar{x}_B) - c\bar{x}_B$ va au monopole,
 - ▶ le surplus $V_H(\bar{x}_H) - c\bar{x}_H$ est partagé entre les H et le monopole.
- ▶ Cependant, ceci ne maximise le profit du monopole.

Tarification optimale I

- ▶ Soit p_t le prix total et x_t la quantité pour le type t en équilibre, $t = B, H$.
- ▶ On peut construire $T(x)$ plus tard qui vérifie $p_B = T(x_B)$ et $p_H = T(x_H)$.
- ▶ Le monopole fait face à quatres contraintes :
 - ▶ la contrainte de participation pour les deux types

$$U_t(x_t) \geq p_t, \quad t = B, H,$$

- ▶ les contraintes d'autosélection pour les deux types

$$U_H(x_H) - p_H \geq U_H(x_B) - p_B, \quad U_B(x_B) - p_B \geq U_B(x_H) - p_H.$$

- ▶ Les deux contraintes saturées sont la contrainte de participation des B et la contrainte d'autosélection des H .

Tarification optimale II

- ▶ Le problème du monopole : sous les quatres contraintes, choisir p_B , p_H , x_B , x_H pour maximimzer le profit

$$\Pi = \pi(p_H - cx_H) + (1 - \pi)(p_B - cx_B).$$

- ▶ On peut éliminer p_B avec la contrainte (saturée) de participation des B :

$$p_B = U_B(x_B).$$

- ▶ On peut éliminer p_H avec la contrainte (saturée) d'autosélection des H :

$$p_H = U_H(x_H) - U_H(x_B) + p_B = U_H(x_H) - U_H(x_B) + U_B(x_B)$$

- ▶ On obtient le problème de maximisation libre de

$$\pi(U_H(x_H) - U_H(x_B) + U_B(x_B) - cx_H) + (1 - \pi)(U_B(x_B) - cx_B).$$

Tarification optimale III

- ▶ Une condition nécessaire de première ordre :

$$\frac{\partial \Pi(x_H, x_B)}{\partial x_H} = \pi(U'_H(x_H) - c) = 0.$$

- ▶ Notez que

$$\frac{\partial^2 \Pi(x_H, x_B)}{\partial x_H^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 \Pi(x_H, x_B)}{\partial x_H \partial x_B} = 0.$$

- ▶ x_H^* vérifie $U'_H(x_H^*) = c$ et x_H^* est la quantité efficace pour les H , peu importe la valeur de π .
- ▶ Cette CPO donne x_H^* mais pas le prix p_H^* ni le profit $p_H^* - cx_H^*$ associé aux H .
- ▶ Le partage du surplus est toujours à déterminer.

Tarification optimale IV

- ▶ L'autre condition nécessaire de première ordre pour une solution intérieure $x_B^* > 0$:

$$U'_B(x_B^*) - \pi U'_H(x_B^*) - c = 0.$$

- ▶ Pour π ou $U'_H(x_B) - U'_B(x_B)$ suffisamment élevé, $x_B = 0$ est optimale.
- ▶ On peut dire que la solution de $U'_B(x_B^*) - \pi U'_H(x_B^*) - c = 0$ est moins grande que la solution de $U'_B(x_B^*) - c = 0$.