2017-2018 Bahar Yarıyılı

Balıkesir Üniversitesi Endüstri Mühendisliği Bölümü

EMM3208 Optimizasyon Teknikleri

(Optimizasyona Giriş & Temel Kavramlar, Excel Solver Kurulumu ve Kullanımı, Örnekler)

2

Yrd. Doç. Dr. İbrahim Küçükkoç http://ikucukkoc.baun.edu.tr ikucukkoc@balikesir.edu.tr

Optimizasyona Giriş & Temel Kavramlar



START

OPTIMIZING

Optimizasyon Nedir?

Optimizasyon, en genel anlamıyla, bir sistemde, belirli kısıtlar altında, belirlenmiş bir amaç fonksiyonunun değerinin en iyilenmesi amacıyla karar değişkenlerinin alacağı değerleri belirleme işlemidir.

Diğer bir ifade ile, istenen bir çıktıyı elde etmek amacıyla, sistem girdilerinin ve/veya bu girdilerin değerlerinin ne olacağını belirleme sürecidir.

Amaç fonksiyonunun en iyilenmesi demek, problemin türüne göre en küçüklenmesi (minimizasyon) veya en büyüklenmesi (maksimizasyon) olabilir.

Örneğin bir çizelgeleme probleminin, geciken iş sayısını en küçüklemek amacıyla çözülmesi bir optimizasyon problemidir. Aynı şekilde, bir montaj hattı dengeleme probleminin istasyon sayısını minimize etmek (veya hat etkinliğini maksimize etmek) amacıyla, veya bir ekonomik stok miktarı belirleme probleminin toplam maliyeti minimize etmek amacıyla çözülmesi birer optimizasyon işlemidir.

Optimizasyona Giriş & Temel Kavramlar



Simülasyon, girdilerin bilindiği bir sistemde, çıktının tahmin edilmesi, belirlenmesi, sürecidir. Örneğin, siparişlerin geliş zamanının ve sistemde geçireceği sürelerin bilindiği bir üretim sürecinin simülasyonu sonucu, üretimin ne zaman tamamlanacağı, sistemdeki boş zamanlar, systemin etkinliği vs. büyük oranda hesaplanabilir (tahmin edilebilir).

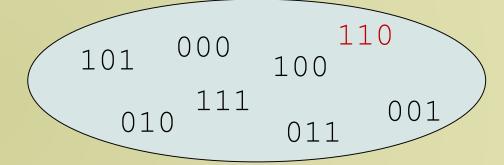
Optimizasyon ise, istenen çıktıyı elde edebilmek amacıyla, girdilerin veya bu girdilerin değerlerinin ne olacağının belirlenmesi sürecidir. Örneğin, istenen yüzey pürüzlülüğünün elde edilebilmesi amacıyla, bir 3B yazıcının parametrelerinin ne olacağının belirlenmesi optimizasyona örnektir.

Optimizasyona Giriş & Temel Kavramlar

Karar değişkeni, problem çözüldüğü zaman değeri belirlenecek olan sistem öğesidir. Yani aslında karar değişkenlerinin alacağı değerlerin belirlenme süreci, problem çözme sürecidir. Karar değişkenlerinin alacağı değerler, amaç fonksiyonunun değerinin ne olacağına etki eder. Fakat bu süreçte bazı kısıtların sağlanması gerekmektedir.

Çözüm uzayındaki, problemin kısıtlarını sağlayan her hangi bir çözüm, uygun çözüm olarak adlandırılır. Optimum çözüm ise, uygun çözümler arasından, belirlenen amaca göre en iyi çözümü ifade etmektedir.

20kg, **75kg** ve **60kg** agirliklarında üç adet nesne var. 100kg'a en yakın olacak sekilde hangi nesneleri almaliyiz?



Amac Fonksiyonu: |toplam agirlik - 100|

Optimizasyona Giriş & Temel Kavramlar

Optimizasyon işleminde kullanılan teknikler:

Analitik Yöntemler (matematiksel modelleme, dal-sınır algoritması, vb.):

Toleranslar dahilinde optimum çözümü verirler. Büyük boyutlu problemlerde sonuca ulaşmak çok uzun sürer veya ulaşılamaz.

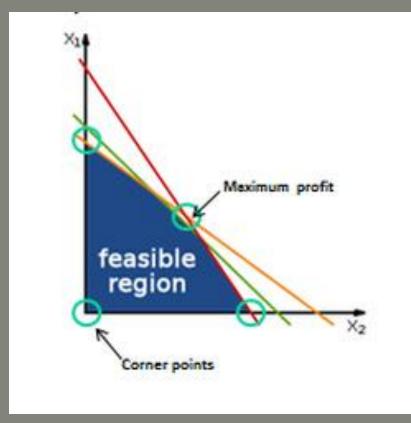
Sezgisel Yöntemler:

Probleme özgü çözüm yöntemleridir ve belirli bir algoritmayı takip ederler. Optimum çözümü garanti etmemekle birlikte analitik yöntemlere göre daha hızlı çözüm üretirler. Örn. akış tipi çizelgeleme problemleri için Johnson algoritması, montaj hattı dengeleme problemleri için pozisyon ağırlığı yöntemi, vb.

Meta-sezgisel Yöntemler:

Belirli algoritmaların, çözülecek problem yapısına uyarlanması ile elde edilen çözüm yöntemleridir. Örn. genetik algoritma, karınca koloni algoritması, tavlama benzetimi algoritması, vb.

Doğrusal Programlama



Bir doğrusal programlama problemi genel itibari ile amaç fonksiyonu ve doğrusal sınır/sınırların yer aldığı iki kısımlı bir matematiksel ifadedir. Bu matematiksel ifade ile bir amaç maksimize ya da minimize edilir.

Doğrusallık ifadesi modelde yer alan tüm değişkenler (fonksiyonlar) arasındaki ilişkinin doğrusal olmasından kaynaklanmaktadır.

Doğrusal sınırların oluşturduğu kesişim kümesinden yola çıkılarak mümkün çözümler ya da uygun çözüm alanı belirlenir. Belirlenen uygun çözüm alanı ise amaç doğrultusunda eniyilenmeye çalışılır.

Doğrusal Programlama

- Doğrusal programlama (DP) ile bağımsız değişkenlerden oluşan bir dizi fonksiyon ile yine bir dizi bağımsız
 değişkenlerin bir fonksiyonu olan bağımlı değişkenin optimal değeri belirlenmeye çalışılır.
- Bir başka ifade ile doğrusal programlama, belirli bir amacı eniyilemek maksadıyla sınırlı kaynakların nasıl dağıtılması gerektiğine çözüm arayan bir karar verme aracıdır.

Doğrusal Programlama Modelinin Kurulması

$$Max Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

 $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j (\leq, =, \geq) x_j \quad i = 1, 2, ..., m$
 $x_j \geq 0 \quad j = 1, 2, ..., n$

Burada;

Z: optimize edilmeye çalışılan amaç fonksiyonu

 x_j : j. karar değişkenine atanacak değer yada belirlenecek değişken

 c_j : 1 br j. karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısı

 a_{ij} : Sınır matrisi A'yı oluşturan teknoloji katsayıları

 b_i : i. kaynak için gerekli olan miktar (sağ taraf sabiti)

DP Modellerinin Dayandığı Varsayımlar

Doğrusallık:

DP modeli değişkenler arasındaki ilişkilerin doğrusal olduğu varsayımına dayanır. Bu varsayım, bütün ilişkilerin birinci dereceden fonksiyonlar ile ifade edilmesinden kaynaklanır. Her bir karar değişkeninin amaç fonksiyonuna katkısı, diğer karar değişkenlerinin değerlerinden farklı olarak o karar değişkeninin değeri ile orantılı olması, doğrusallığı göstermektedir. Gerçek dünyada bu duruma uygun düşen örnekler vardır. Mesela, bir makinenin kapasitesi saatte 300 birim ise, bu makineden 2 saatte 600 birim, 3 saatte ise 900 birim ürünün elde edilmesi doğrusallık kavramını açıklamaktadır. Doğrusallık varsayımı aslında temel olarak orantılı olma ve katkı olmak üzere iki özellikle ilgilidir:

- Orantılı olma: Bu özellik, her bir karar değişkeninin gerek amaç fonksiyonuna gerekse de tüm kısıtlara etkisinin, söz konusu değişkenin değeriyle doğru orantılı olması gerektiğini ifade eter.
- <u>Katkı:</u> Bu özellik de, kısıtlardaki ve amaç fonksiyonundaki tüm değişkenlerin toplam katkısının bu değişkenlerin tekil (bireysel) katkılarının toplamından oluşması şartını koşar.

DP Modellerinin Dayandığı Varsayımlar

Toplanabilirlik:

Toplanabilirlik varsayımı doğrusallık varsayımının doğal bir sonucudur. Kıt kaynakların kullanılması çerçevesinde toplanabilirlik varsayımı düşünüldüğünde, rakip faaliyetler tarafından birlikte kullanılan toplam kaynak miktarının bu rakip faaliyetlerin teker teker kullandıkları miktarların toplamına eşitlenmesidir. Bu varsayım amaç fonksiyonu çerçevesinde düşünüldüğünde ise, bu fonksiyonun bağımlı değişkeninin değeri tek tek faaliyetlerden kaynaklanan kar katkılarının toplamına eşitlenmesidir.

Bölünebilirlik:

DP modelinin dayandığı bu varsayıma göre her bir rakip faaliyetin sonsuz derecede bölünebilir olmasıdır. Bu varsayım çerçevesinde, karar değişkenleri tamsayılı değerlerin yanında kesirli değerlerde alabilmekte, kıt kaynaklar kesirli miktarlarda kullanılabilmektedir. Kesirli sonuç istenmeyen durumlarda da DP modeli kullanılabilir fakat elde edilen sonuç yuvarlanır. Bunun dışında karar değişkenlerinin zorunlu olarak tamsayılı değerler almaları istenilirse tamsayılı doğrusal programlama kullanılır.

DP Modellerinin Dayandığı Varsayımlar

Belirlilik (Kesinlik):

DP modelinde rakip faaliyetlerin amaç fonksiyonuna katkılarının, kullandıkları kaynak miktarlarının ve kıt kaynakların mevcut miktarlarının önceden kesinlikle bilindikleri varsayılmaktadır. Gerçek hayattaki problemlerin aslında küçük bir bölümü bu varsayımı sağlamaktadır. Doğrusal programlama genellikle gelecekteki faaliyetlerin seçiminde kullanılır. Bu yüzden de parametre değerleri gelecekteki koşullar dikkate alınarak belirlenir. Bundan dolayı, durumun bu şekilde olması halinde kullanılan çözüm yöntemi ise optimal çözüm bulunduktan sonra bu çözümün parametrelere olan duyarlılığını göstermede kullanılacak olan duyarlılık analizidir.

Görüldüğü gibi bir DP probleminde bu varsayımların tamamının sağlanması halinde modelin kurulması söz konusu olacaktır. Bu varsayımlar dikkate alındığında her karar problemine DP modelinin uygulanamayacağı açıkça görülmektedir.

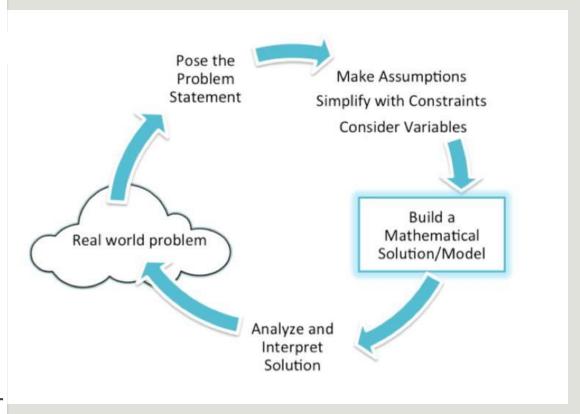
DP'nın Sanayi Uygulamaları

Doğrusal programlama birçok mümkün çözümler arasından en uygun olanı seçmede kullanılan bir grup matematik teknik olarak tanımlanır. Uygulamada karşılaşılan problemlerin bir çoğu bu tip olduğundan doğrusal programlama, işletmelerde değişik alanlara başarıyla uygulanmıştır. Buna ilave olarak ekonomi tarım ve mühendislik gibi değişik bilimlerde yapılmış çok sayıda uygulama çalışmaları vardır.

Bilgisayarların modellerin çözümünde kullanılması uygulama çalışmalarını hızlandırmıştır. Bu yüzden doğrusal programlama hem planlama hem de günlük programlama meselelerinde başarıyla kullanılmıştır ve gelecekteki uygulama sahasının daha da genişleyeceğine şüphe yoktur. Geçen bir kaç yılda bu uygulamalar hızla geliştirilmiş ve sayıları artmıştır. Doğrusal programlama uygulamasında önem endüstri uygulamalarına geçmiştir. Çünkü doğrusal programlama işletmelerde yöneticilere değişik biçimlerde yararlı ve yardımcı olmaktadır. Öncelikle DP işletmedeki üretim ve işlemler hakkında önceden bilgi vermektedir. İkincisi, endüstriyel sistemlerin yapısını matematik olarak araştırmaya, modeller kurmaya zorlamaktadır. Üçüncüsü de işletmede verimliliğin artması için yöneticilerin elinde önemli bir araç olmaktadır.

DP'nın Sanayi Uygulamaları

Doğrusal programlama tekniğiyle endüstride karşılaşılan birçok problem kolaylıkla çözülebilmektedir. Ancak dikkat edilmesi gereken nokta, bu problemlerin matematiksel ifadesinde, doğrusal programlamanın gerçek sorunu tam olarak yansıtmayabileceğidir. Çoğu kez modeller bazı varsayımlar altında yapılan bir yaklaşımdır. Bununla beraber modeller işletme ve yönetim için oldukça yararlı sonuçlar vermektedir. Aslında mühendislik gibi uygulamalı bilimlerde de gerçek sorunu kesin bir şekilde ifade eden modeller oldukça azdır. Önemli olan modelin tutarlı bilgiler temin etmeye yeterli doğrulukta olmasıdır.



Doğrusal programlama modellerinin uygulamaları göstermiştir ki temelde bir kaç ana model vardır. Diğer uygulamalar bu ana modellerin kombinasyonu ya da değişik konularda uygulamalarıdır.

Uygulamaları değişik şekillerde gruplandırma yapılmaktaysa da temel olarak endüstridekiler üç guruba ayrılabilir:

- a) Değişik üretim konularında üretim ve stok planlama uygulamaları.
- b) Petrol ve diğer sanayi sektörlerinde optimum karışımın tayinindeki uygulamalar.
- c) Doğrusal programlama modelinin özel bir hali olan ulaştırma modelinin uygulamaları.

Örnek olarak karışım problemleri üzerinde duralım.

Genel olarak karışım problemlerinde bir ya da daha fazla ürünü elde etmek için çok sayıda ara ürün karıştırılır. Çoğu kez hammaddeler açısından ürünün kalitesini ve miktarını etkileyen sınırlayıcı şartlar vardır. Buna ilaveten son ürünün elde edilmesinde değişik şartlara bağlı hammaddeler çok sayıda değişik biçimde ve miktarda karıştırılabilirler. Bu yüzden karışım probleminin verilen bir amaç fonksiyonunu optimize edecek bir biçimde düzenlenmesi gerekir. Bu genellikle belirli sınır ve şartları sağlayan bir maliyet minimizasyonudur. Karışım problemlerine örnek yalnızca petrol endüstrisi değildir. Yem, gıda, demir-çelik metalürji gibi sanayi kollarında da karışım problemleriyle karşılaşılır.

Doğrusal programlama değişik oranlarda doğrusal değişen karışımların, karışım işlemleri için uygun bir yapı gösterir. Bu, hiçbir zaman karışımın bütün fiziki miktarlarının doğrusal değiştiği anlamına gelmez. Bu yüzden doğrusal programlama doğrusal olmayan durumlarda uygulandığında yalnızca yaklaşık bir sonuç verir. Birçok durumda doğrusallık kabulü karşım işlemlerinin incelenmesinde, çok yararlı ve yeterli sonuçlar almayı sağlar.

Doğrusal programlamanın ilk tutarlı ve yararlı uygulaması petrol rafinerilerinin programlamasında olmuştur. Yakın zamanlarda birçok petrol şirketi bu konuda geniş çalışmalar yapmıştır.

Rafineri işlemleri ham petrolün havada damıtılmasıyla başlar. Bu damıtma sonucu çok sayıda ara ürün ortaya çıkar. Diğer ürünler aynı hammadde ya da ara ürünlerin değişik oranlarda karıştırılmasından elde edilir. Bu yüzden rafineri işlemlerinin optimizasyonu oldukça karışıktır. Charnes, Cooper ve Mellon bu konuda öncü çalışmalar yapmışlardır. Bunları diğer çalışmalar izlemiştir.

Demir Çelik endüstrisi ve madencilik için değişik çalışmalar yapılmıştır. Demir çelik endüstrisinde üretim planlamasında ve yüksek fırınlara hammaddelerin yüklenmesiyle ilgili bir doğrusal programlama modelini T. Fabian geliştirmiştir. Ayrıca değişik demir cevherlerinin değerlendirilmesinde ve düşük kaliteli cevherlerin peletlenmesinde doğrusal programlamadan yararlanılmıştır.

Dökümhanelerde kupol ya da endüksiyon ocağına malzeme yüklenmesinde değişik kombinasyonlar söz konusudur. Minimum maliyette, istenen kalitede alaşımlı döküm elde etmek için, doğrusal programlamadan yararlanılarak, değişik çalışmalar yapılmıştır.

Görüleceği üzere doğrusal programlama tekniği başta üretim planlama problemleri olmak üzere endüstride ve diğer sahalarda oldukça geniş bir uygulama alanına sahiptir. Çok değişik sorunlara uygulanmış ve büyük tasarruflar sağlanmıştır.

Her modelde olduğu gibi doğrusal programlama modelleri de bazı varsayımlardan hareket edilerek düzenlenmektedir. Kuşkusuz sonuçların geçerliliği modelin hazırlanmasında gerekli bilgilerin tutarlılığına bağlıdır. Varılan sonuçlar mutlak ve değişmez veriler değildir. Verilerin toplandığı dönemle uygulanacağı dönemin farklı olması ya da istenen doğrulukta bilgi bulunamaması gibi nedenlerle kesin sonuçlara varılamayabilinir. Ancak soruna yaklaşımın nasıl yapılacağı belirlendiği için yeni verilerle gerçek durumu tespit etmek her zaman mümkündür.

Uygulama çalışmalarının işletme için en önemli yanı her şeyden önce mevcut durumu gözler önüne sermesidir. Ayrıca, üretim, pazarlama ve satın alma gibi işletme politikalarının yönlendirilmesinde, yönetici elinde güçlü bir araç olmasıdır.

DP – Grafik Çözüm – Örnek

Doğrusal Programlamada 2 karar değişkeni olduğu durumlarda grafik yöntem ile çözüm yapılabilir.

Örneğin, aşağıda verilen matematiksel modeli grafik yöntem ile çözelim.

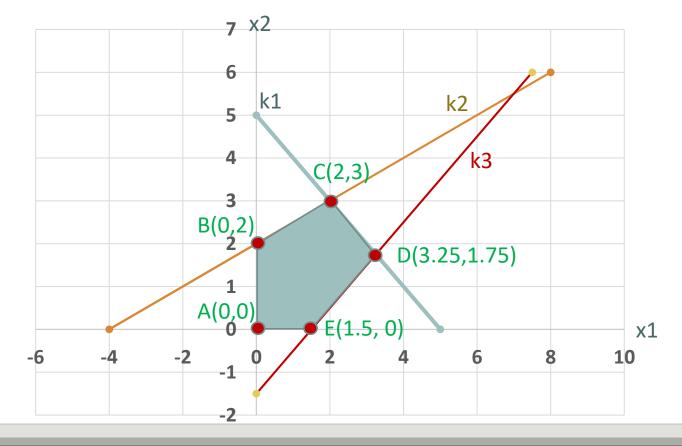
$$Enb Z = 5x_1 + 3x_2$$

$$x_1 + x_2 \le 5 \qquad (k1)$$

$$-x_1 + 2x_2 \le 4$$
 (k2)

$$2x_1 - 2x_2 \le 3$$
 (k3)

$$x_1, x_2 \ge 0$$



Nokta	Z Değeri
Α	0
В	6
С	19
D	21.5*
Ε	7.5

DP – Grafik Çözüm – Örnek

Peki ikiden fazla karar değişkeni olsaydı ne olurdu? Üç adet karar değişkeninden oluşan aşağıdaki örneği ve grafik çözümünü inceleyelim.

Maximize
 P
 =

$$20x_1$$
 +
 $10x_2$
 +
 $15x_3$
 ≤
 55

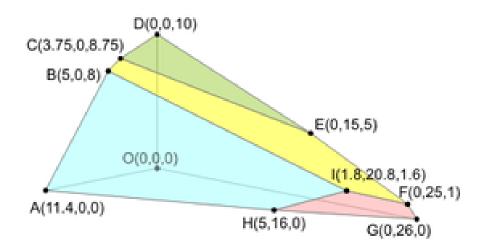
 Subject to:
 $3x_1$
 +
 $2x_2$
 +
 $5x_3$
 ≤
 55

 $2x_1$
 +
 x_2
 +
 x_3
 ≤
 26

 x_1
 +
 x_2
 +
 $3x_3$
 ≤
 30

 $5x_1$
 +
 $2x_2$
 +
 $4x_3$
 ≤
 57

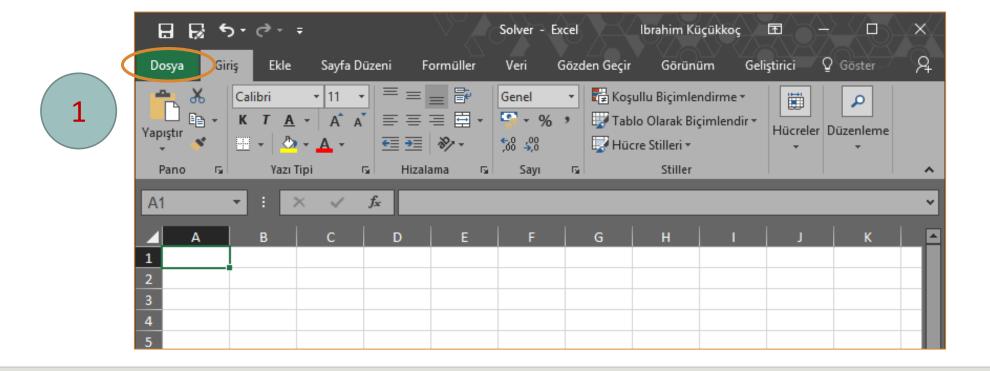
 x_1
 -
 x_2
 -
 x_3
 ≥
 0

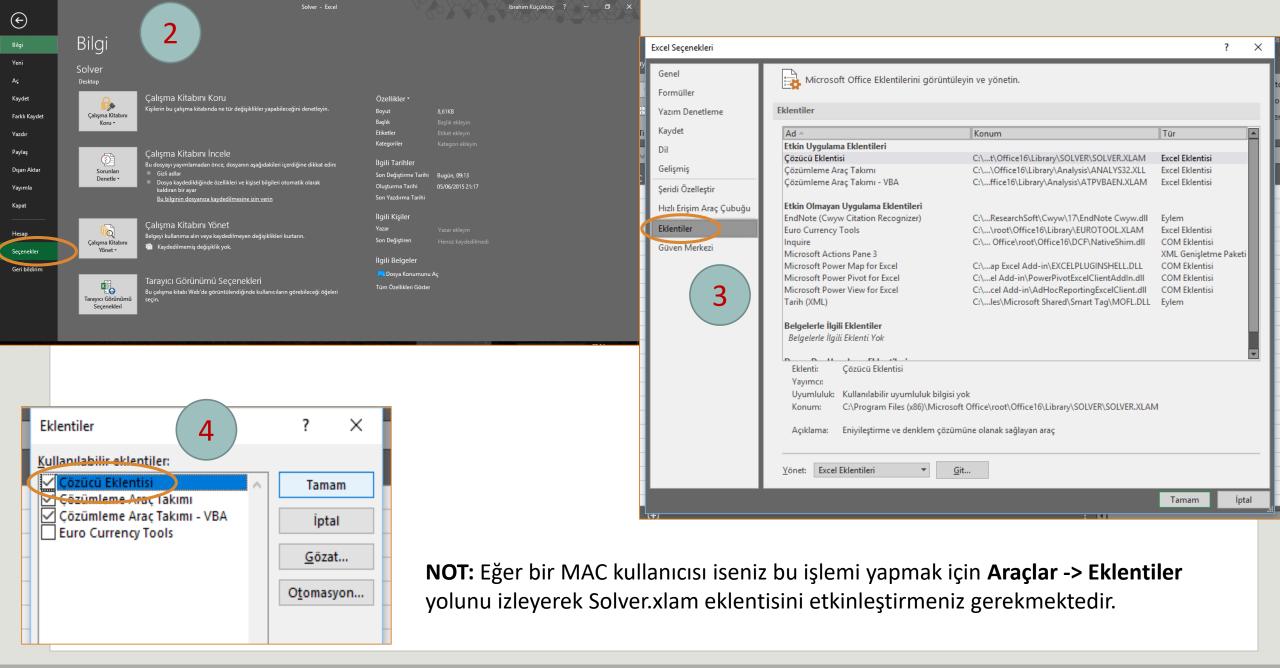


Problem Çözmede Excel Solver Kullanımı

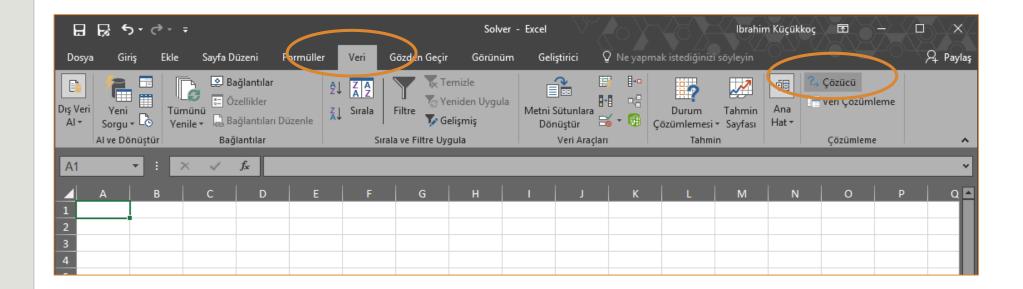


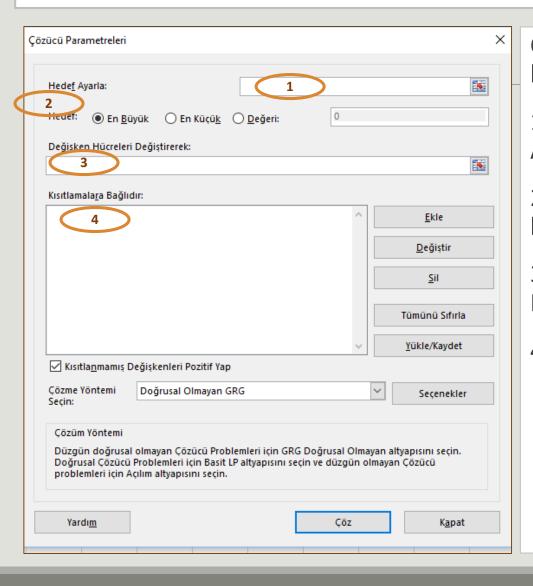
Solver eklentisi, Excel ile birlikte gelen bir araçtır fakat kullanabilmek için öncelikle Excel'de **Dosya -> Seçenekler-> Eklentiler** yolu izlenerek **Çözücü (Solver) Eklentisi** etkinleştirilmelidir. Daha sonra Excel kapatılıp yeniden açılmalıdır.





Excel'i kapatıp yeniden başlattıktan sonra, **Veri** menüsüne eklenmiş olan ve kullanıma hazır bulunan **Çözücü** eklentisini görebilirsiniz.





Çözücü'ye tıkladığınızda ekrana gelen panel sizden aşağıdaki bilgileri isteyecektir:

- 1: Amaç fonksiyonu değerinin bulunduğu hücre (Bkz: Hedef Ayarla)
- 2: Amaç fonksiyonu stratejisi -maksimizasyon, minimizasyon, hedef değer- (Bkz: Hedef)
- 3: Karar değişkenlerinin bulunduğu hücreler (Bkz: Değişken Hücreleri Değiştirerek)
- 4: Kısıtlar (Bkz: Kısıtlamalara Bağlıdır)

Excel Solver Kullanarak Problem Çözme Adımları:

Bir optimizasyon probleminin Excel Solver kullanılarak çözülmesi için sırasıyla aşağıdaki adımlar takip edilir.

- Problem verisi Excel üzerinde mantıklı bir şekilde düzenlenir.
- Modeldeki her bir karar değişkeninin alacağı değeri tutmak üzere bir Excel hücresi belirlenir.
- Bir hücreye, modelin amaç fonksiyonu değerini hesaplayacak olan formülasyon yazılır.
- Her bir kısıt için sol taraf değerlerini hesaplayacak olan bir formülasyon ilgili hücrelere yazılır.
- Excel Solver paneli açılarak karar değişkenleri, amaç fonksiyonu, kısıtlar ve sınırlamalar ilgili kutucuklarda tanımlanır.
- Solver çalıştırılır.

Excel Solver-Örnek 1: Ahşap Panel Üretimi

Dört tip ahşap panelin (Tahoe, Pacific, Savannah, Aspen) üretildiği bir sistemi ele alalım. Her ahşap panel, çam ve meşe talaşlarının farklı miktarlarda karıştırılıp yapıştırılması ve preslenmesi sonucu oluşmaktadır.

Aşağıdaki tablo, değişik panel tipleri için bir palet panel üretiminde kullanılması gereken kaynak miktarlarını göstermektedir.

Her Bir Palet İçin Gerekli Kaynak Miktarı								
Kaynak/Panel Tahoe Pacific Savannah Aspen								
Yapıştırıcı (litre)	50	50	100	50				
Sıkıştırma (saat)	5	15	10	5				
Çam Talaşı (kg)	500	400	300	200				
Meşe Talaşı (kg)	500	750	250	500				

Eldeki (mevcut) kaynak miktarları şu şekildedir:

5800 litre yapıştırıcı

730 saat sıkıştırma kapasitesi

29200 kg çam talaşı

60500 kg meşe talaşı

Her bir palet Tahoe, Pacific, Savannah ve Aspen paneli sırasıyla 450, \$1150, \$800 ve \$400 dolara satılmaktadır.

Firma karını maksimize etmek için her bir panel tipinden kaç palet üretmelidir?

Öncelikle problem matematiksel model olarak ifade edilmelidir.

Karar değişkenleri Tahoe, Pacific, Savannah ve Aspen modellerinin üretim miktarlarıdır. Bunlar sırasıyla X_1, X_2, X_3 ve X_4 olarak düşünülürse amaç fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$Max: 450X_1 + 1150X_2 + 800X_3 + 400X_4$$

Kaynak kullanımlarına ilişkin kısıtlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$50\,X_1\,+\,50\,X_2\,+\,100\,X_3\,+\,50\,X_4\,\leq\,5800$$
 (yapıştırıcı) $5\,X_1\,+\,15\,X_2\,+\,10\,X_3\,+\,5\,X_4\,\leq\,730$ (sıkıştırma) $500\,X_1\,+\,400\,X_2\,+\,300\,X_3\,+\,200\,X_4\,\leq\,29200$ (çam) $500\,X_1\,+\,750\,X_2\,+\,250\,X_3\,+\,500\,X_4\,\leq\,60500$ (meşe)

Herhangi bir panelin üretim miktarı O'dan küçük olamayacağı için:

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

a) Öncelikle problem verisi Excel'de uygun ve mantıksal bir formatta yazılmalıdır. Bu aşamada henüz bir formül kullanılmamıştır:

		Pan				
	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen		
Kazanç	\$450	\$1,150	\$800	\$400		
	Her Bir P	alet İçin G	Mevcut			
Yapıştırıcı	50	50	100	50	5,800	litre
Sıkıştırma	5	15	10	5	730	saat
Çam Talaşı	500	400	300	200	29,200	kg
Meşe Talaşı	500	750	250	500	60,500	kg

b) Modeldeki karar değişkenlerinin alacağı değerleri tutmak üzere hücreler oluşturulur:

		Pan				
	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen		
Pallet Sayısı	0	0	0	0		
Kazanç	\$450	\$1,150	\$800	\$400		
	Her Bir P	alet İçin G	Mevcut			
Yapıştırıcı	50	50	100	50	5,800	litre
Sıkıştırma	5	15	10	5	730	saat
Çam Talaşı	500	400	300	200	29,200	kg
Meşe Talaşı	500	750	250	500	60,500	kg

c) Bir hücreye, modelin amaç fonksiyonu değerini hesaplayacak olan formülasyon yazılır.

Burada toplam kazanç hesabı için 'TOPLA.ÇARPIM' formülü kullanılır

=TOPLA.ÇARPIM(C19:F19,C18:F18)

Bu formül aşağıdaki işlemi yerine getirir:

$$450X_1 + 1150X_2 + 800X_3 + 400X_4$$

		Pan				
	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen		
Pallet Sayısı	0	0	0	0	Toplam Kazanç	
Kazanç	\$450	\$1,150	\$800	\$400	\$0	
	Her Bir Pa	alet İçin G	Mevcut			
Yapıştırıcı	50	50	100	50	5,800	litre
Sıkıştırma	5	15	10	5	730	saat
Çam Talaşı	500	400	300	200	29,200	kg
Meşe Talaşı	500	750	250	500	60,500	kg

d) Her bir kısıt için sol taraf değerlerini hesaplayacak olan bir formülasyon ilgili hücrelere yazılır. Resimde belirtildiği üzere 'Kullanılan' başlığı altında belirtilen hücreler bu amaçla oluşturulmuştur. Örneğin kullanılan yapıştırıcı miktarını hesaplayan

$$50 X_1 + 50 X_2 + 100 X_3 + 50 X_4 \le 5800$$
 formülü

=TOPLA.ÇARPIM(C22:F22,\$C\$18:\$F\$18)

olarak yazılmıştır.

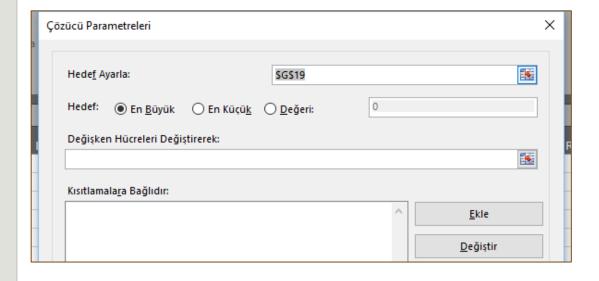
NOT: Şu anda karar değişkeni değerleri '0' olduğu için kullanılan kaynak miktarı değerleri de '0' olarak görünmektedir.

	Panel Tipi						
	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen			
Pallet Sayısı	0	0	0	0	Toplam Kazanç		
Kazanç	\$450	\$1,150	\$800	\$400	\$0		
	Her Bir Palet İçin Gerekli Kaynak Miktarı			Kullanılan	Mevcut		
Yapıştırıcı	50	50	100	50	0	5,800	litre
Sıkıştırma	5	15	10	5	0	730	saat
Çam Talaşı	500	400	300	200	0	29,200	kg
Meşe Talaşı	500	750	250	500	0	60,500	kg

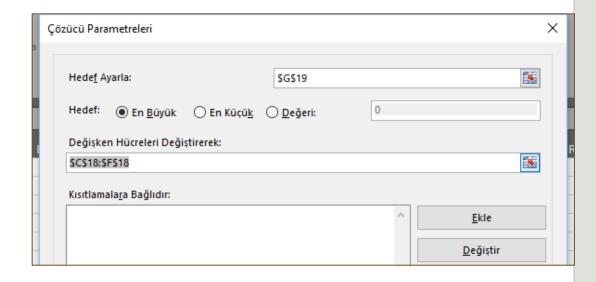
e) Excel Solver paneli açılarak karar değişkenleri, amaç fonksiyonu, kısıtlar ve sınırlamalar ilgili kutucuklarda tanımlanır.

Hedef Ayarla: \$G\$19

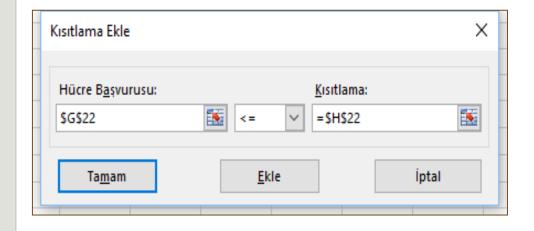
Hedef: En Büyük



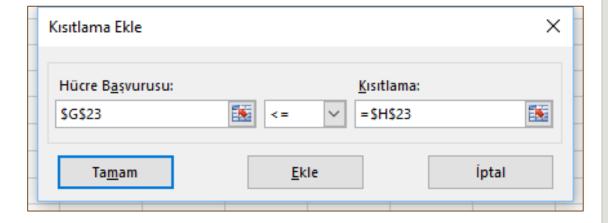
Değişken Hücreleri Değiştirerek: \$C\$18:\$F\$18



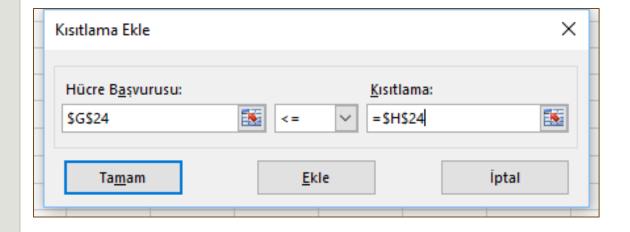
Yapıştırıcı kısıtı: Kullanılan miktar mevcut miktardan küçük veya eşit olmalıdır:



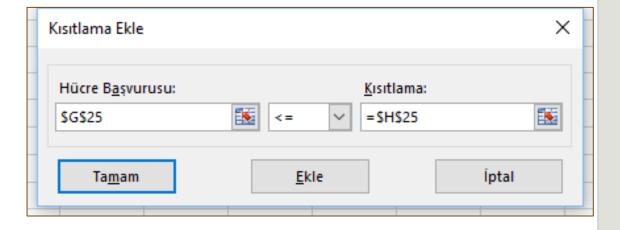
Sıkıştırma kısıtı: Kullanılan miktar mevcut miktardan küçük veya eşit olmalıdır:



Çam talaşı kısıtı: Kullanılan miktar mevcut miktardan küçük veya eşit olmalıdır:

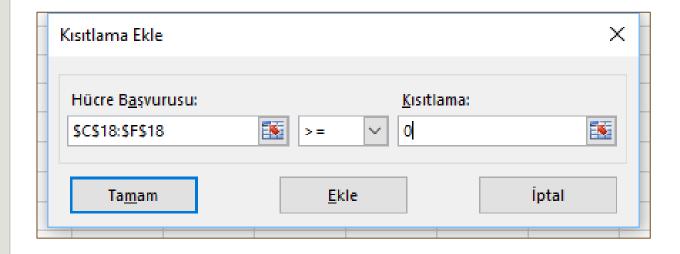


Meşe talaşı kısıtı: Kullanılan miktar mevcut miktardan küçük veya eşit olmalıdır:



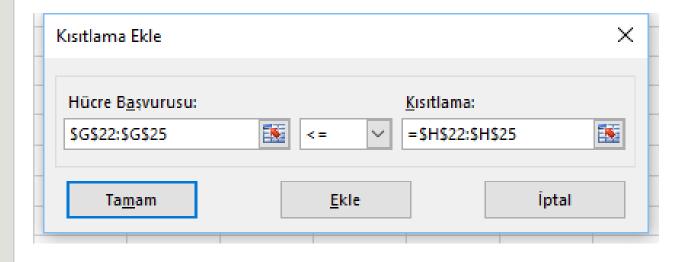
Herhangi bir panelin üretim miktarı O'dan küçük olamayacağı için tüm karar değişkenleri sıfırdan büyük veya eşit olmalıdır:

\$C\$18:\$F\$18 >= 0

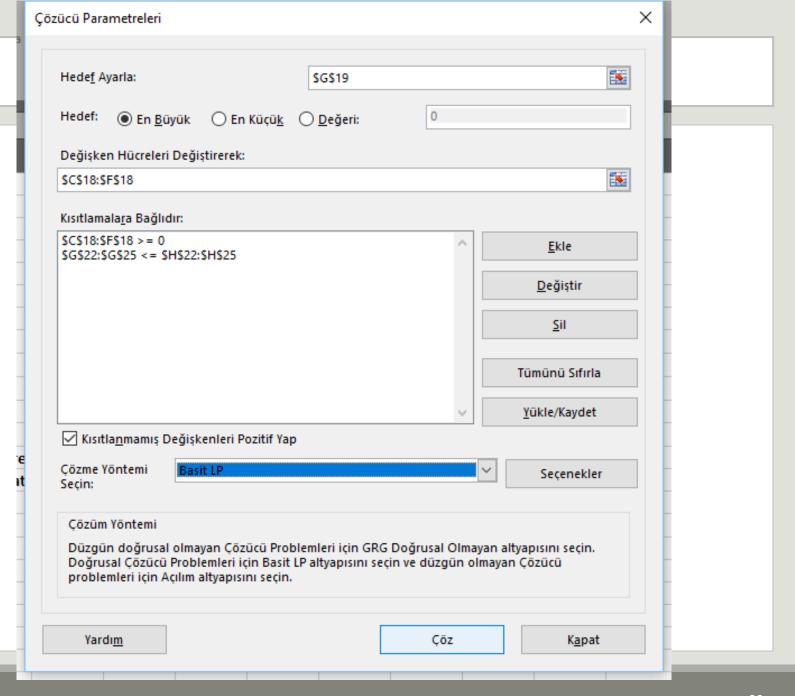


NOT: Yapıştırma, sıkıştırma, çam talaşı ve meşe talaşı kısıtlarını tek tek girmektense, aşağıdaki şekilde toplu olarak da girilebilir. Bu durumda elde edilecek olan sonuç değişmeyecektir.

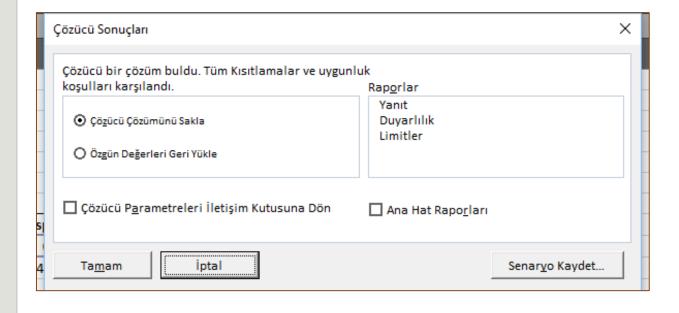
\$G\$22:\$G\$25 <= \$H\$22:\$H\$25).



f) Çöz butonuna tıklanarak Solver çalıştırılır.



Solver bir süre çalıştıktan sonra çözümü buldu ve bu çözümün tüm kısıtları ve uygunluk koşullarını sağladığını belirtti:



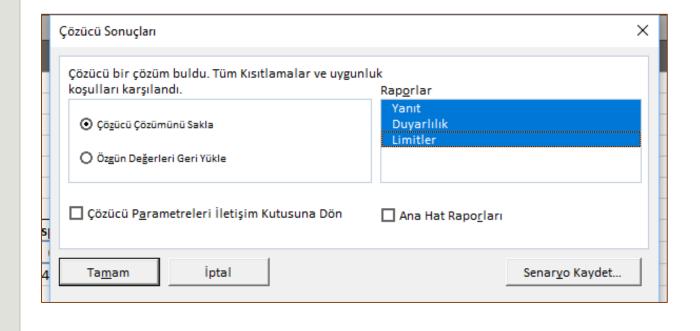


Aşağıdaki resimden görüleceği üzere, bulunan çözüme göre karar değişkenlerinin ve amaç fonksiyonunun değerleri ilgili hücrelere yazılmıştır. Bu sonuca göre Tahoe, Pacific ve Savannah modellerinden 23, 15 ve 39 palet üretilmesi maksimum kazancı (\$58,800) sağlayacaktır. Yapıştırıcı, sıkıştırma ve çam talaşı kapasitelerinin tamamı kullanılmış, meşe talaşı kısıtının ise 32500 kg'ı kullanılmıştır.

	Tahoe	Pacific	Savannah	Aspen			
Pallet Sayısı	23	15	39	0	Toplam Kazanç		
Kazanç	\$450	\$1,150	\$800	\$400	\$58,800		
	Her Bir P	alet İçin Ge	rekli Kayna	k Miktarı	Kullanılan	Mevcut	
Yapıştırıcı	50	50	100	50	5,800	5,800	litre
Sıkıştırma	5	15	10	5	730	730	saat
Çam Talaşı	500	400	300	200	29,200	29,200	kg
Meşe Talaşı	500	750	250	500	32,500	60,500	kg



İstenen raporlar (Yanıt, Duyarlılık, Limit) seçilerek Tamam butonuna tıklanırsa, Excel'de yeni sayfalarda raporlar oluşturulur.





Excel Solver-Örnek 2: Bilgisayar Firması (Ürün Karışımı)

Problem:

ABC firması, standart ve lüks bilgisayar olarak adlandırdığı iki tip bilgisayar üretmektedir. Standart bilgisayarlar için normal kapasiteli, lüks bilgisayarlar içinse yüksek kapasiteli sabit disk (SD) kullanılmaktadır. Ayrıca standart bilgisayarlarda bir adet, lüks bilgisayarlarda iki adet RAM vardır. Firma, standart bilgisayar başına \$30, lüks bilgisayar başına \$50 kar etmektedir. Bir ayda en çok 60 adet normal kapasiteli SD, 50 adet yüksek kapasiteli SD ve 120 adet RAM kullanılabilmektedir. Firma, stok değerlerini aşmayacak şekilde iki tip bilgisayardan ayda kaçar adet üretmesi durumunda kar maksimize edilecektir?

Model:

Firmanın aylık standart bilgisayar üretim miktarı Xs, aylık lüks bilgisayar üretimi XI ile gösterilirse; amaç karı maksimize etmek olduğundan amaç fonksiyonu:

Max: 30Xs + 50Xl

Kısıtlar:

$$Xs \leq 60$$

$$Xl \leq 50$$

$$Xs + 2Xl \le 120$$

$$Xs, Xl \geq 0$$

Karar Değişkenleri

Bu örnekte üretilecek ürünlerin optimum miktarının belirlenmesi isteniyor.

Dolayısıyla, C10:D10 hücreleri karar değişkenleridir.

Değişken Sınırları

Negatif sayıda ürün üretilem eyeceği için değiş kenler en düşük 0 değerini alabilirler. Bu durum *C10:D10* >= 0 olarak Çözücüde kısıt olarak belirtilmiştir.

Alternatif olarak Çözücüde "Kısıtlanmamış Değişkenleri Pozitif Yap" seçeneği de seçilebilir.

	Ürün 1	Modeli			
	Standart	Lüks			
Üretim miktarı	0	0 0		Toplam Kazanç	
Birim kazanç	30	30 50		0	

Amaç Fonksiyonu

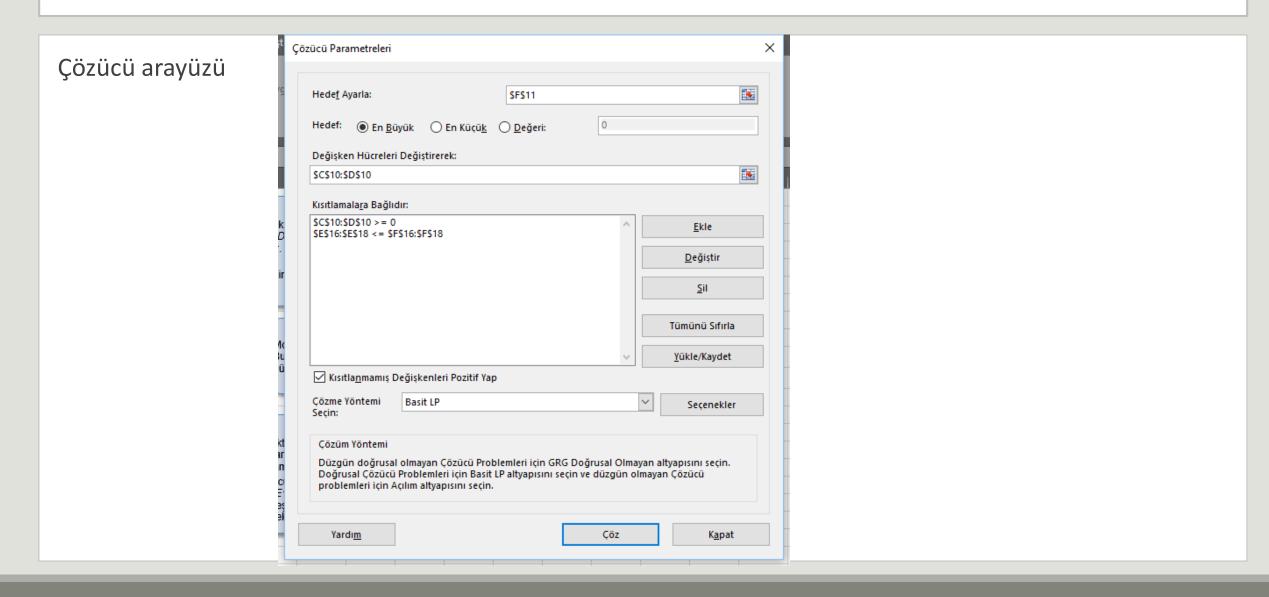
Modeldeki amacımız karı maksimize etmektir. Bu amaçla, modelde kullanmak üzere F11 hücresini belirliyoruz.

Gerekli Miktar Kullanılan Stok Bileşenler Standart Lüks Normal kap. SD 0 0 60 Yüksek kap. SD 0 50 0 **RAM** 120

Kısıtlar

Örnekte, kullanılacak malzeme veya kapasite kısıtlarını içeren dört grup kısıt bulunmaktadır.

Çözücüde kısıt tanımlamaları alanında E16:E18 <= F16:F18 şeklinde eklenecek olan eşitsizlik bu kısıtları modele dahil edecektir.





Karar Değişkenleri

Bu örnekte üretilecek ürünlerin optimum miktarının belirlenmesi isteniyor.

Dolayısıyla, C10:D10 hücreleri karar değişkenleridir.

Değişken Sınırları

Negatif sayıda ürün üretilem eyeceği için değiş kenler en düşük 0 değerini alabilirler. Bu durum *C10:D10* >= 0 olarak Çözücüde kısıt olarak belirtilmiştir.

Alternatif olarak Çözücüde "Kısıtlanmamış Değişkenleri Pozitif Yap" seçeneği de seçilebilir.

	Ürün 1	Modeli			
	Standart	Lüks			
Üretim miktarı	60	60 30		Toplam Kazanç	
Birim kazanç	30	30 50		3300	

Amaç Fonksiyonu

Modeldeki amacımız karı maksimize etmektir. Bu amaçla, modelde kullanmak üzere F11 hücresini belirliyoruz.

Gerekli Miktar Kullanılan Stok Bileşenler Standart Lüks Normal kap. SD 60 0 60 30 Yüksek kap. SD 0 50 RAM 120 120

Kısıtlar

Örnekte, kullanılacak malzeme veya kapasite kısıtlarını içeren dört grup kısıt bulunmaktadır.

Çözücüde kısıt tanımlamaları alanında E16:E18 <= F16:F18 şeklinde eklenecek olan eşitsizlik bu kısıtları modele dahil edecektir.

Excel Solver-Örnek 3: Elektronik Sirketi (Ürün Karışımı)

Firmanız, LCD TV, Muzik Calar ve Hoparlor uretimi yapmaktadir. Bu urunlerin uretiminde, Govde, LCD Ekran, Hoparlor, Guc unitesi ve Cesitli Elektronik Parcalari "ortak" olarak kullanmaktadir. Kullanilacak parcalarin tedarigi sınırlı iken karı maksimize edecek optimum uretim miktarlarini bulunuz.

Part F	Malzeme Stok Miktarlari			
Parca Adi	LCD TV	Muzik Calar	Hoparlor	Mevcut
Govde	1	1	0	450
LCDEkran	1	0	0	250
Hoparlor	2	2	1	800
Guc Unitesi	1	1	0	450
Elektronik Parca	2	1	1	600
Birim Kar	\$75	\$50	\$35	

Karar Değişkenleri Değişken Sınırları Bu örnekte üretilecek ürünlerin optimum miktarının Negatif sayıda ürün üretilem eyeceği için belirlenmesi isteniyor. değişkenler en düşük 0 değerini alabilirler. Bu Dolayısıyla, C14:E14 hücreleri karar değişkenleridir. durum C14:E14 >= 0 şeklinde Çözücüde kısıt olarak belirtilmiştir. Alternatif olarak Çözücüde "Kısıtlanmamış Değişkenleri Pozitif Yap" seçeneği de seçilebilir. Uretim Kararlari Hoparlor LCD TV Muzik Calar Uretim Miktari 0 0 0 Kısıtlar Part Requirements by Product Malzeme Stok Miktarlari Örnek model, kullanılacak malzeme miktarlarını Muzik Calar Parca Adi LCD TV Hoparlor Kullanilan Mevcut sınırlayan 5 tane kısıt içermektedir. Çözücüde Number used <= Number available 0 450 Govde 1 0 kısıtı bu durumu ifade etmektedir. Bu aynı zamanda G18:G22 <= H18:H22 anlamına 250 LCDEkran 0 0 gelmektedir. Hoparlor 2 0 800 Guc Unitesi 0 0 450 Amaç Fonksiyonu Elektronik Parca 2 0 600 Modeldeki amacımız G24 hucresınde hesaplanan karı (Total_profit) maksimize etmektir. Birim Kar \$75 \$50 \$35 \$0



Karar Değişkenleri

Bu örnekte üretilecek ürünlerin optimum miktarının belirlenmesi isteniyor.

Dolayısıyla, C14:E14 hücreleri karar değişkenleridir.

Değişken Sınırları

Negatif sayıda ürün üretilemeyeceği için değişkenler en düşük 0 değerini alabilirler. Bu durum C14:E14 >= 0 şeklinde Çözücüde kısıt olarak belirtilmiştir.

Alternatif olarak Çözücüde "Kısıtlanmamış Değişkenleri Pozitif Yap" seçeneği de seçilebilir.

Uretim Kararlari

	LCD TV	Muzik Calar	Hoparlor
Uretim Miktari	200	200	0

Part Requirements by Product Malzeme Stok Miktarlari

		<u>, </u>				Ш
Parca Adi	LCD TV	Muzik Calar	Hoparlor	Kullanilan	Mevcut	
Govde	1	1	0	400	450	
LCDEkran	1	0	0	200	250	
Hoparlor	2	2	1	800	800	
Guc Unitesi	1	1	0	400	450	
Elektronik Parca	2	1	1	600	600	
Birim Kar	\$75	\$50	\$35	\$25,000		

Kısıtlar

Örnek model, kullanılacak malzeme miktarlarını sınırlayan 5 tane kısıt içermektedir.

Çözücüde *Number_used* <= *Number_available* kısıtı bu durumu ifade etmektedir.

Bu aynı zamanda G18:G22 <= H18:H22 anlamına gelmektedir.

Amaç Fonksiyonu

Modeldeki amacımız G24 hucresınde hesaplanan karı (Total_profit) maksimize etmektir.

Excel Solver-Örnek 4: Bütçe Kısıtlı Proje Seçimi

Bir sirket gelecek yil icin sekiz olasi proje yatirimini degerlendirmektedir. Her bir projenin beklenen getirisi ve her bir proje icin yapilmasi gereken baslangic yatirimi tabloda verilmistir. Butceyi (\$1.5 milyon) asmayarak Beklenen Toplam Getiri'yi maksimize edecek sekilde hangi projelerin yatirima dahil edilmesi gerektigine karar veriniz.

Proje No	Basarili Olursa	Basarili Olma	Beklenen	Baslangic	[Beklenen Getiri]	Dahil Etme
	Getirisi	Sansi	Getiri	Yatirimi	- [Yatirim]	Karari
1	500000	100%	\$500.000	\$425.000	\$75.000	0
2	750000	100%	\$750.000	\$450.000	\$300.000	0
3	1000000	100%	\$1.000.000	\$550.000	\$450.000	0 4
4	600000	100%	\$600.000	\$300.000	\$300.000	0
5	500000	100%	\$500.000	\$150.000	\$350.000	0
6	500000	100%	\$500.000	\$250.000	\$250.000	0
7	450000	100%	\$450.000	\$350.000	\$100.000	0
8	500000	100%	\$500.000	\$325.000	\$175.000	0

Karar Degiskenleri

Karar degiskenleri 112:119 hucrelerinde verilmistir. 0-1 ikili degiskenlerdir. 1 olmasi, projenin yatirima dahil edilecegi anlamini tasir.

Degiskenler

Bu ornek deterministik olarak ele alinmistir ve proje getirisi ve basarili olma olasiligi acisindan belirsizlik icermemektedir. Basarili olma olasiligi tum projeler icin 100% olarak kabul edilmistir. Degiskenler D12:D19 hucrelerinde verilmistir.

Toplam Yatirim: \$0

Butce Kisiti: \$1.500.000

Toplam Getiri \$0

Toplam yatirimin, toplam butce olan \$1.5 Milyon'i asmamasi (G21 <= G22) gerekmektedir.

Kısıt

Amac Fonksiyonu

Amac (G24), toplam getiriyi maksimize etmektir.

Excel Solver-Örnek 5: Ürün Karışımı

Sirketiniz, LCD TV, Muzik Calar ve Hoparlor uretimi yapmaktadir. Bu urunlerin uretiminde, Govde, LCD Ekran, Hoparlor, Guc unitesi ve Cesitli Elektronik Parcalari "ortak" olarak kullanmaktadir. Kullanilacak parcalarin tedarigi sınırlı iken karı maksimize edecek optimum uretim miktarlarini bulunuz.

Karar Değişkenleri

Bu örnekte üretilecek ürünlerin optimum miktarının belirlenmesi isteniyor. Dolayısıyla, C14:E14 hücreleri karar değişkenleridir.

Birim Kar

Değisken Sınırları

Negatif sayıda ürün üretilemeyeceği için değişkenler en düşük 0 değerini alabilirler. Bu durum C14:E14 >= 0 şeklinde Çözücüde kısıt olarak belirtilmiştir.

24.995,00

Alternatif olarak Çözücüde "Kısıtlanmamış Değişkenleri Pozitif Yap" seçeneği de

Uretim Kararlari

	LCD TV	Muzik Calar	Hoparlor
Uretim Miktari	199	200	2

\$75

Part Req	uirements l	by Product		Malzeme St	ok Miktarlari	
Parca Adi	LCD TV	Muzik Calar	Hoparlor	Kullanilan	Mevcut	
Govde	1	1	0	399	450	
LCDEkran	1	0	0	199	250	
Hoparlor	2	2	1	800	800	
Guc Unitesi	1	1	0	399	450	
Elektronik Parca	2	1	1	600	600	

\$35

\$50

Kısıtlar

Örnek model, kullanılacak malzeme miktarlarını sınırlayan 5 tane kısıt içermektedir.

Cözücüde Number_used <= Number_available kısıtı bu durumu ifade etmektedir.

Bu aynı zamanda G18:G22 <= H18:H22 anlamına gelmektedir.

Amaç Fonksiyonu

Modeldeki amacımız G24 hucresınde hesaplanan karı (Total profit) maksimize etmektir.

	Malzeme	Agirlik	Fayda	Dahil Et?
Excel Solver-Örnek 6: Sırt	1	20,0	49	0
LXCel Solvel-Offiek 0. Sitt	2	27,0	27	0
Çantası (Knapsack) Problemi	3	26,0	77	0
2	4	26,0	18	0
32 adet tibbi malzemenin bir	5	24,0	33	0
	6	28,0	45	0
kargo aracina yuklenerek savas	- 7 - 0	20,0	68 16	0
bolgesine tasinmasi	8 9	27,0 22,0	40	0
planlanmaktadir. Her bir	10	20,0	30	0
	11	29,0	74	0
malzeme, bir digerine gore daha	12	28,0	39	0
oncelikli olabilecegi icin	13	21,0	57	0
tanimlanmis olan bir "fayda"ya	14	20,0	69	0
	15	27,0	50	0
sahiptir. Kargo aracinin toplam	16	27,0	41	0
kapasitesi 450 kg dir ve	17 18	25,0	71	0
	19	23,0 23,0	17 67	0
malzemelerin agirliklari tabloda	20	23,0	51	0
verilmistir. Amac, faydayi	21	27,0	70	0
maksimize edecek sekilde	22	29,0	74	0
	23	24,0	39	0
kapasite sinirini asmadan hangi	24	27,0	41	0
urunlerin kargo aracina dahil	25	29,0	73	0
edilecegine karar vermektir.	26	29,0	33	0
canceegine karar vermektii.	27	29,0	27	0
	28 29	23,0	38 65	0
	30	24,0 20,0	38	0 0
	31	21,0	25	0
	32	21,0	38	0

Toplam Agirlik Kapasite 0,00 450

Kısıt
Kapasite kisiti
asilmamalidir
(G14<=H14).

0,00

Toplam Fayda

0

Amac Fonksiyonu

Faydayi maksimize edecek malzemeleri belirlemek.

Karar Degiskenleri

G12:G43 hucrelerinde verilen ikili degiskenler hangi urunun dahil edilmesi gerektigini belirtir ("1" degeri alinmissa, o urun dahil edilecek anlamini tasir)

Bir işletme, aşağıdaki özellikleri taşıyan ürün üretmektedir:

 $Yanma\ Noktası \ge 2800$

 $\ddot{O}zg\ddot{u}l A\ddot{g}_1rl_1\ddot{g}_1 \geq 1.00$

 α muhtevası \leq % 8 hacim olarak

 β muhtevası \leq % 3 hacim olarak

Üretici, yukarıdaki koşullara uygun olarak ürününü en düşük maliyetle üretmek istemektedir. Buna göre problemin doğrusal programlama modeli nasıl kurulur ve çözülür?

Ürün, litresi sırası ile 16 TL, 20 TL ve 25 TL olan A, B ve C yarı mamullerinden elde edilebilmektedir. Bu üç yarı mamulün özellikleri aşağıdaki gibidir.

	Α	В	С
Yanma noktası	2800	2700	2900
Özgül ağırlığı	0.95	1.20	1.10
α muhtevası	7	8	11
β muhtevası	4	5	3

Çözüm:

Karar Değişkenleri

 $x_1 = \ddot{U}r\ddot{u}ndeki A oranı$

 $x_2 = \ddot{U}r\ddot{u}ndeki\ B\ oranı$

 $x_3 = \ddot{U}r\ddot{u}ndeki C oranı$

Amaç fonksiyonu

$$Min Z = 16x_1 + 20x_2 + 25x_3$$

Problemin Kısıtları

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$280x_1 + 270x_2 + 290x_3 \ge 280$$
 (Yanma noktası kısıtı)

$$0.95x_1 + 1.20x_2 + 1.10x_3 \ge 1.00$$
 (Özgül ağırlık kısıtı)

$$7x_1 + 8x_2 + 11x_3 \ge 8$$
 (α muhtevası kısıtı)

$$4x_1 + 5x_2 + 3x_3 \ge 3$$
 (β muhtevası kısıtı)

Çözüm

EXCEL SOLVER ÇÖZÜMÜ

	Α	В	С		X1	X2	Х3	Z
Yanma noktası	2800,00	2700,00	2900,00		0,71	0,06	0,24	18,35
Özgül ağırlığı	0,95	1,20	1,10		Toplam	1,00		
α muhtevası(%)	7,00	8,00	11,00					
β muhtevası(%)	4,00	5,00	3,00					
Sınırlar				Yarımamül Fiyatları				
Yanma Noktası	2800,00	2817,65		A	16,00			
Özgül Ağırlık	1,00	1,00		В	20,00			
α muhtevası(%)	8,00	8,00		С	25,00			
β muhtevası(%)	3,00	3,82						

ABC şirketi yeni bir yer silme sıvısı üretecektir. Bu sıvının içinde A temizleyici maddesinden en az %20 en fazla %40, B temizleyici maddesinden en az %25 en fazla %50 ve C temizleyici maddesinden en az %35 en fazla %50 olacaktır. Şirket, ürününü üretmek için 3 ayrı hammadde kullanmaktadır. Bu hammaddelerin içerikleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Hammadde	A maddesi	B maddesi	C maddesi
I	%60	%30	%10
II	%25	%25	%50
III	%20	%50	%30

Hammadde I, II ve III' ün kg maliyetleri sırasıyla 1.5 TL, 1.55 TL, 1.6 TL'dir. Şirket en az maliyetle talebi karşılayacak yer silme sıvısının üretimi için doğrusal programlama modeli oluşturup çözmek istemektedir.

Geliştirilen matematiksel modele göre Excel Solver kullanarak çözümü bulunuz.

Karar değişkenleri

Karışım probleminde, her biri ürün içinde yer alacak hammadde miktarına karşılık gelen 3 karar değişkeni tanımlanmalıdır. Bunlar;

 $P_i = \ddot{u}r\ddot{u}n\ddot{u}n$ içinde yer alacak i hammaddesi oranı

Amaç fonksiyonu

Problemin amacı kullanılan hammadde maliyetini minimize etmektir. Dolayısıyla, karar değişkenleri ile o karar değişkenine karşılık gelen maliyet değerleri çarpılıp sonra da tüm değerler toplanarak amaç fonksiyonu elde edilir.

$$Min Z = 1.5 P_1 + 1.55 P_2 + 1.6 P_3$$

Problemin kısıtları

Problemdeki ilk üç kısıt, ürün içinde A, B ve C maddelerinden bulunması gereken en az miktarı sağlayan kısıtlardır.

$$0.60 P_1 + 0.25 P_2 + 0.20 P_3 \ge 0.20$$

$$0.30 P_1 + 0.25 P_2 + 0.50 P_3 \ge 0.25$$

$$0.10 P_1 + 0.50 P_2 + 0.30 P_3 \ge 0.35$$

Problemdeki ikinci grup üç kısıt da, ürünün içinde A, B ve C maddelerinden bulunması gereken en fazla miktarı sağlayan kısıtlardır.

$$0.60 P_1 + 0.25 P_2 + 0.20 P_3 \le 40$$

$$0.30 P_1 + 0.25 P_2 + 0.50 P_3 \le 50$$

$$0.10 P_1 + 0.50 P_2 + 0.30 P_3 \le 50$$

Üç hammaddeden kullanılan oranların toplamının %100 olmasını sağlayan kısıt da aşağıdaki şekilde yazılmalıdır.

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

Son olarak karar değişkenlerinin negatif olmama kısıtları da aşağıda gösterildiği gibi modele eklenmelidir.

$$P_i \geq 0$$

Amaç fonksiyonu ve kısıtlar bir araya getirilerek karışım modeli aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$Min Z = 1.5 P_1 + 1.55 P_2 + 1.6 P_3$$

$$0.60 P_1 + 0.25 P_2 + 0.20 P_3 \ge 0.20$$

$$0.30 P_1 + 0.25 P_2 + 0.50 P_3 \ge 0.25$$

$$0.10 P_1 + 0.50 P_2 + 0.30 P_3 \ge 0.35$$

$$0.60 P_1 + 0.25 P_2 + 0.20 P_3 \le 40$$

$$0.30 P_1 + 0.25 P_2 + 0.50 P_3 \le 50$$

$$0.10 P_1 + 0.50 P_2 + 0.30 P_3 \le 50$$

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

$$P_i \geq 0$$

Bir rafineri 2 tür kurşunsuz benzin üretimi yapmaktadır. 1. tipin varil fiyatı 48\$, 2. tipin varil fiyatı ise 53\$'dır. Her iki tip benzin de Tablo 1'de verilen özellikleri karşılamak zorundadır. Karışımda kullanılan bileşenler ve özellikleri de Tablo 2'de verilmiştir. Haftalık karı maksimize etmek için iki tip benzine hangi bileşenlerden hangi miktarlarda karıştırılmalıdır? Geliştirilen matematiksel modele göre Excel Solver kullanarak çözümü bulunuz.

Tablo 1

Benzin tipi	Minimum oktan oranı	Maksimum talep (varil/hafta)	Minimum dağıtım (varil/hafta)
1. Tip Benzin	87	80.000	60.000
2. Tip Benzin	93	40.000	15.000

Tablo 2

Benzin Bileşenleri	Oktan oranı	Arz miktarı (varil)	Maliyet (\$/varil)
1	86	70.000	33
2	96	60.000	37

Karar değişkenleri

Bu problemdeki kontrol değişkenleri, benzinlere karıştırılması gereken iki bileşenin miktarlarıdır.

 $x_{ij} = j$ tip benzine karıştırılan i bileşeninin varil cinsinden haftalık miktarı

$$i = 1, 2; j = 1, 2$$

Amaç Fonksiyonu

Benzin bileşenlerinin doğrusal olarak karıştığı kabul edilirse, 1. tip benzin miktarı $x_{11}+x_{21}$, ikinci tip benzin miktarı ise $x_{12}+x_{22}$ olarak verilir. Benzer şekilde kullanılan 1. ve 2. bileşenlerin toplam miktarları da sırasıyla $x_{11}+x_{12}$ ve $x_{21}+x_{22}$ olarak verilebilir. Amaç fonksiyonu şu şekilde formüle edilebilir:

$$Kar = satiş - maliyet$$

$$Max Z = 48(x_{11} + x_{21}) + 53(x_{12} + x_{22}) - 33(x_{11} + x_{12}) - 37(x_{21} + x_{22})$$
 haftalik kar

$$Max Z = 15x_{11} + 20x_{12} + 11x_{21} + 16x_{22}$$

Problemin Kısıtları

Minimum oktan oranı ihtiyacını karşılamak için, iki bileşenin değişik miktarlarda karıştırılması durumunda ortaya çıkacak oktan seviyesini belirlemeliyiz. Bileşenlerin yine doğrusal olarak karıştığını kabul ediyoruz. Bileşenlerin karışımındaki oktan seviyesi ağırlıklı ortalama alınarak hesaplanabilir. Karışımdaki toplam oktanı, varil miktarına bölerek buluruz.

Böylece, 1. tip benzin için minimum oktan oranı kısıtı

$$\frac{86x_{11} + 96x_{21}}{x_{11} + x_{21}} \ge 87$$

Bu kısıt lineer değildir fakat eşitsizliğin her iki tarafını $x_{11} + x_{21}$ ile çarparsak;

$$-x_{11} + 9x_{21} \ge 0$$

Aynı şekilde, 2. tip benzin için minimum oktan oranı kısıtı

$$\frac{86x_{12} + 96x_{22}}{x_{12} + x_{22}} \ge 93$$

Bu kısıt lineer değildir fakat eşitsizliğin her iki tarafını $x_{11} + x_{21}$ ile çarparsak;

$$-7x_{12} + 3x_{22} \ge 0$$

Benzin tipleri için minimum ve maksimum dağıtım gereksinimi kısıtları ise şu şekilde formüle edilebilir:

$$x_{11} + x_{21} \ge 60.000$$
 (1. tip benzin için minimum dağıtım miktarı)

$$x_{12} + x_{22} \ge 15.000$$
 (2. tip benzin için minimum dağıtım miktarı)

$$x_{11} + x_{21} \le 80.000$$
 (1. tip benzin için maksimum talep miktarı)

$$x_{12} + x_{22} \le 40.000$$
 (2. tip benzin için maksimum talep miktarı)

Benzer şekilde, bileşenlerin arz kısıtları:

$$x_{11} + x_{12} \le 70.000 \quad (1.bileşenin arz miktarı)$$

$$x_{21} + x_{22} \le 60.000$$
 (2. *bileşenin arz miktar*ı)

Negatif olmama kısıtları:

$$x_{11}$$
 , x_{12} , x_{21} , $x_{22} \ge 0$

Böylece lineer programlama modelinin tamamı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$Max Z = 15x_{11} + 20x_{12} + 11x_{21} + 16x_{22}$$
 $-x_{11} + 9x_{21} \ge 0$
 $-7x_{12} + 3x_{22} \ge 0$
 $x_{11} + x_{21} \ge 60.000$
 $x_{12} + x_{22} \ge 15.000$
 $x_{11} + x_{21} \le 80.000$
 $x_{12} + x_{22} \le 40.000$
 $x_{11} + x_{12} \le 70.000$
 $x_{21} + x_{22} \le 60.000$
 $x_{21} + x_{22} \le 60.000$

Doğrusallık varsayımları altında, modelimiz karışım gereksinimlerini tam olarak sağlamaktadır. Fakat satışlardan elde edilen gelir ve maliyetler, amaç fonksiyonunda görünmemektedir.

1. ve 2. tip benzin miktarlarına sırasıyla g_1 ve g_2 dersek;

$$g_1 = x_{11} + x_{21}$$
 veya

$$x_{11} + x_{21} - g_1 = 0$$
 (1. tip benzinin varil cinsinden toplam miktarı)

Aynı şekilde;

$$g_2 = x_{12} + x_{22}$$
 veya

$$x_{12} + x_{22} - g_2 = 0$$
 (2. tip benzinin varil cinsinden toplam miktarı)

1. ve 2. bileşenlere ise sırasıyla h_1 ve h_2 dersek;

$$x_{11} + x_{12} - h_1 = 0$$
 (1. tip bileşenin varil cinsinden toplam miktarı)

$$x_{21} + x_{22} - h_2 = 0$$
 (2. tip bileşenin varil cinsinden toplam miktarı)

Bu yeni ilişkilerden yararlanarak önceki modeli daha basit bir şekilde ifade edebiliriz.

Amaç Fonksiyonu:

Maksimum kar
$$Z = 48g_1 + 53g_2 - 33h_1 - 37h_2$$

Kısıtlar:

$$x_{11} + x_{21} - g_1 = 0$$
 $g_1 \ge 60.000$
 $x_{12} + x_{22} - g_2 = 0$ $g_2 \ge 15.000$
 $x_{11} + x_{12} - h_1 = 0$ $g_1 \le 80.000$
 $x_{21} + x_{22} - h_2 = 0$ $g_2 \le 40.000$
 $-x_{11} + 9x_{21} \ge 0$ $h_1 \le 70.000$
 $-7x_{12} + 3x_{22} \ge 0$ $h_2 \le 60.000$
 $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, g_1, g_2, h_1, h_2 \ge 0$

Kaynaklar

Bircan H., Kartal Z., Doğrusal Programlama Tekniği İle Kapasite Planlaması Yaklaşımı Ve Çimento İşletmesinde Bir Uygulaması, C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, Cilt 5 Sayı 1, 2004.

Gürdoğan N., Üretim Planlamasında Doğrusal Programlama ve Demir Çelik Endüstrisinde Bir Uygulama, Ankara, 1981.

Ignizio J.P., Cavalier T.M., Linear Programming, Printice Hall, New Jersey, 1994.

Kucukkoc, I., Doğrusal Programlamada Karışım Problemleri, http://w3.balikesir.edu.tr/~ikucukkoc/dokumanlar/mixture.pdf, Erişim Tarihi: 15 Ocak 2018.

Ozyazılım, Lineer Programlama Nedir?, http://www.ozyazilim.com/ozgur/marmara/karar/lineerprogramlama.htm, Erişim Tarihi: 15 Ocak 2018.

Sarker, R. A., Newton, C. S., Optimization Modelling: A Practical Approach, CRC Press Book, 2008.

Seçme N.Y., Klasik Doğrusal Programlama Ve Bulanık Doğrusal Programlamanın Karşılaştırmalı Bir Analizi: Üretim Planlama Örneği, Kayseri, 2005.

Ulucan A., Yöneylem Araştırması, İşletmecilik Uygulamalı Bilgisayar destekli Modelleme, Ankara, 2007.