

ECN 6013, automne 2019

William McCausland

2019-09-05

Quelques sources et leur abréviations :

- OS: Osborne and Rubinstein (1994), “A Course in Game Theory”, disponible ici
- ML: McAfee and Lewis, Introduction to Economic Analysis
- CEE: Concise Encyclopedia of Economics

Jeux, équilibre et efficacité

Cours : 9, 16 septembre; séances TP : 12 et 19 septembre

Sujets et lectures

1. Efficacité à la Pareto et à la Kaldor-Hicks
2. Exemples de jeux simples en forme normale :
 - a. dilemme des prisonniers
 - b. jeux de coordination et anticoordination
 - c. jeux faucon-colombe
3. Équilibre en stratégies dominantes
4. Équilibre de Nash
5. Variations du dilemme des prisonniers :
 - a. jeux à la Cournot (ML chapitre 17, section 1)
 - b. biens publics (ML, chapitre 8, section 1)
 - c. tragédie des communs
 - d. jeux en forme extensive
 - e. jeux répétés (OR 8.1, 8.2)

Exercices

1. Trois soeurs, A , B et C , héritent trois actifs indivisibles : une maison X , un bateau Y et une peinture Z . Chaque soeur doit obtenir un seul objet, alors il y a six allocations faisables. Pour chacune des trois conditions ci-dessous, spécifiez des préférences strictes (sans indifférence) des soeurs telle que la condition tient :
 - a. Il y a une seule allocation efficace.
 - b. Il y a au moins deux allocations efficaces et au moins une allocation inefficace.
 - c. Toutes les allocations sont efficaces.
2. Pour les trois jeux au tableau 1, identifiez le type du jeu, trouvez les équilibres Nash purs, les équilibres en stratégies dominantes et les allocations efficaces.
3. Il y a n firmes en équilibre Cournot symétrique. La demande marchande est de $Q(P) = 1 - P$ et chaque firme a un coût marginal de production de $c \in [0, 1)$, une constante.
 - a. Trouvez le prix, les quantités et les profits en équilibre.
 - b. Est-ce qu'il y a un équilibre en stratégies dominantes?
 - c. Est-ce que l'équilibre est efficace (pour l'ensemble des firmes, en ignorant les consommateurs)?

1/2	L	R	1/2	L	R	1/2	L	R
U	(1,1)	(3,0)	U	(0,0)	(3,1)	U	(2,1)	(0,0)
D	(0,3)	(2,2)	D	(1,3)	(2,2)	D	(0,0)	(1,2)

Table 1: Trois jeux

4. Considérez le stage game du tableau 2.

1/2	C	D
C	(c, c)	(l, h)
D	(h, l)	(d, d)

Table 2: Le stage game d'un jeu infiniment répété

Deux joueurs avec un taux d'actualisation δ jouent un jeu infiniment répété.

- Pour quelles valeurs des paramètres δ , c , d , h et l est-ce que le stage game est un dilemme des prisonniers?
 - Pour quelles valeurs des paramètres est-ce que gachette contre gachette est un équilibre?
 - Donnez des valeurs des paramètres telles que gachette contre gachette est un équilibre mais tit-for-tat contre tit-for-tat ne l'est pas.
5. Il y a n agriculteurs identiques. Leur fonction d'utilité est de $U(c, l) = c - l^\alpha/\alpha$, où $c \geq 0$ est la consommation, $l \geq 0$ est le travail et $\alpha > 1$. Il y a une technologie linéaire pour convertir une unité de travail en une unité de consommation. Considérez deux cas:
- Ils consomment leur propre production : $c_i = l_i$. Quelles sont la quantité optimale de travail et l'utilité maximale?
 - Ils sont obligés de partager leur production agrégée : $c_i = n^{-1} \sum_{i=1}^n l_i$. Donnez un équilibre de Nash. Est-ce qu'il est un équilibre en stratégies dominantes? Est-ce qu'il est efficace?

Enchères

Cours: 23, 30 septembre; séances TP: 26 septembre, 3 octobre.

Sujets et lectures

- Quatre ventes aux enchères de base
- Valeurs communes et privées
- Stratégies et équilibres
- Malédiction du gagnant
- Équivalence en termes de revenue, revenus marginaux.

Les lectures sont principalement dans l'article de Klemperer [?]: pour le premier cours, Sections 1, 2, 3 et 4; pour le deuxième, Appendices A et B. L'article Auction Theory a une analyse de la vente aux enchères à premier prix (recommandée) et une autre discussion de l'équivalence en termes de revenue (facultative).

Exercices

- Considérez une vente aux enchères à premier prix avec deux joueurs. Leurs valeurs privées $v_1 \in [0, 1]$ et $v_2 \in [0, 1]$ sont indépendantes avec fonctions de répartition $F[v_1] = v_1^2$ et $F[v_2] = v_2$. Mettons que leurs enchères sont $b_1(v_1) = v_1/2$ et $b_2(v_2) = 2v_2/3$.
 - La stratégie du joueur 1 est-elle une meilleure réponse à la stratégie du joueur 2?

- b. La stratégie du joueur 2 est-elle une meilleure réponse à la stratégie du joueur 1?
- 2. Considérez une vente aux enchères à premier prix avec deux joueurs. Leurs valeurs privées v_1 et v_2 sont iid $v_i \sim U[\alpha, \beta]$ (uniform sur l'intervalle $[\alpha, \beta]$).
 - a. Trouvez l'équilibre de Nash de la vente aux enchères à premier prix.
 - b. Trouvez le revenu espéré.
- 3. Le gouvernement considère deux mécanismes pour attribuer le contrat pour remplacer un pont. Dans les deux cas, chaque firme i soumet une enchère b_i sous pli cacheté pour le contrat. Firme i peut le faire à coût $c_i \sim U(0, 1)$. Seulement la firme i observe c_i . Les deux coûts, c_1 et c_2 , sont indépendants. Voici les deux mécanismes :
 - a. La firme i avec l'enchère minimale obtient le contrat et le gouvernement la paie b_i .
 - b. La firme i avec l'enchère minimale obtient le contrat et le gouvernement la paie b_{-i} (l'enchère de l'autre). Trouvez un équilibre $(b_1(c_1), b_2(c_2))$ pour chaque mécanisme et prouvez que les deux équilibres sont bien des équilibres.
- 4. Selon Klemperer, quand l'information est parfaite, les modèles d'enchères sont souvent facile à résoudre. Il y a trois acheteurs dans une vente aux enchères, avec valeurs privées $v_1 = 10$, $v_2 = 20$ et $v_3 = 30$ dollars. Les trois valeurs sont observées par les trois acheteurs. Les enchères b_1 , b_2 et b_3 doivent être entiers. En cas d'enchères égales, le gagnant est sélectionné aux hasard.
 - a. Trouvez un équilibre de la vente aux enchères à premier prix.
 - b. Trouvez un équilibre de la vente aux enchères à deuxième prix.
- 5. Il y a un équilibre en stratégies dominantes de la vente aux enchères de deuxième prix. Est-ce que cela veut dire que la collusion entre acheteurs est impossible?