

Devoirs et Lectures, 2019

William McCausland

2019-09-04

Cours 1

Devoirs, Rosenthal (matière du cours 1)

1. Exercice 1.3.1
2. Exercice 1.3.2
3. Exercice 1.3.3
4. Exercice 1.3.4
5. Exercice 1.3.5

Lectures, Rosenthal (matière du cours 2)

1. Chapitre 1
2. Chapitre 2

Définitions importantes: espace de probabilité; espace d'état; algèbre; tribu; additivité (finie ou dénombrable); stabilité par complémentation, pour les réunions ou intersections (finies ou dénombrables); semi-algèbre.

Questions sur les lectures

1. Soit $\Omega = [0, 1]$. Soit \mathcal{F} l'ensemble des parties de Ω qui sont finies ou de complémentaire fini.
 - a. Est-ce que \mathcal{F} est une algèbre? Appuyez votre réponse.
 - b. Est-ce que \mathcal{F} est une tribu (ou σ -algèbre)? Appuyez votre réponse.
2. Soit $\Omega = \{1, 2, 3\}$ et $\mathcal{F} = 2^\Omega$. Trouvez une mesure de probabilité additive $P: \mathcal{F} \rightarrow [0, 1]$ sur (Ω, \mathcal{F}) telle que $P(\{1, 2\}) = 3/4$ et $P(\{2, 3\}) = 1/2$.
3. Soit $\mathcal{J} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \dots, \{n\}, \{1, \dots, n\}\}$. Soit $\Omega = \{1, \dots, n\}$. Montrez que
 - a. \mathcal{J} est stable pour les intersections finies,
 - b. $\emptyset \in \mathcal{J}$ et $\Omega \in \mathcal{J}$,
 - c. tous les éléments de \mathcal{J} ont un complément par rapport à Ω qui égale une réunion disjointe finie des éléments de \mathcal{J} ,
 - d. \mathcal{J} est une semialgèbre de parties de Ω .