

Terza giornata

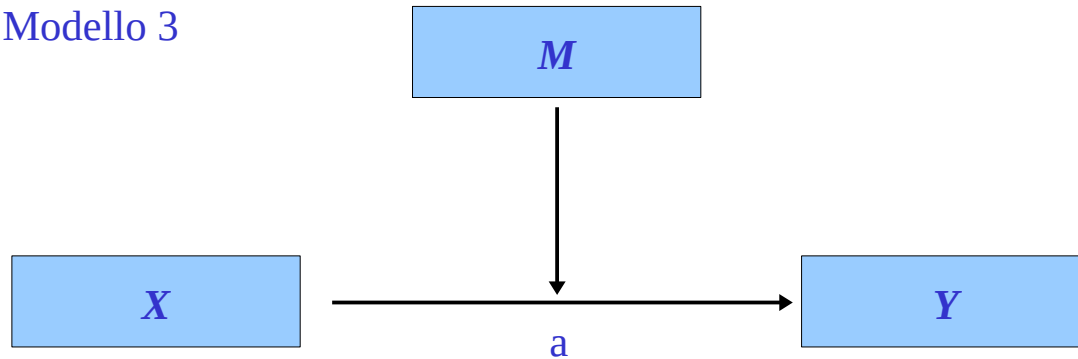
Moderazione

Marcello Gallucci
Univerisità Milano-Bicocca

Moderazione

● Se l'intensità dell'effetto di X su Y cambia al variare dei livelli (valori) di un variabile M, diremo che M è un **moderatore** dell'effetto di X su Y, e che l'effetto di X su Y è **condizionale** ai valori di M

Modello 3

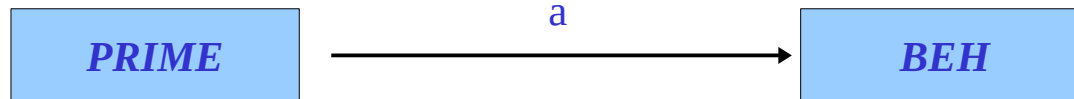


Esempio

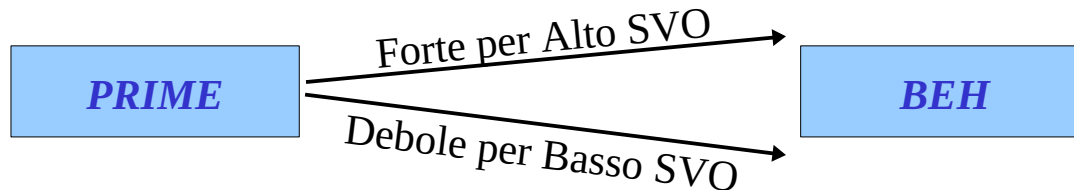
● In un esperimento i partecipanti, divisi in due gruppi sperimentali, sono sottoposti a **prime** di “might” vs “morality” (*prime*). Poi svolgono un **compito cooperativo** in cui possono **cooperate** con diversa intensità (BEH). Essendo la cooperazione associata sia a valori individuali che alle aspettative sull'opponente, le **aspettative di cooperazione dell'altro** sono state chieste ad ogni soggetto (EXP), ed una misura continua di **Social Value Orientation** (SVO) è stata presa, con valori alti corrispondenti a maggiore tratto di cooperatività

Quesito sul “chi”

- Cioè ci domandiamo *per chi, o in quali condizioni*, PRIME abbia un effetto su BEH

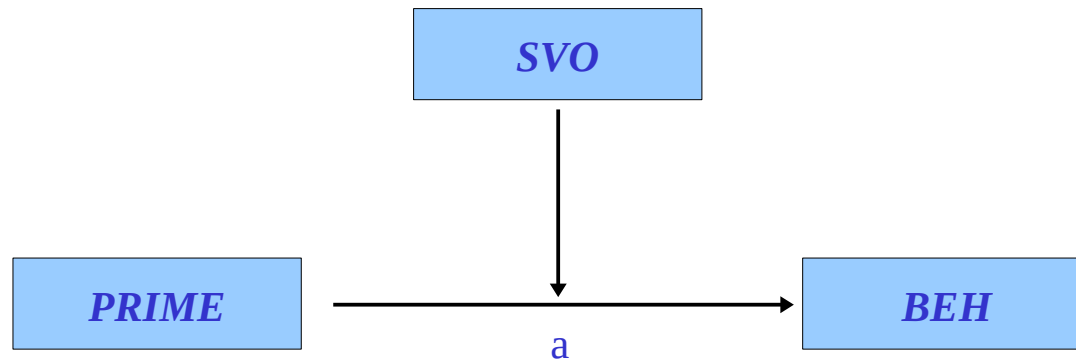


- Possiamo ipotizzare che l'effetto di PRIME non sia uguale per tutti, ma che sia più o meno forte a seconda del tratto di cooperatività
- Ad esempio che l'effetto di PRIME sia più forte se si è cooperativi di proprio, e più debole se si è individualisti.



Moderazione

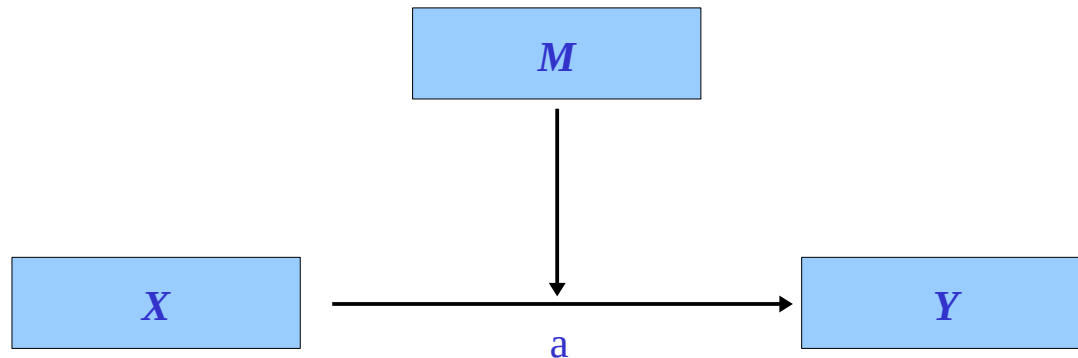
- Cioè ipotizziamo che l'effetto di PRIME su BEH non sia uguale per tutti, ma la sua intensità cambi (e.g. cresce) al variare di SVO
- Ipotizziamo che l'effetto di X su Y varia per diversi livelli di M



Caratteristiche del moderatore

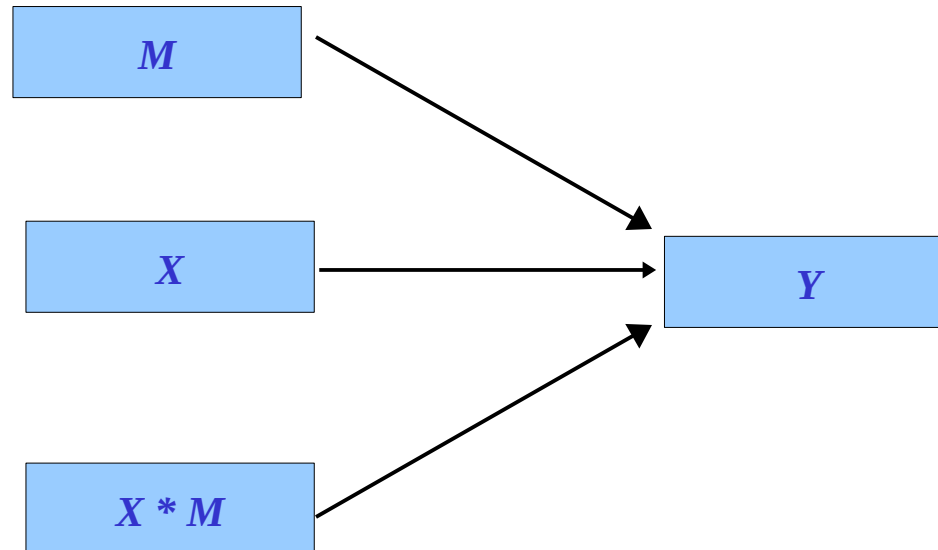
● Il modello (logico) di moderazione regge se la variabile moderatore possiede alcune caratteristiche:

- **M deve poter cambiare l'intensità dell'effetto tra X e Y**
SVO descrive persone differenti che possono essere più o meno sensibili al PRIME
- **M non è generalmente causato da X**
SVO è un tratto e non dipende dal prime ricevuto



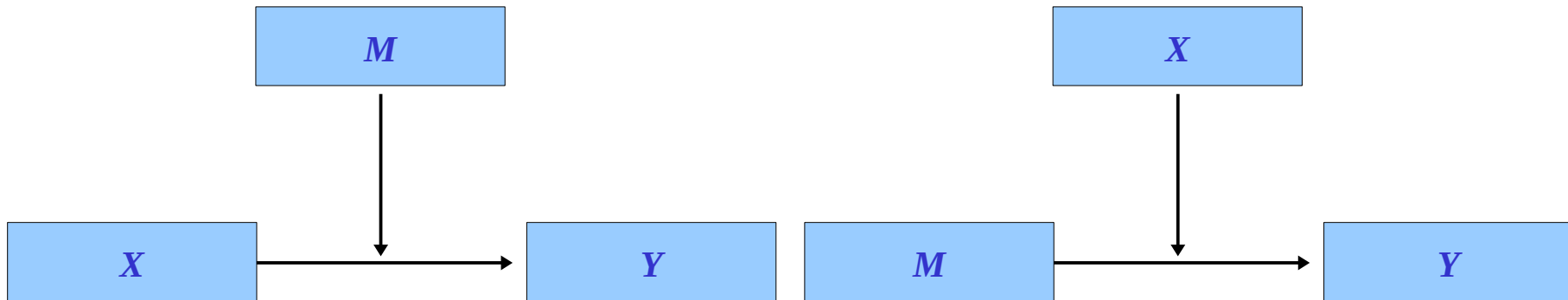
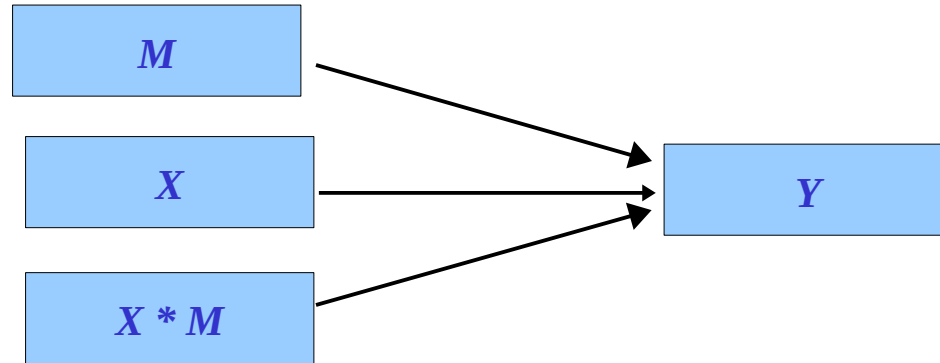
Moderazione Statistica

- Il modello (logico) di moderazione si testa statisticamente andando a testare **l'interazione** tra la variabile indipendente e il moderatore
- Se X e M interagiscono nel predire Y , possiamo affermare che M sia un moderatore



Moderazione Statistica

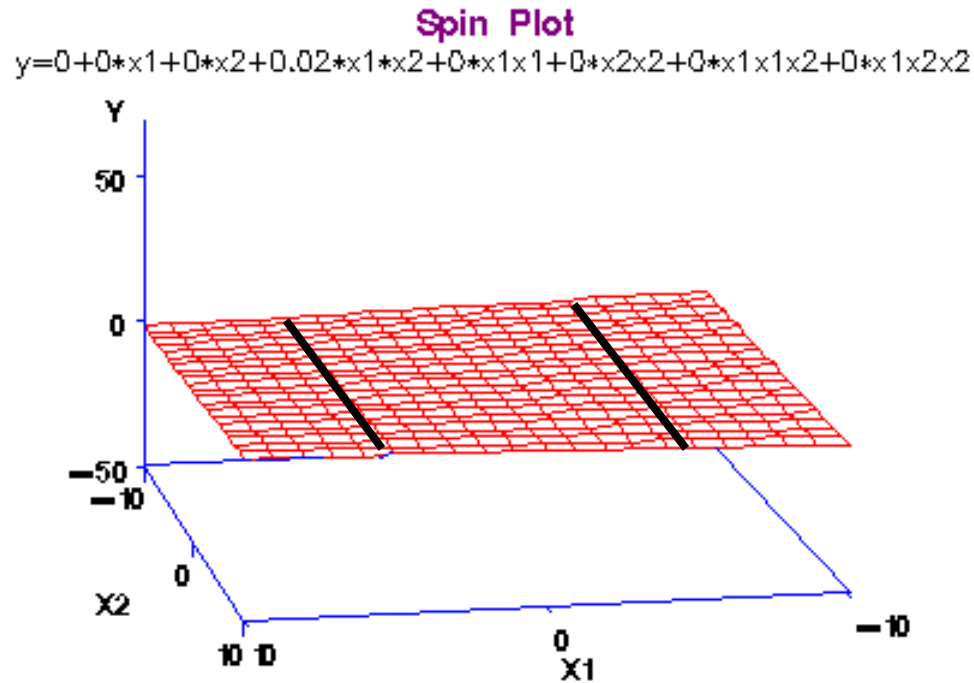
- Se vi è una interazione tra X e M , possiamo scegliere liberamente (teoricamente) quale sia il moderatore



Interazione nel modello lineare

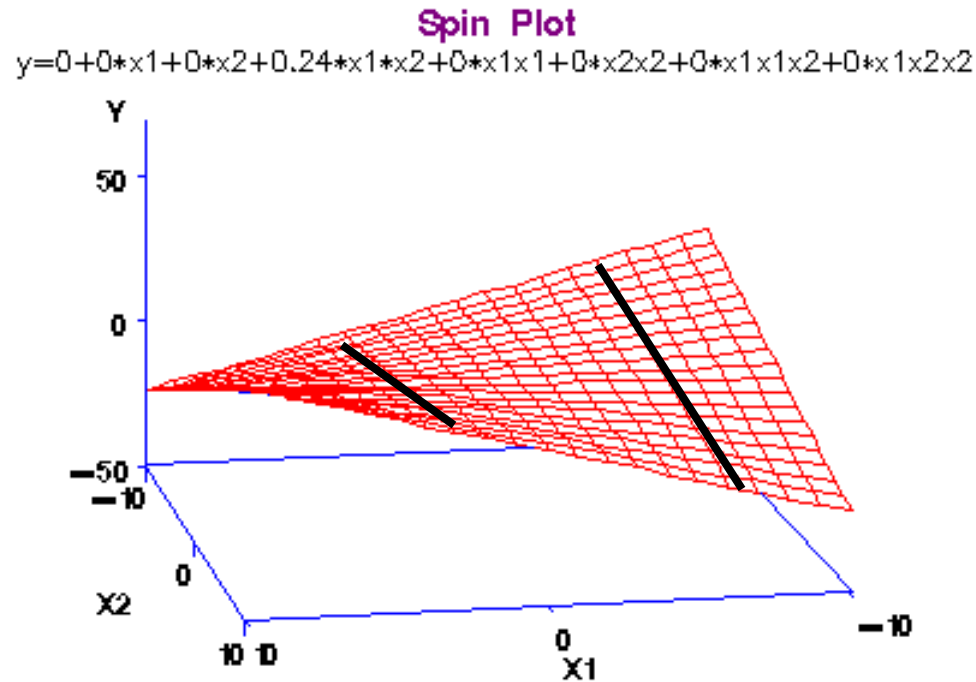
Due variabili continue

- Se non c'è interazione (regressione multipla) tutte le rette del piano sono parallele
- L'effetto di una VI è costante (non condizionale) al punteggio dell'altra



Linee di interazione

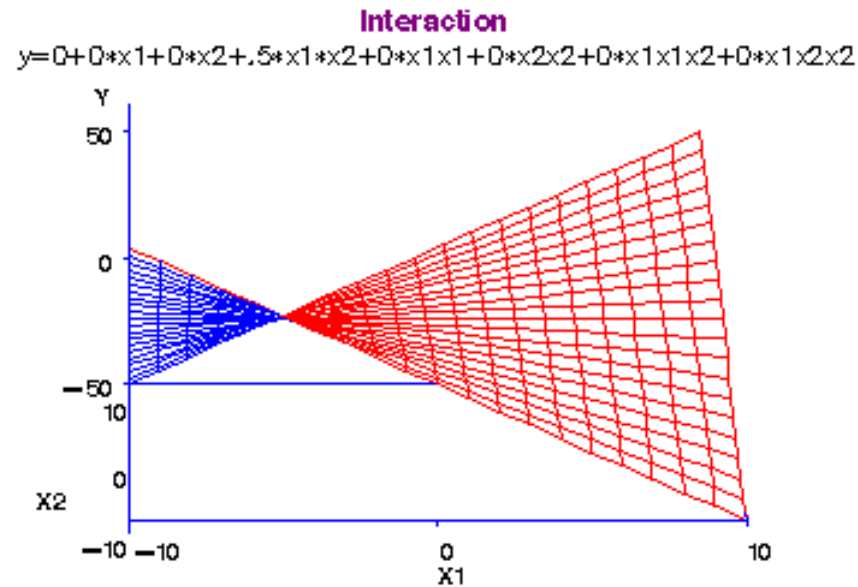
Se c'è interazione le rette non sono parallele, ed il piano si incurva



L'effetto di una VI cambia per punteggio diversi dell'altra VI

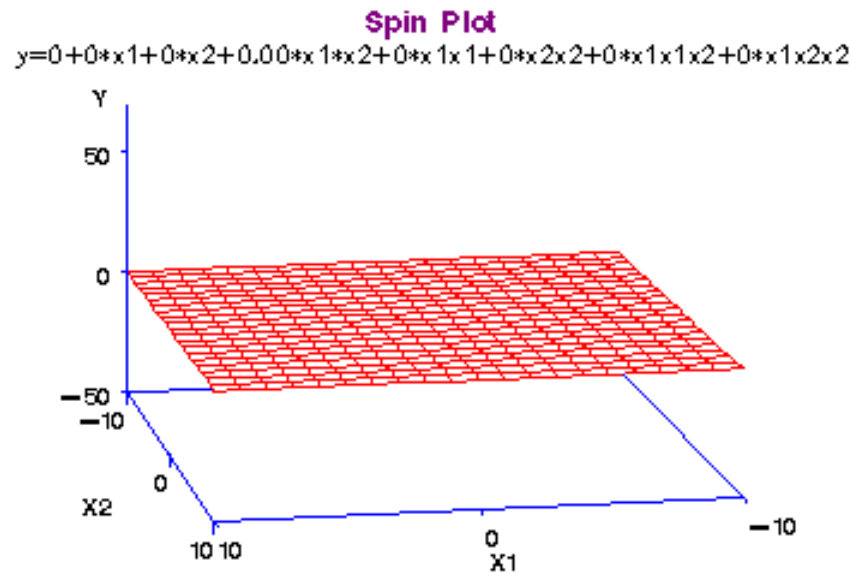
Interazione

- Se c'è interazione le rette non sono parallele, ed il piano si incurva
- L'effetto di una VI cambia per punteggi diversi dell'altra IV



Interazioni

- Maggiore è l'interazione, maggiore è la differenza tra le pendenze delle rette di una VI al variare dell'altra VI



Effetto moltiplicativo

- L'interazione viene inserita in una regressione mediante il prodotto delle VI

Il prodotto delle VI

$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{int} X_1 X_2$$

Il coefficiente di X_2 cambia al variare di X_1


$$Y_i = a + (B_1 + B_{int} X_1) \cdot X_2 + B_2 \cdot X_1$$

L'effetto delle VI cambia al variare dell'altra VI

Effetti condizionali vs lineari

- Un effetto lineare (in assenza di interazione) indica il cambio nella VD al variare della VI

$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2$$

Cambio in VD

- L'interazione (il B associato al prodotto) indica il cambio di **effetto** di una VI sulla VD quando varia l'altra VI

$$Y_i = a + B_1 X_1 + (B_2 + B_{int} X_1) \cdot X_2$$

cambio in VD

Cambio di effetto

Effetto condizionale

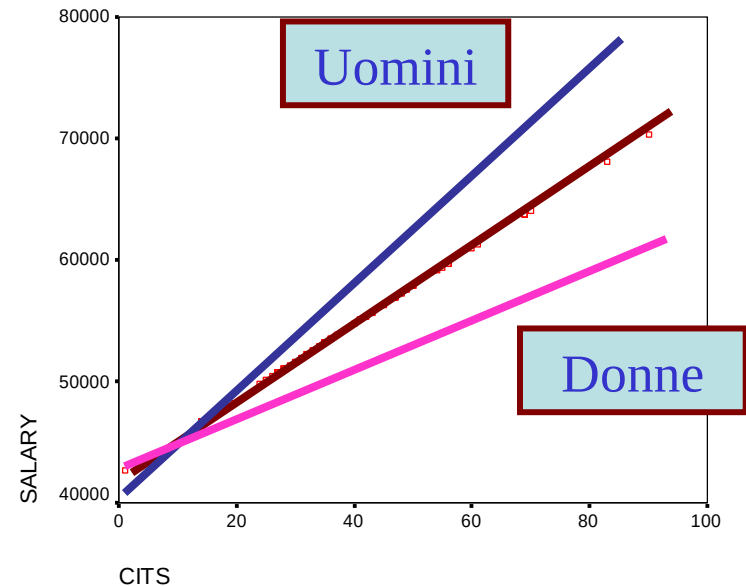
- Esempio: Se lo stipendio dei ricercatori incrementa con le pubblicazioni citate (CITS) condizionatamente al genere del ricercatore (GENDER)

Per le donne l'effetto è minore

$$Y_i = a + (B_{gender} + B_{int} X_c) \cdot 0 + B_{cits} \cdot K_c$$

Che per gli uomini

$$Y_i = a + (B_{gender} + B_{int} X_c) \cdot 1 + B_{cits} \cdot K_c$$



Terminologia

- Quando vi è una interazione in una regressione con variabili continue, gli effetti dei termini lineari si chiamano *effetti di primo ordine*

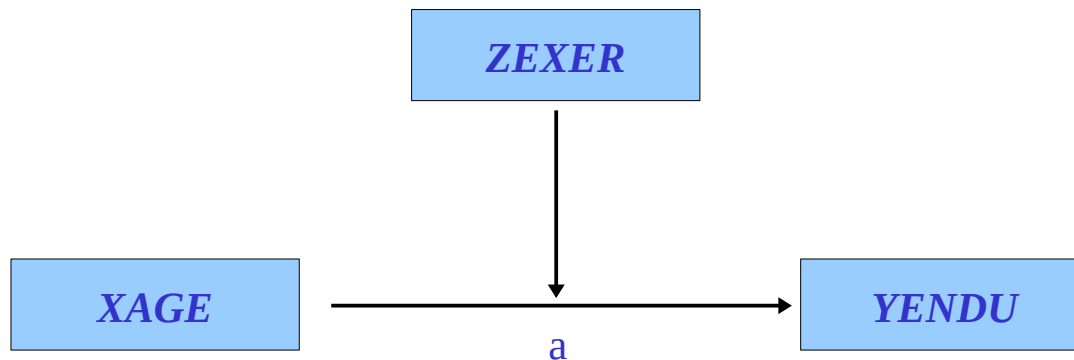
$$Y_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{int} X_1 X_2$$



Effetti di primo ordine

Esempio

- La ricerca è volta a studiare le relazioni tra età (XAGE), anni di attività fisica sportiva (ZEXER), e resistenza fisica (YENDU). A tale scopo un campione di 245 adulti sono stati sottoposti ad un esercizio in palestra e misurata il tempo di resistenza alla corsa
- Il modello atteso è:



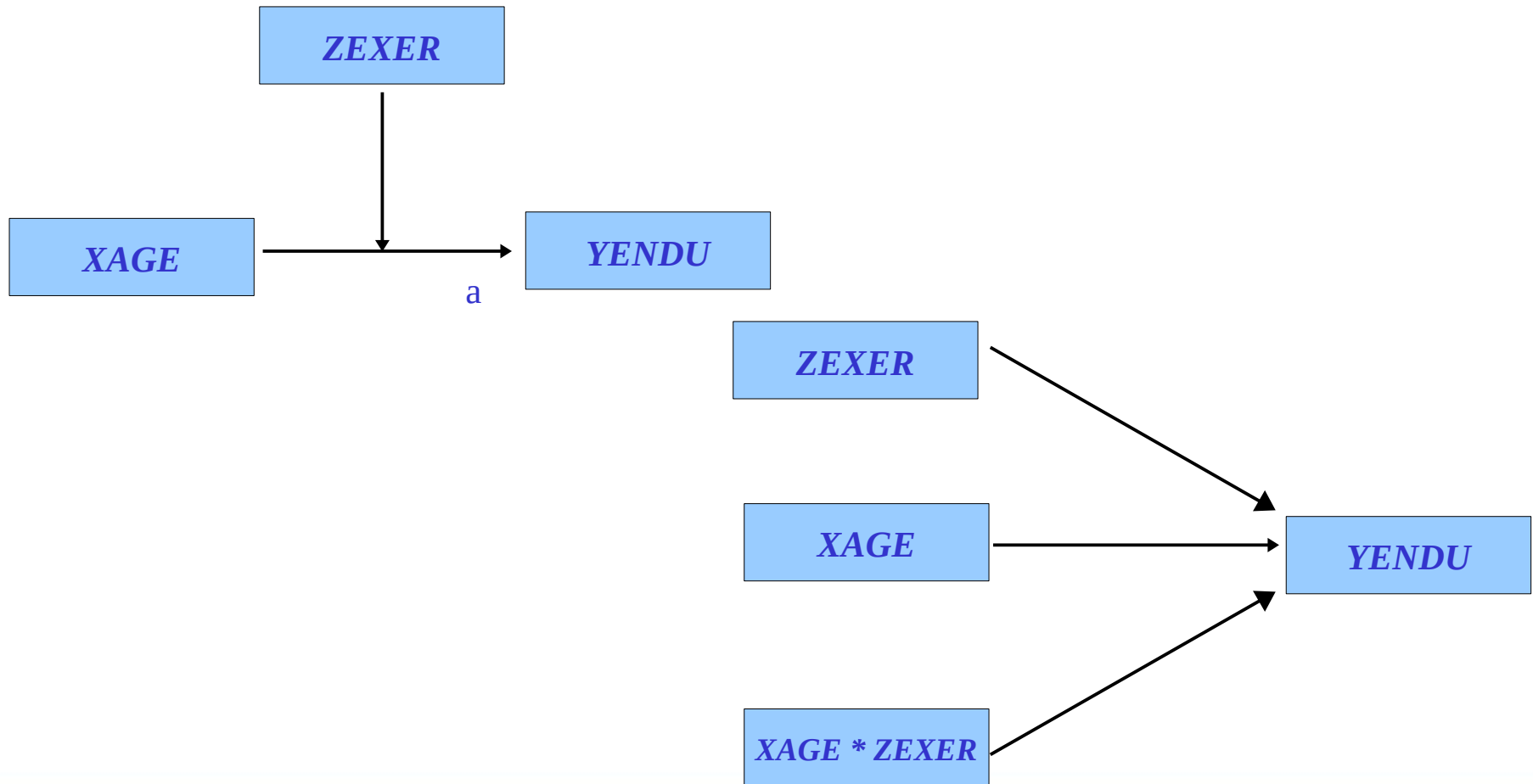
Esempio

- Un campione di soggetti è stato testato per la resistenza fisica (endurance) mentre correva su un tappeto mobile
- Ci si propone di studiare l'influenza dell'età e dell'esercizio fisico sull'endurance
- Endurance è misurata come minuti di corsa sul tappeto
- Età in anni e esercizio fisico in anni da cui il soggetto si allena regolarmente

##	xage	zexer	yendu
##	Min. :20.00	Min. : 0.00	Min. : 0.00
##	1st Qu.:43.00	1st Qu.: 7.00	1st Qu.:19.00
##	Median :48.00	Median :11.00	Median :27.00
##	Mean :49.18	Mean :10.67	Mean :26.53
##	3rd Qu.:56.00	3rd Qu.:14.00	3rd Qu.:33.00
##	Max. :82.00	Max. :26.00	Max. :55.00

Stima degli effetti

- In termini di software (R o altro) si esegue una regressione multipla inserendo anche il prodotto delle variabili indipendenti



In R

Aggiungo il prodotto delle variabili

- Eseguo il codice

```
mod<-lm(yendu~xage+zexer+xage*zexer, data=exercise)
summary(mod)
```

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2061, Adjusted R-squared:  0.1962
## F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF,  p-value: 4.764e-12
```

Interazione

- Eseguo il codice

```
mod<-lm(yendu~xage+zexer+xage*zexer, data=exercise)
summary(mod)
```

Effetto di interazione

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2061, Adjusted R-squared:  0.1962
## F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF,  p-value: 4.764e-12
```

L'effetto di *age* su *endurance* cambia ai diversi livelli di *exer*

Effetti di primo ordine

- Eseguo il codice

```
mod<-lm(yendu~xage+zexer+xage*zexer, data=exercise)
summary(mod)
```

Effetto di *age*?

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2061, Adjusted R-squared:  0.1962
## F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF,  p-value: 4.764e-12
```

Sembra che all'aumentare dell'età, diminuisca la resistenza (OK)

Effetti di primo ordine

- Eseguo il codice

```
mod<-lm(yendu~xage+zexer+xage*zexer, data=exercise)
summary(mod)
```

Effetto di *exer*?

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2061, Adjusted R-squared:  0.1962
## F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF,  p-value: 4.764e-12
```

Sembra che all'aumentare dell'esercizio, diminuisca la resistenza (non OK)

Effetti di ordine primo in presenza di interazione

- Quando l'interazione è presente nella regressione, gli effetti di ordine primo diventano condizionali al valore dell'altra variabile indipendente

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{int} X_1 X_2$$

Cosa è B_1 ?

Non è più l'effetto di X_1 tenendo costante X_2 !

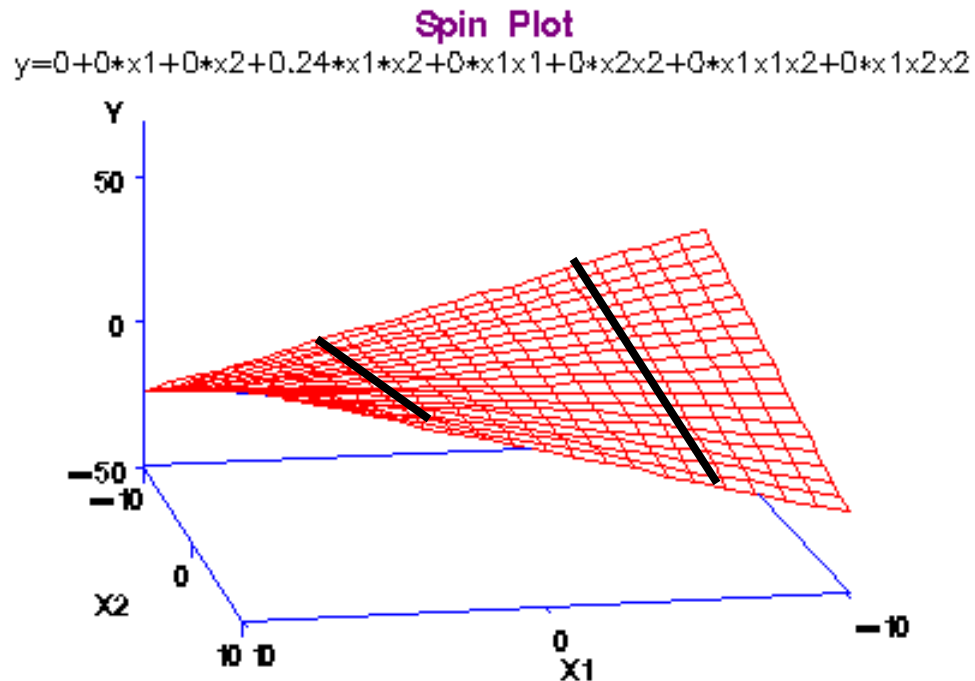
B_1 è l'effetto di X_1 tenendo costante l'altra IV X_2 a zero

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot 0 + B_{int} X_1 0 = a + B_1 \cdot X_1$$

Se $X_2 = 0$, allora B_1 è l'effetto di X_1

Linee di interazione

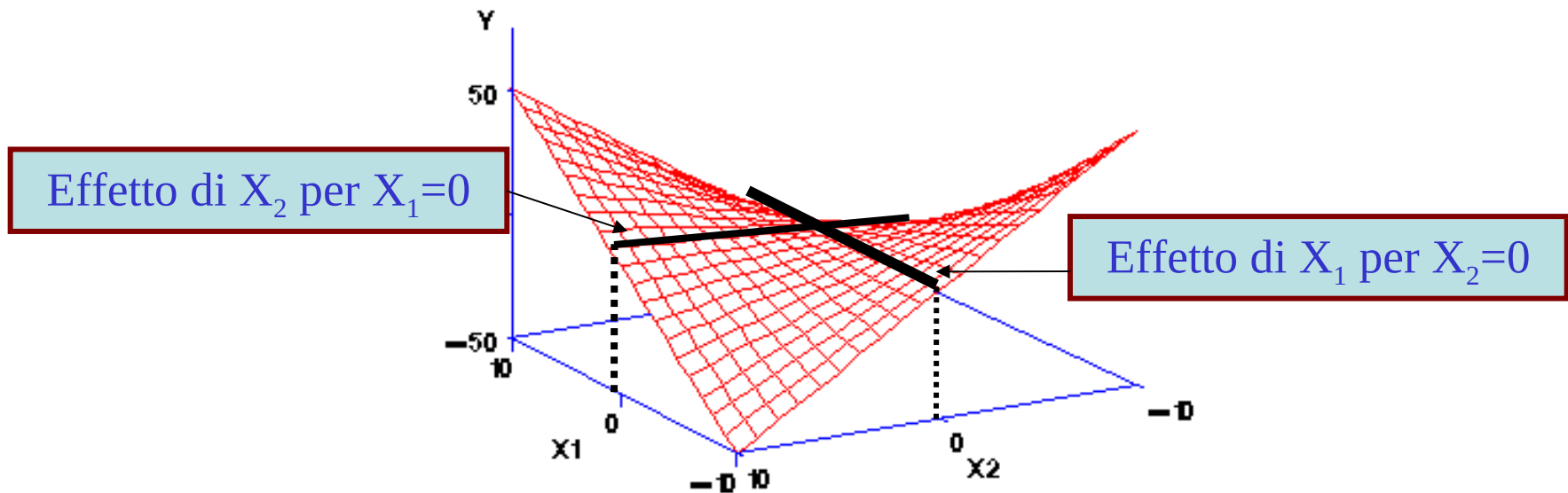
- Notiamo infatti che se c'è interazione, non esiste più un effetto unico delle VI, ma l'effetto è condizionale ai valori dell'altra



Effetti di ordine primo in presenza di interazione

- In presenza del termine di interazione, l'effetto semplice (primo ordine) è l'effetto della VI tenendo l'altra IV costante a zero

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot 0 + B_{int} X_1 0 = a + B_1 \cdot X_1$$



Scale Invariance

- Gli effetti di ordine primo (lineari) sono dunque **scale variant**
- Un coefficiente si dice **scale invariant** se il suo valore non si modifica quando aggiungiamo o sottraiamo una costante alla variabile indipendente.
- Un coefficiente si dice **scale variant** se il suo valore si modifica, dunque il suo valore dipende dallo zero della variabile indipendente
- Cioè sono una stima dell'effetto per quell'ipotetico gruppo di soggetti che hanno zero nella VI (per l'interazione dell'altra VI)

Scale Invariance

- Il termine di interazione è invece scale invariant

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1$$

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_{int} X_1 X_2 =$$

$$\hat{Y}_i = a + B_1 \cdot X_1 + B_2 \cdot X_2 + B_3 \cdot X_3 + B_{int} X_1 X_2 + B_{int3} X_1 X_2 X_3$$

- Il termine di ordine più alto è sempre scale invariant, gli altri **non sono invariant**

Il senso dello zero

- Quando una variabile continua ha uno zero interpretabile e sensato (stipendio, quantità di stimolazione ricevuta, anni di allenamento) l'effetto delle altre variabili è stimato per “coloro che non hanno quella quantità” Dunque l'effetto lineare delle altre variabili è interpretabile

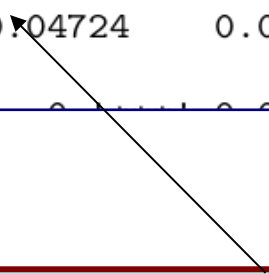
```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Dismissed: 1 - 0.14110 - 0.00141 - 0.01410 - 0.05141 - 0.14110 - 1
```

Effetto di età sull'endurance per chi non si allena per nulla
Ha senso e dunque si può interpretare

Il senso dello zero

- Quando una variabile continua non ha uno zero interpretabile e sensato oppure lo zero è completamente fuori il range dei nostri dati, l'effetto delle altre VI non è interpretabile
- Nessuno può avere età=0 e avere anni di allenamento

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
```



Effetto di allenamento per età=0
Non ha senso e dunque non si può interpretare

Dare senso allo zero

- Noi possiamo sempre dare un senso allo zero di una variabili, centrando quella variabile ad un valore interessante (ad esempio la media)

$$c = x_1 - \text{mean}(x_1)$$

Calcoliamo una nuova variabile centrata sulla media

La nuova VI ha media=0

Dare senso allo zero

- I nuovi risultati saranno interpretabili

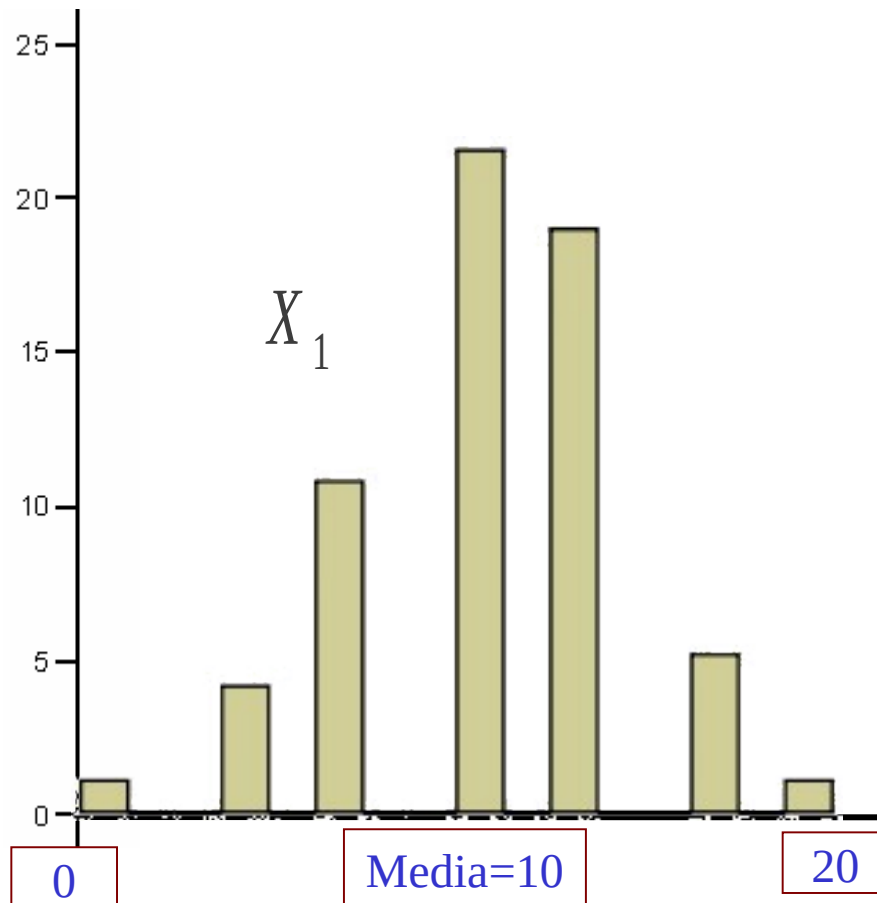
Effetto di *age* per livello medio di *exer*

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 25.88872    0.64662  40.037 < 2e-16 ***
## cage        -0.26169    0.06406  -4.085 6.01e-05 ***
## cexer        0.97272    0.13653   7.124 1.20e-11 ***
## cage:cexer   0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.2061, Adjusted R-squared:  0.1962
## F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF,  p-value: 4.764e-12
```

Effetto di *exer* per livello medio di *age*

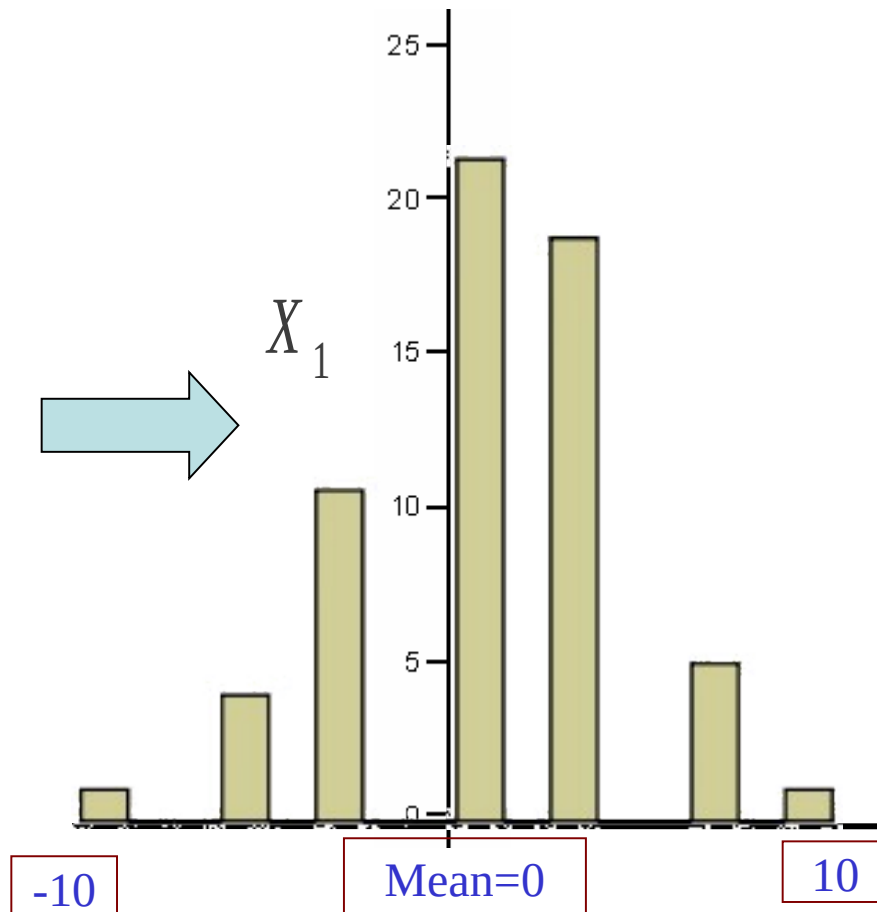
Zero sensato

- Si può sempre centrare le variabili prima di calcolare la regressione con interazione



Zero sensato

- Centrando, chi aveva un valore medio ha ora un valore di zero

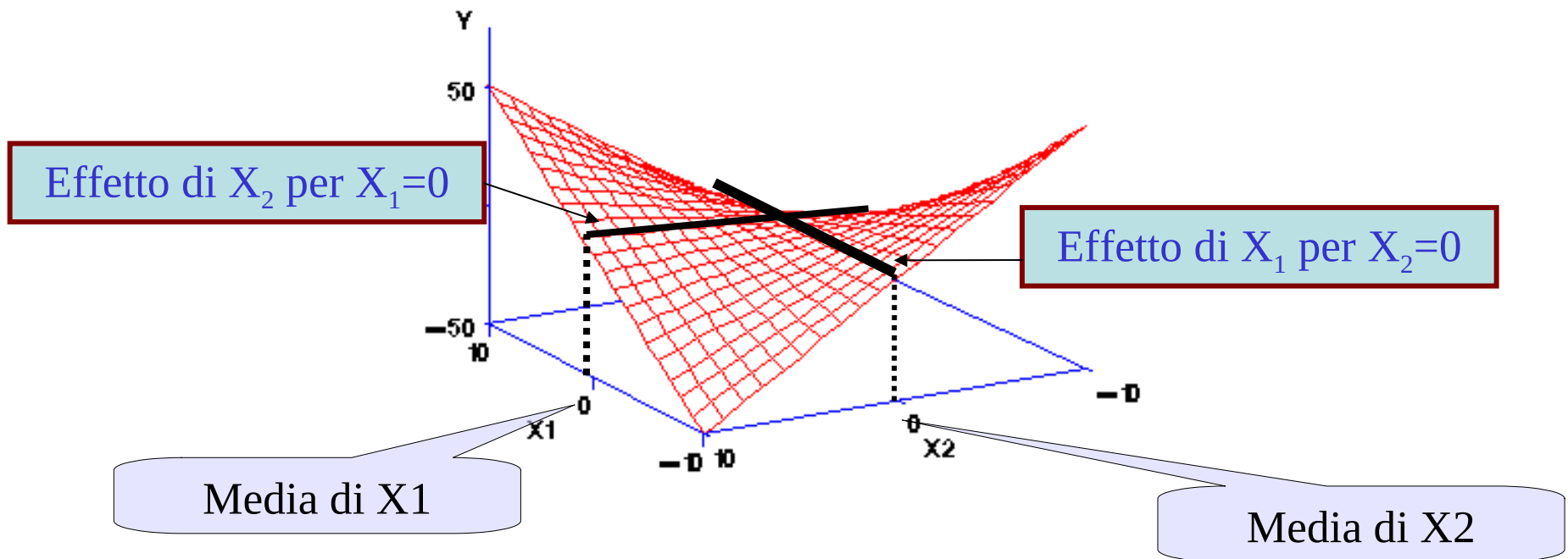


$$c = X_1 - \bar{X}_1$$

La nuova variabile ha media 0

Centrando alla media

- Centrando le variabili alle loro medie otteniamo che l'effetto di ordine prima delle altre variabili sarà l'effetto medio del campione
- Dunque si può interpretare come “effetto principale”



Centrato vs Non centrato

Non centrata

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  53.17896    7.52661   7.065 1.71e-11 ***
## xage         -0.76596    0.15980  -4.793 2.87e-06 ***
## zexer        -1.35095    0.66626  -2.028 0.043694 *
## xage:zexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
```

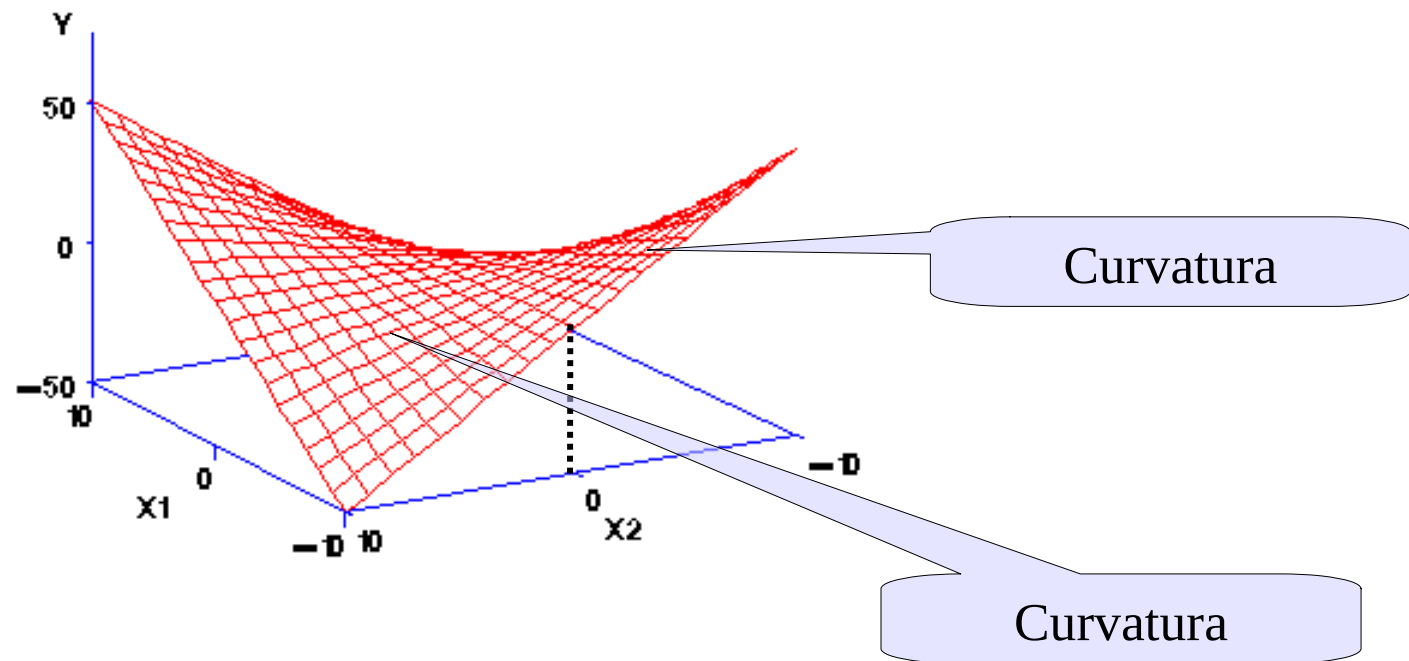
Centrata

Scale variant

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  25.88872    0.64662  40.037 < 2e-16 ***
## cage         -0.26169    0.06406  -4.085 6.01e-05 ***
## cexer         0.97272    0.13653   7.124 1.20e-11 ***
## cage:cexer    0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***
## ---
```

Centrando alla media

- L'interazione non cambia perché essa indica la curvatura (il cambiamento di effetto), che rimane uguale essendo il modello identico



Il Fit non cambia

Coefficients:

##		Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
#	Non centrata	0.065	1.71e-11	***		
##	xage	-0.76396	0.13980	-4.793	2.87e-06	***
##	zexer	-1.35095	0.66626	-2.028	0.043694	*
##	xage:zexer	0.04724	0.01359	3.476	0.000604	***
##	---					

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

##

Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.2061, Adjusted R-squared: 0.1962

F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF, p-value: 4.764e-12

##	cager	0.920100	0.136100	7.124	1.20e-11	***
##	cexer	0.97272	0.13653	7.124	1.20e-11	***
##	cage:cexer	0.04724	0.01359	3.476	0.000604	***
##	---					

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

##

Residual standard error: 9.7 on 241 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.2061, Adjusted R-squared: 0.1962

F-statistic: 20.86 on 3 and 241 DF, p-value: 4.764e-12

Centrata

Recap

- L'interazione esiste quando l'effetto di una VI cambia al variare di altre VI
- La stima dell'interazione equivale a stimare l'effetto del prodotto delle VI
- Se l'effetto è significativo, l'effetto lineare delle VI diventa condizionale al valore delle altre VI
- L'effetto lineare (primo ordine) si interpreta come l'effetto della VI ad esso associato per le altre VI tenute costanti a zero
- Quando lo zero non ha un senso, si possono centrare le variabili alle loro medie
- Il termine di interazione non cambia centrando le variabili
- Il fit del modello (R-quadro, F , p-value) non cambia centrando le variabili

Problemi con le interazioni

- Come interpretare l'andamento degli effetti al variare delle VI
- Come testare che le variabili abbiano un effetto per specifici valori delle altre

Simple Slope Analysis

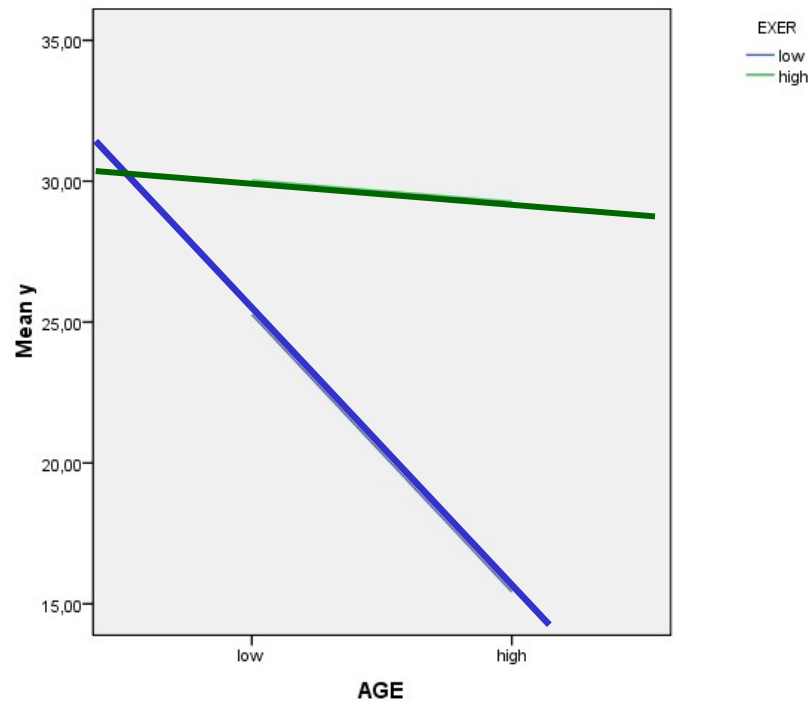
Un dubbio

- Perché non fare un median-split (categorizzare le variabili) e poi fare una ANOVA
 - I test sarebbero fatti solo su parti del campione
 - Il potere statistico sarebbe più basso
 - La categorizzazione potrebbe nascondere delle interazioni reali o fare emergere delle interazioni inesistenti (artefatte)

Il median-split non è più consentito nei giornali internazionali

Simple slope analysis

- Simple slope analysis consiste nello stimare gli effetti di una VI a vari livelli dell'altra, per consentire di capire come variano gli effetti

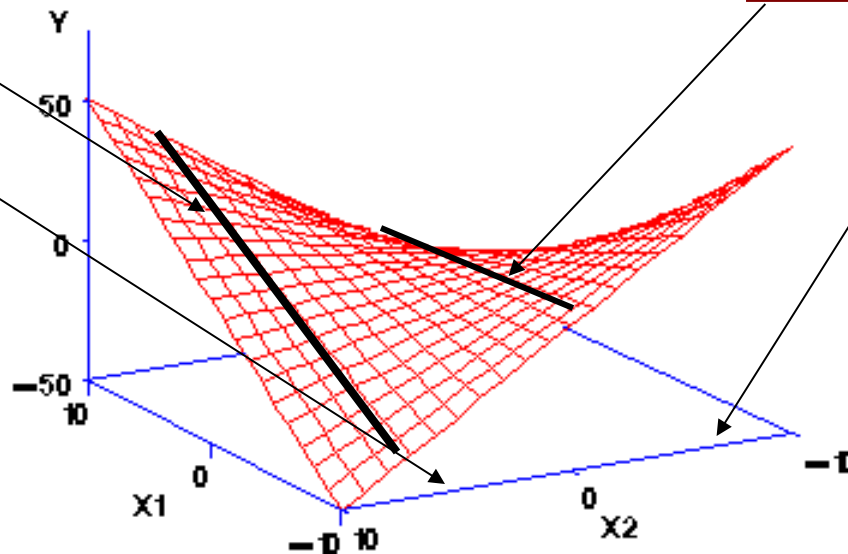


Simple slope analysis

- E' equivalente a selezionare due o più rette del piano di regressione
- Possiamo scegliere due rette a dei valori sensati del moderatore

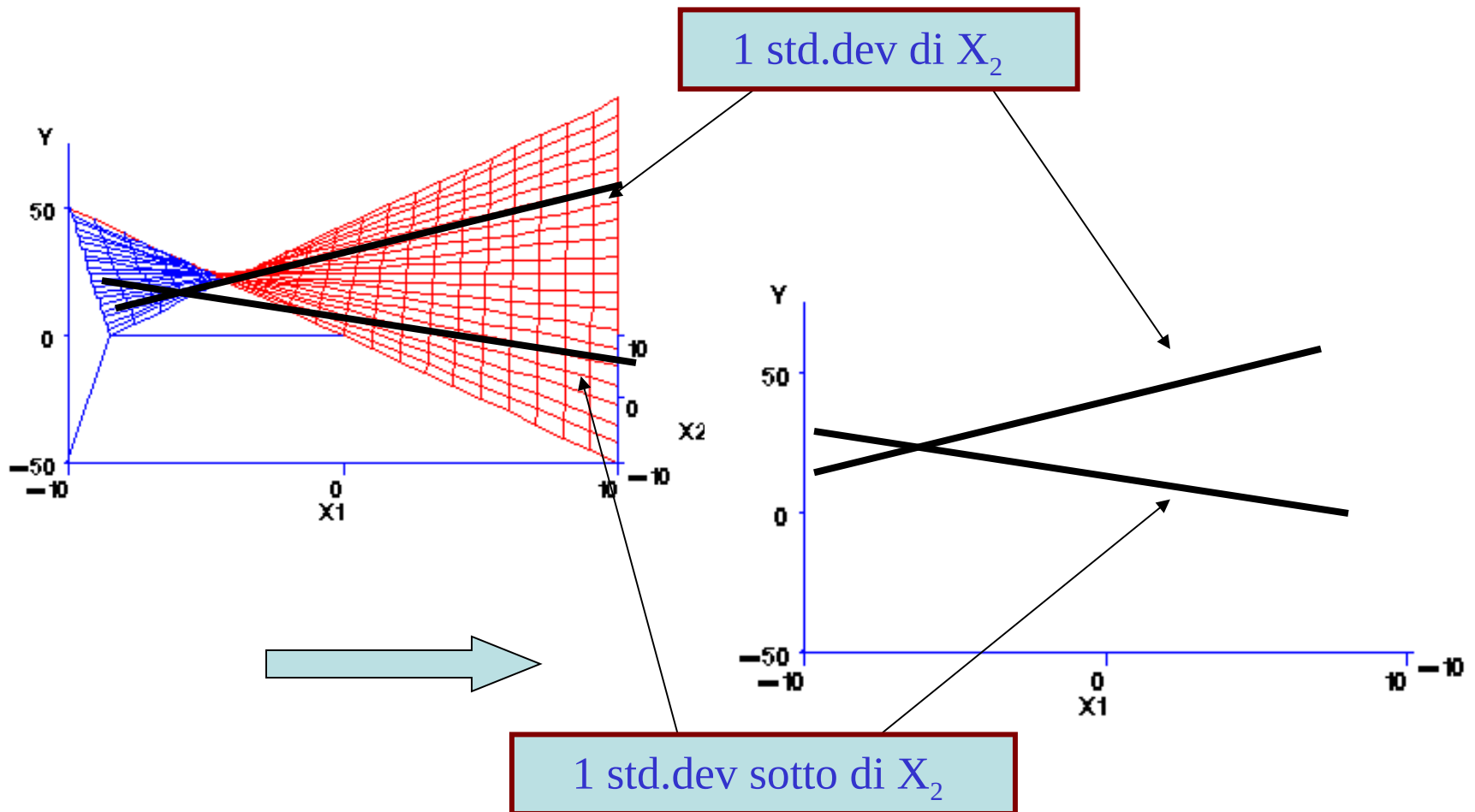
1 std.dev di X_2

1 std.dev sotto di X_2



Simple slope analysis

- E rappresentarle in due dimensioni

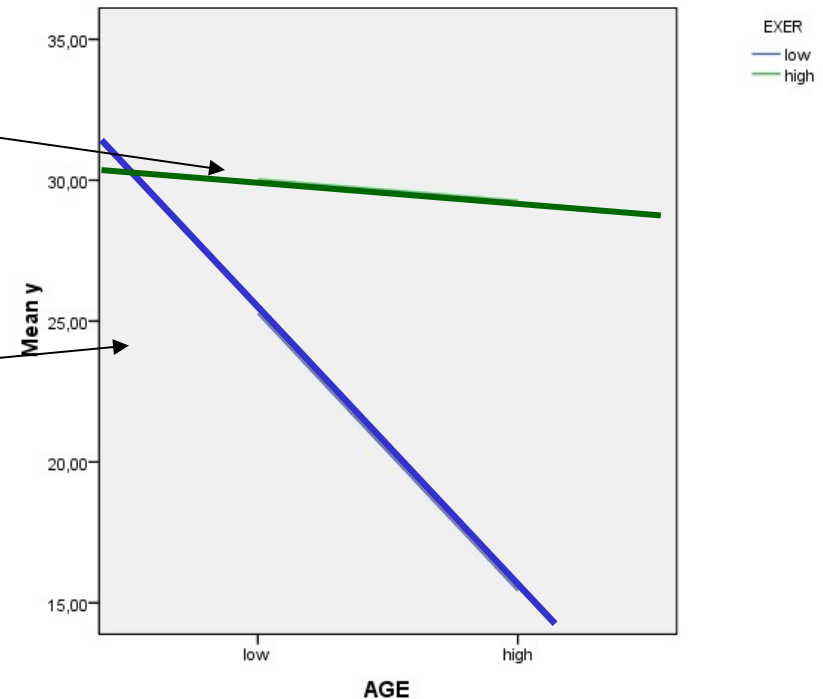


Test di significatività delle simple slopes

- Spesso vogliamo anche testare la significatività dell'effetto di una VI acerti livelli (es. Alto vs basso) dell'altra VI

L'età ha un effetto significativo chi si allena molto?

E per chi si allena poco?



Simple slope

Sfruttiamo il fatto che essendo gli effetti lineari scale variant, cambiando lo zero dell'altra VI cambiamo il valore della stima

$$\hat{Y}_i = a + B_1 0 + (B_2 + B_{int} 0) \cdot X_2$$

$$\hat{Y}_i = a + B_2 X_2$$

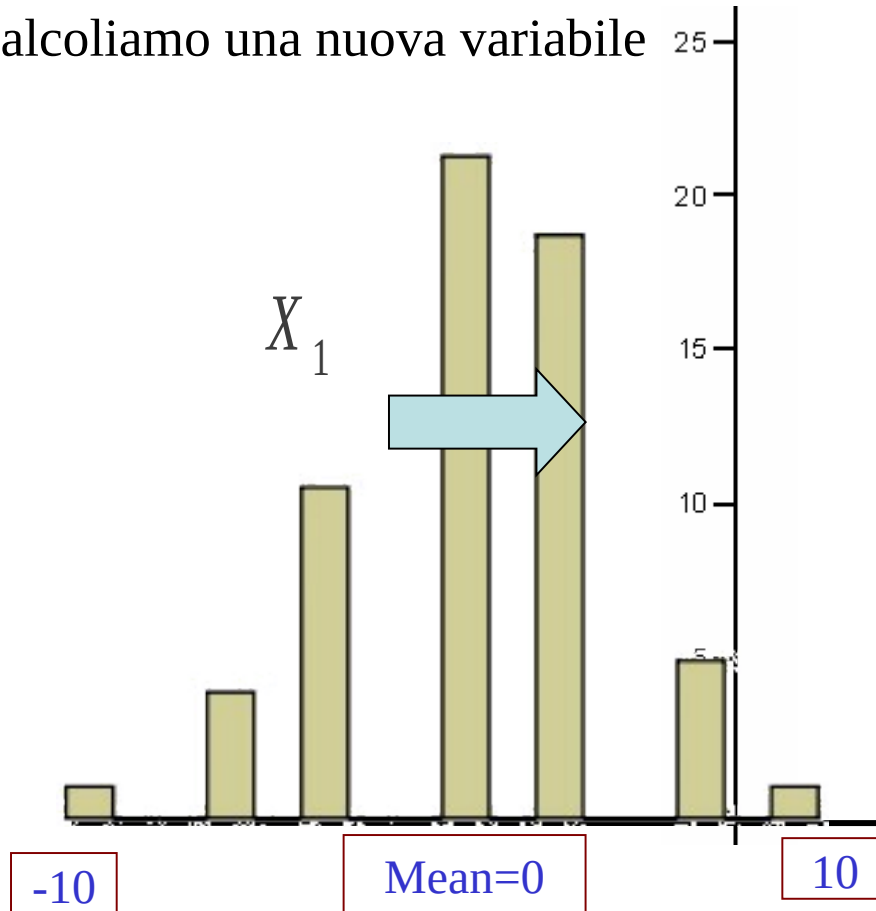
Stima e Significatività

- Per ottenere queste informazioni sfruttiamo il fatto che gli effetti di primo ordine sono scale variant (condizionali al valore di zero dell'altra VI)
- Il first-order effect (B di X_1) è l'effetto di X_1 per $X_2=0$
- Se vogliamo stimare l'effetto di X_1 per specifici valori di X_2 (es. Una deviazione standard sopra la media ed una sotto), basterà centrare la variabile X_2 a tali valori
- Esempio: Exercise ha dev.stad=4.8, dunque centremo Exercise a 4.8 (1 s.dev sopra) e a -4.8 (1 s.dev sotto)

$$highExer = Exer - mean(Exer) - 4.8$$

Centrare ad una deviazione sopra

- Calcoliamo una nuova variabile



Ci muoviamo da 0 a 1
deviazioni standard sopra la
media

$$c = X_1 - \bar{X}_1 - SD(X_1)$$

Stima delle simple slopes

- Rifacciamo le analisi con la nuova variabile centrata ad una deviazione standard sopra la media (chi si allena molto)

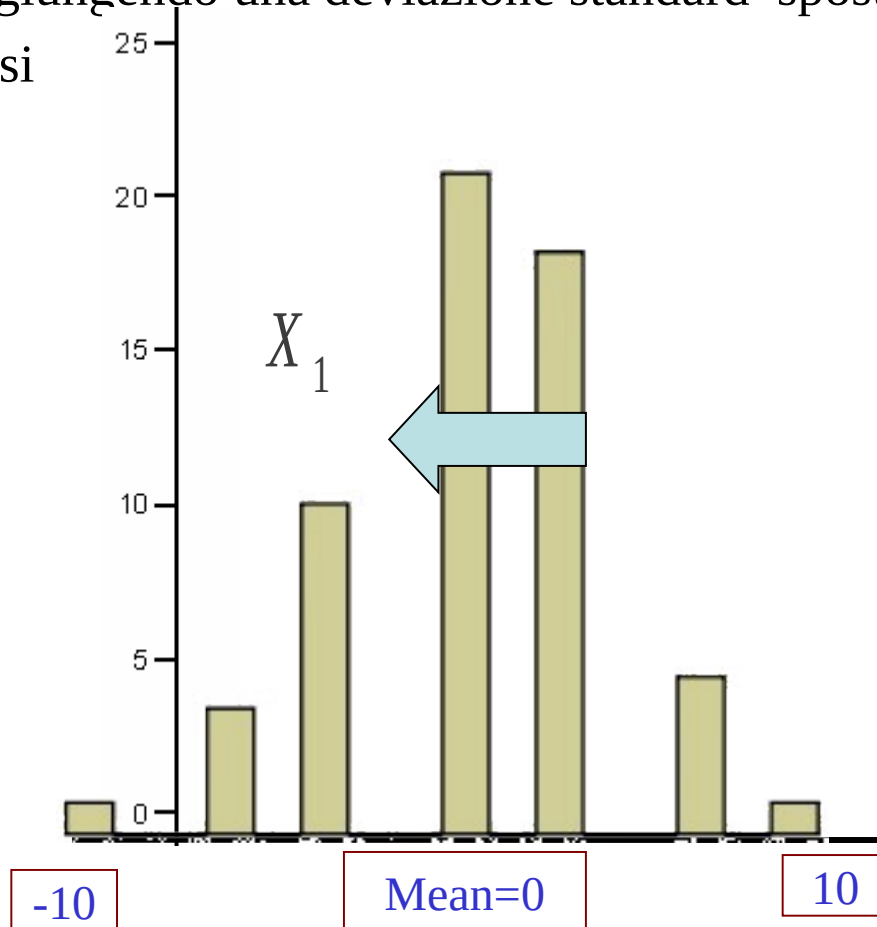
```
mod3<-lm(yendu~cage+hexer+cage*hexer, data=exercise)
summary(mod3)
```

```
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 30.53366    0.90253  33.831  < 2e-16 ***
## cage        -0.03609    0.09025  -0.400  0.689641
## hexer        0.97272    0.13653   7.124  1.2e-11 ***
## cage:hexer   0.04724    0.01359   3.476  0.000604 ***
## ---
```

Effetto di età per exercise=+1 s.dev
For chi si allena molto exercise, l'età non ha un effetto significativo sulla performance

Centrare per valori bassi

- Aggiungendo una deviazione standard spostiamo lo zero verso i valori bassi



$$c = X_1 - \bar{X}_1 + SD(X_1)$$

Stima delle simple slopes

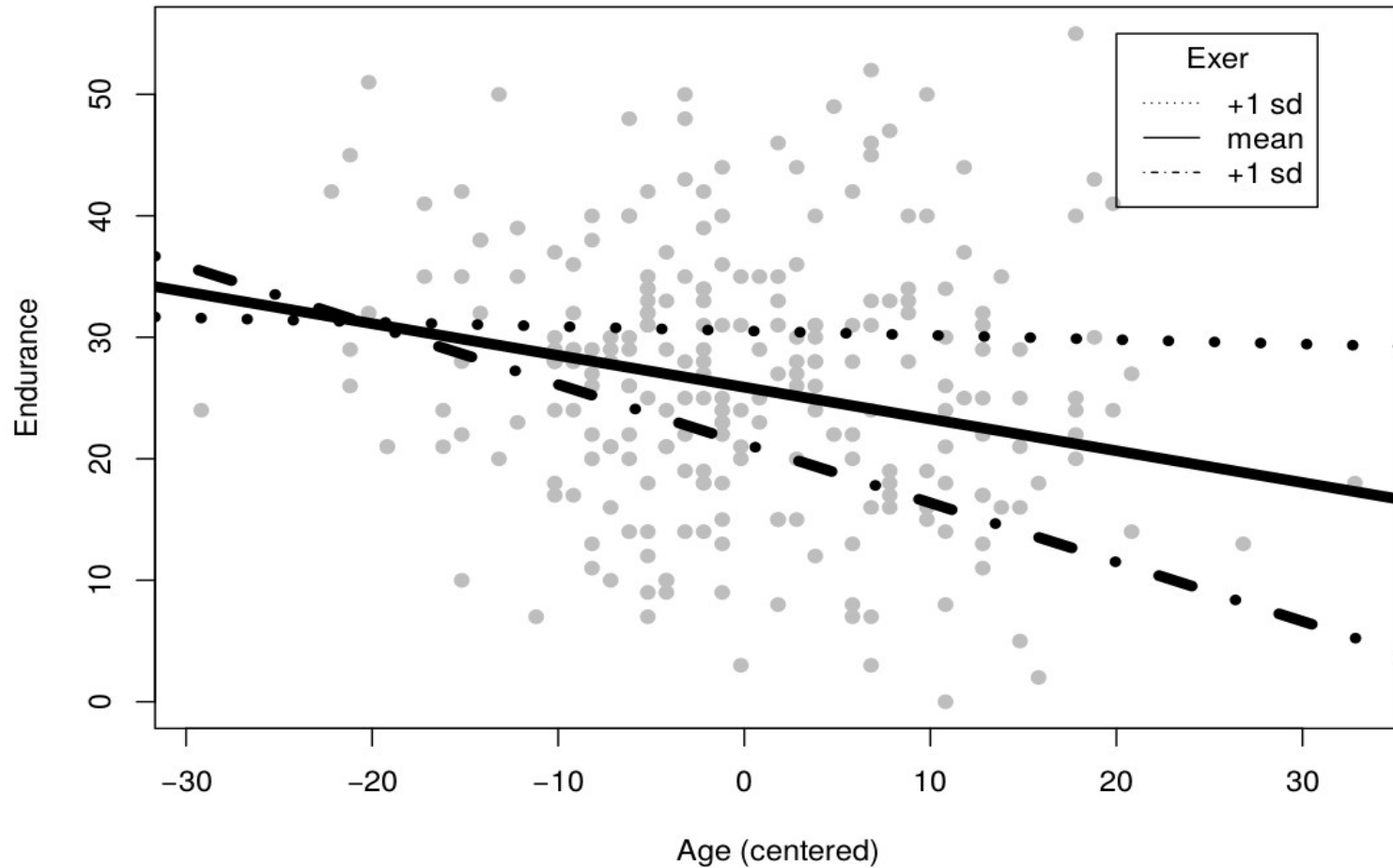
- Rifacciamo le analisi con la nuova variabile centrata ad una deviazione standard sotto la media (chi si allena poco)

```
##  
## Coefficients:  
##           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
## (Intercept) 21.24379    0.93371  22.752 < 2e-16 ***  
## cage        -0.48729    0.09214  -5.289 2.76e-07 ***  
## lexer       0.97272    0.13653   7.124 1.20e-11 ***  
## cage:lexer   0.04724    0.01359   3.476 0.000604 ***  
## ---
```

Effetto di età per exercise= -1 s.dev
*per chi si allena poco, l'età ha un effetto negativo
significativo sulla performance*

Simple Slopes graph

● Ora plottiamo le simple slopes , cioè gli effetti appena stimati



- jamovi GAMLj GLM semplifica di molto l'analisi con le interazioni
- Settando le variabili (di default) calcola una regressione multipla (senza interazione)

General Linear Model

case
cage
high_exer
low_exer

Dependent Variable
yendu

Fixed Factors

Covariates
xage
zexer

Effect Size
☐ β ☐ η^2 ☐ partial η^2 ☐ ω^2

Confidence Intervals
☒ Confidence intervals Interval 95 %

> | Model

General Linear Model

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Model	4751	2	2375.3	24.1	< .001
xage	1516	1	1515.8	15.4	< .001
zexer	4298	1	4298.3	43.7	< .001
Residuals	23810	242	98.4		

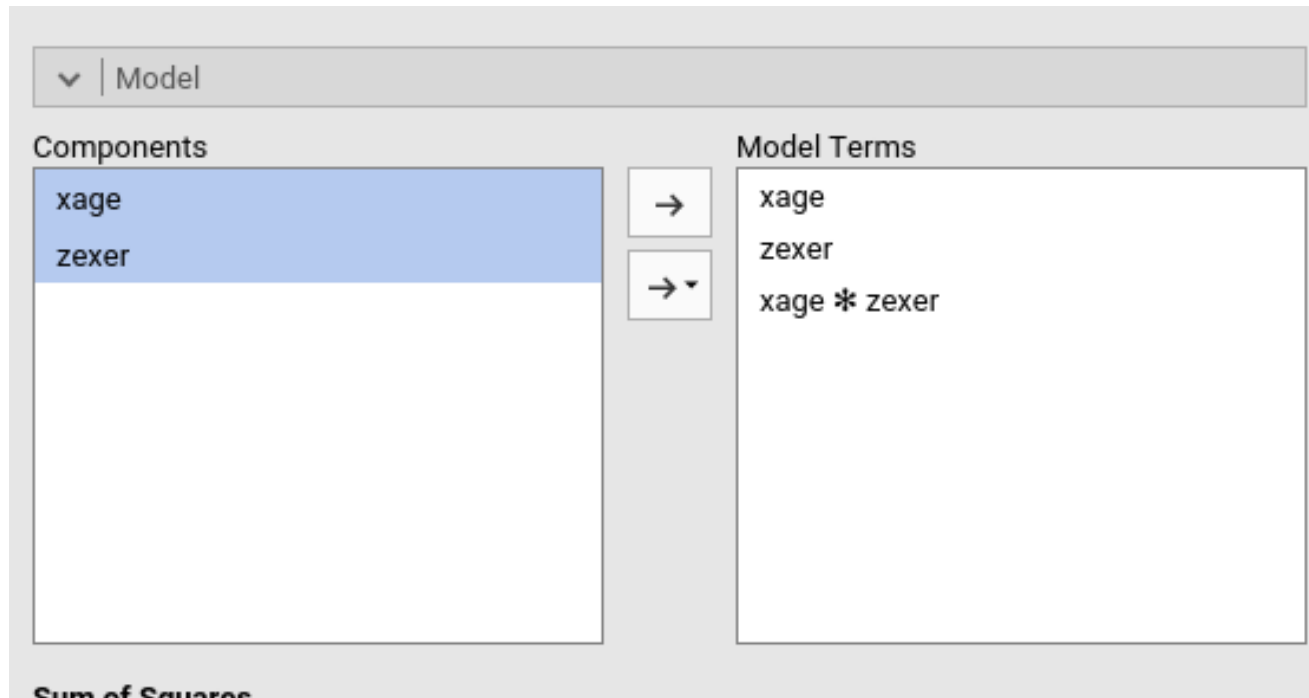
Note. R-squared= 0.166 , adjusted R-squared= 0.159

Model Coefficients (Parameter Estimates)

	Contrast	Estimate	SE	95% Confidence Interval		t	p
				Lower	Upper		
(Intercept)	Intercept	26.531	0.6337	25.282	27.779	41.87	< .001
xage	xage	-0.257	0.0655	-0.386	-0.128	-3.93	< .001
zexer	zexer	0.916	0.1386	0.643	1.189	6.61	< .001

jamovi

- jamovi GAMLj GLM semplifica di molto l'analisi con le interazioni
- Aggiungiamo l'interazione nel modello in “Model”





Risultati

General Linear Model

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p
Model	5887	3	1962.4	20.9	< .001
xage	1570	1	1569.8	16.7	< .001
zexer	4775	1	4775.3	50.8	< .001
xage * zexer	1137	1	1136.5	12.1	< .001
Residuals	22674	241	94.1		

Note. R-squared= 0.206 , adjusted R-squared= 0.196

Notiamo che i risultati sono già sensati

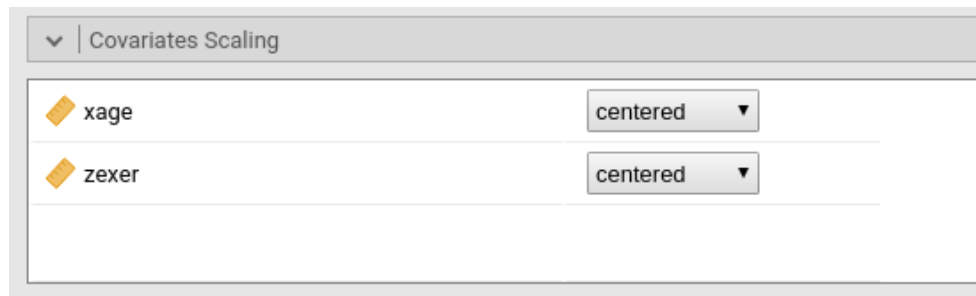
Model Coefficients (Parameter Estimates)

	Contrast	Estimate	SE	95% Confidence Interval		t	p
				Lower	Upper		
(Intercept)	Intercept	25.8887	0.6466	24.6150	27.1625	40.04	< .001
xage	xage	-0.2617	0.0641	-0.3879	-0.1355	-4.08	< .001
zexer	zexer	0.9727	0.1365	0.7038	1.2417	7.12	< .001
xage * zexer	xage * zexer	0.0472	0.0136	0.0205	0.0740	3.48	< .001

GAMLj centra le variabili sulla media di default

- Se volessimo cambiare il default per le variabili, andiamo nella opzione “covariates scaling”

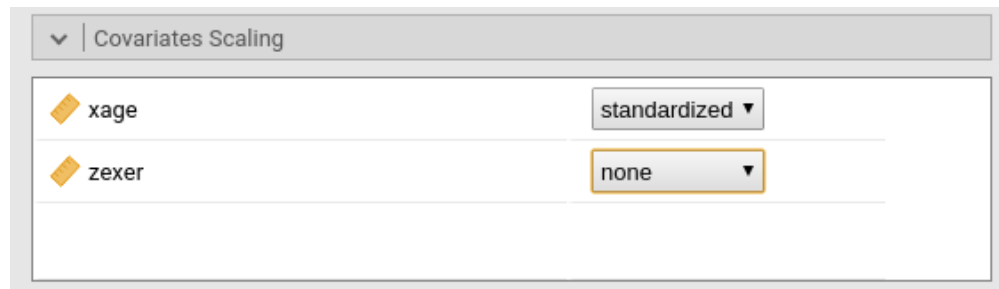
default



The screenshot shows the 'Covariates Scaling' panel in jamovi. It has a title bar with a dropdown arrow and the text 'Covariates Scaling'. Below the title bar, there is a table with two rows. The first row is for the variable 'xage' and the second row is for 'zexer'. Each row has a dropdown menu on the right. Both dropdown menus are currently set to 'centered'.

Variable	Scaling
xage	centered
zexer	centered

Standardizzato o none=originale della variabile

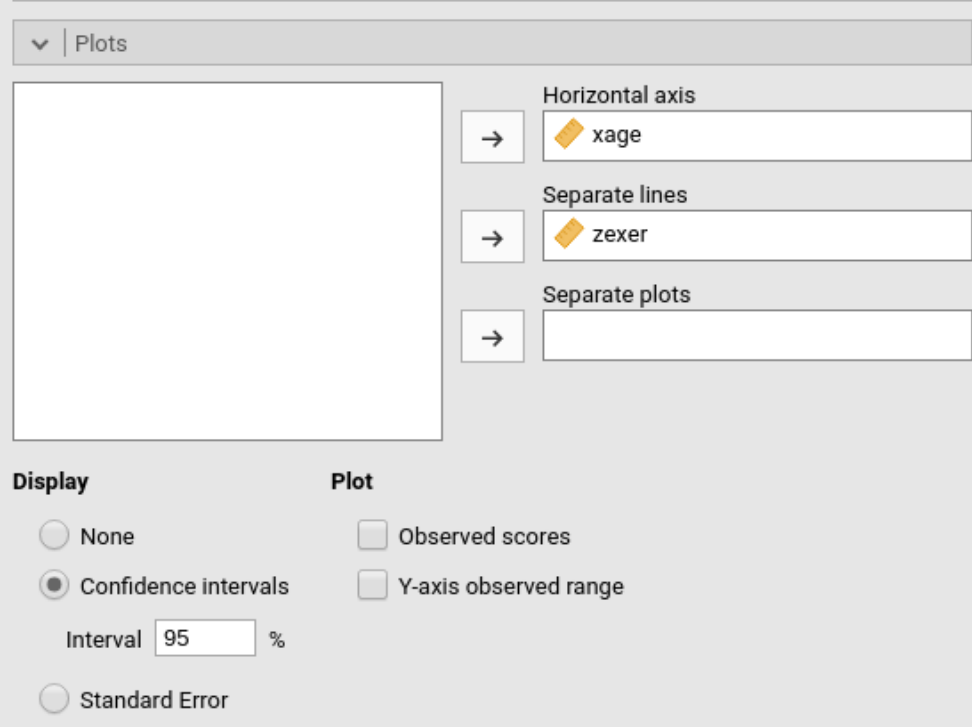


The screenshot shows the 'Covariates Scaling' panel in jamovi. It has a title bar with a dropdown arrow and the text 'Covariates Scaling'. Below the title bar, there is a table with two rows. The first row is for the variable 'xage' and the second row is for 'zexer'. Each row has a dropdown menu on the right. The dropdown menu for 'xage' is set to 'standardized' and the dropdown menu for 'zexer' is set to 'none'.

Variable	Scaling
xage	standardized
zexer	none

Jamovi: simple slope graph

Opzione “Plots”



The screenshot shows the 'Plots' options dialog box in Jamovi. It features a large empty box for a preview on the left. On the right, there are three sections for axis and line settings: 'Horizontal axis' with a dropdown set to 'xage', 'Separate lines' with a dropdown set to 'zexer', and 'Separate plots' with an empty dropdown. At the bottom, there are two columns of options: 'Display' with radio buttons for 'None', 'Confidence intervals' (selected), and 'Standard Error', and 'Plot' with checkboxes for 'Observed scores' and 'Y-axis observed range'. The 'Confidence intervals' option is set to a 95% interval.

▼ | Plots

Horizontal axis
→ xage

Separate lines
→ zexer

Separate plots
→

Display

☐ None

☒ Confidence intervals

Interval 95 %

☐ Standard Error

Plot

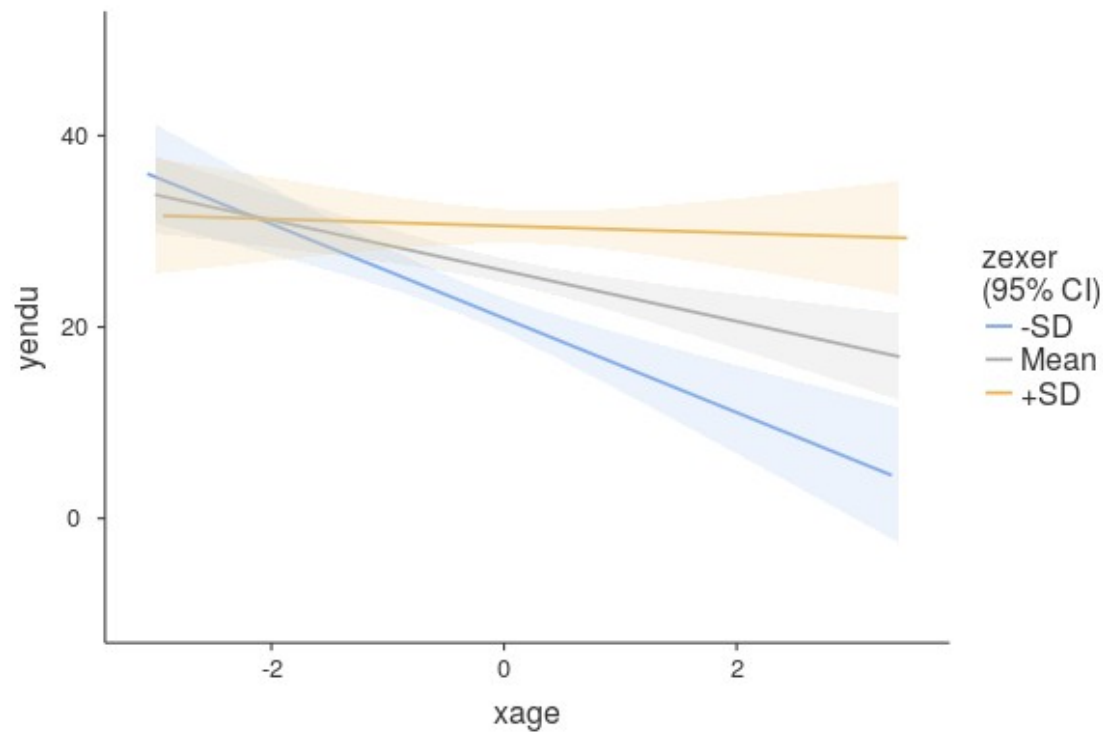
☐ Observed scores

☐ Y-axis observed range

Jamovi: simple slope graph

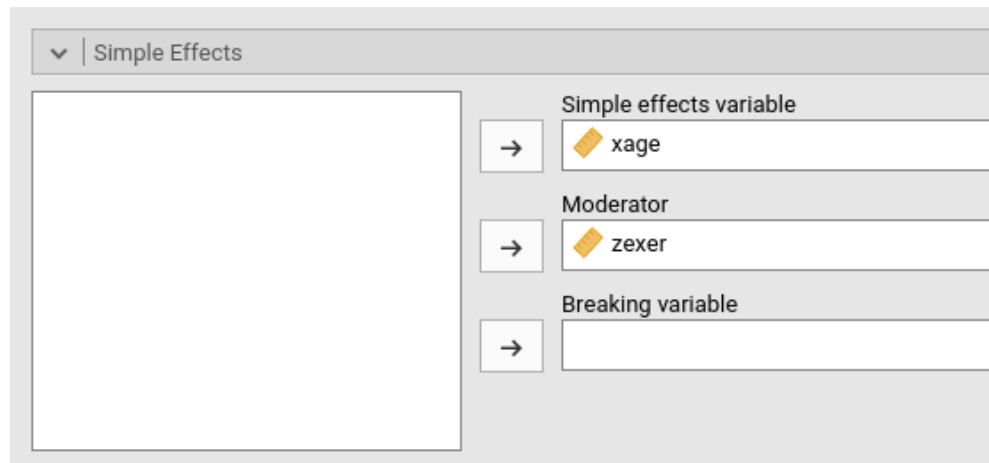
Se volessimo cambiare il default per le variabili, andiamo nella opzione “covariates scaling”

Effects Plots



Jamovi: simple slope test

- Opzione “Simple effects”



The screenshot shows the 'Simple Effects' dialog box in Jamovi. On the left is a large empty box for selecting variables. On the right, there are three input fields, each preceded by a right-pointing arrow button. The first field is labeled 'Simple effects variable' and contains 'xage'. The second field is labeled 'Moderator' and contains 'zexer'. The third field is labeled 'Breaking variable' and is empty.

*Calcola gli effetti di “xage” per $exer=Media$,
 $exer=+1SD$, $exer=-1SD$*

jamovi: simple slope graph

- Effetto di age per differenti livelli di exercise

Simple Effects ANOVA

Simple effects of xage

Effect	Moderator Levels	Sum of Squares	df	F	p
xage	zexer at 5.9	2631.7	1	27.972	< .001
xage	zexer at 10.67	1569.8	1	16.686	< .001
xage	zexer at 15.45	15.0	1	0.160	0.690

Simple Effects Parameters

Simple effects of xage

Effect	Moderator Levels	Estimate	SE	t	p
xage	zexer at 5.9	-4.925	0.931	-5.289	< .001
xage	zexer at 10.67	-2.645	0.647	-4.085	< .001
xage	zexer at 15.45	-0.365	0.912	-0.400	0.690

Interazioni con variabili categoriche

ANOVA

- In presenza di variabili indipendenti categoriche i tutto si semplifica in quanto abbiamo a che fare con medie dei gruppi
- Simple slope graph diventa semplicemente il grafico delle medie
- Per interpretare i coefficienti, però, è necessario centrare le variabili su 0, come per le continue

ANOVA Fattoriale

- In presenza di più variabili indipendenti categoriche e di interazioni centrare le variabili modifica i risultati
- I coefficienti degli effetti lineari sono calcolati per l'altra variabile uguale a 0
- Se le variabili sono centrate, essi sono calcolati in media, dunque otteniamo gli **effetti principali**

Esempio

- Un campione di pazienti neurologici ed un gruppo di controllo sperimentale sono stati testati nel seguente esperimento. Il compito del soggetto era quello di leggere una lettera al centro dello schermo e memorizzarla. Contemporaneamente alla lettera apparivano sullo schermo delle immagini distrattori.
- Al soggetto era richiesto e di ignorare le immagini e di non rivolgere lo sguardo verso le immagini ma tenerlo il più possibile verso il centro dello schermo. Le immagini presentate erano di due tipi, a seconda della condizione sperimentale (condizioni between-subject). In una condizione i soggetti vedevano delle immagini di volti di persone, nell'altra condizione delle immagini di forme geometriche.
- L'ipotesi da testare era che i soggetti normali fossero maggiormente distratti dai volti mentre i soggetti neurologici fossero egualmente distraibili da volti e forme geometriche. La variabile dipendente è il numero di sguardi rivolti verso i distrattori (la frequenza di sguardi per ogni soggetto). Prima dell'esperimento una misura di impulsività è stata rilevata per poter controllare eventuali effetti sulla variabile dipendente.

jamovi: GAMLj

- ANOVA in GAMLj è (ovviamente) molto semplificata.

General Linear Model

Dependent Variable
→ sguardi

Fixed Factors
→ condizione
gruppi

Covariates
→

Effect Size
☐ β ☐ η^2 ☒ partial η^2 ☐ ω^2

Confidence Intervals
☒ Confidence intervals Interval 95 %

jamovi: GAMLj

● ANOVA in GAMLj

ANOVA Omnibus tests

	SS	df	F	p	η^2p
Model	70.190	3	6.608	< .001	0.171
gruppi	0.490	1	0.138	0.711	0.001
condizione	37.210	1	10.509	0.002	0.099
gruppi * condizione	32.490	1	9.176	0.003	0.087
Residuals	339.920	96			
Total	410.110	99			

Fixed Effects Parameter Estimates

Names	Effect	Estimate	SE	95% Confidence Interval		β	df	t	p
				Lower	Upper				
(Intercept)	(Intercept)	10.670	0.188	10.296	11.044	0.0000	96	56.704	< .001
gruppi1	1 - 0	0.140	0.376	-0.607	0.887	0.0688	96	0.372	0.711
condizione1	1 - 0	1.220	0.376	0.473	1.967	0.5994	96	3.242	0.002
gruppi1 * condizione1	1 - 0 * 1 - 0	2.280	0.753	0.786	3.774	1.1202	96	3.029	0.003

jamovi: GAMLj

- GAMLj plots

The screenshot shows the 'Plots' dialog box in jamovi. It features a large empty plot area on the left. On the right, there are three sections for configuring the plot: 'Horizontal axis' with a dropdown set to 'gruppi', 'Separate lines' with a dropdown set to 'condizione', and 'Separate plots' with an empty dropdown. Below these are two columns of options: 'Display' with radio buttons for 'None', 'Confidence intervals' (selected), and 'Standard Error', and 'Plot' with checkboxes for 'Observed scores' and 'Y-axis observed range'. The 'Confidence intervals' option has a text input field set to '95' followed by a '%' symbol.

Plots

Horizontal axis
→ gruppi

Separate lines
→ condizione

Separate plots
→

Display

☐ None

☒ Confidence intervals

Interval 95 %

☐ Standard Error

Plot

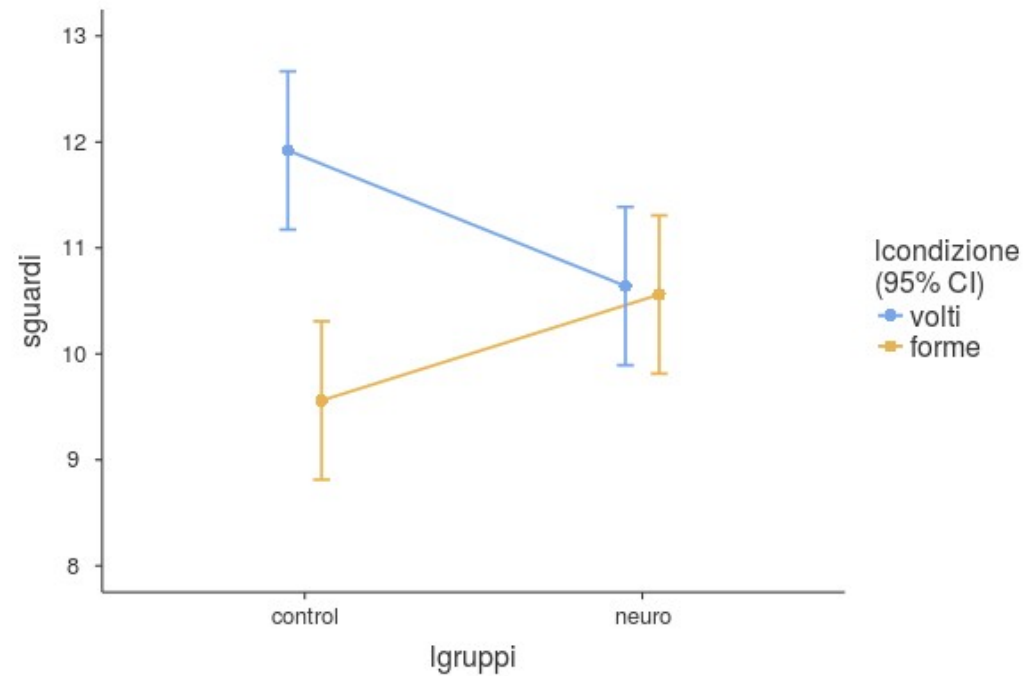
☐ Observed scores

☐ Y-axis observed range

jamovi: GAMLj

- GAMLj plots

Effects Plots



jamovi: GAMLj

- GAMLj simple effects

▼ | Simple Effects

→

Simple effects variable
gruppi

→

Moderator
condizione

→

Breaking variable

- GAMLj simple effects

Simple Effects ANOVA

Simple effects of gruppi

Effect	Moderator Levels	Sum of Squares	df	F	p
gruppi	condizione at 0	12.5	1	3.53	0.063
gruppi	condizione at 1	20.5	1	5.78	0.018

Simple Effects Parameters

Simple effects of gruppi

Effect	Moderator Levels	Estimate	SE	t	p
gruppi1	condizione at 0	-0.500	0.266	-1.88	0.063
gruppi1	condizione at 1	0.640	0.266	2.40	0.018

jamovi: GAMLj

- GAMLj post hoc tests

The screenshot shows the 'Post Hoc Tests' dialog box in jamovi. At the top, there is a dropdown menu labeled 'Post Hoc Tests'. Below this, there are two main panels. The left panel contains a list of factors: 'condizione' and 'gruppi', with 'gruppi' selected and highlighted in blue. A right-pointing arrow button is located between the two panels. The right panel displays the selected factor combination: 'condizione * gruppi'. Below these panels, there is a section titled 'Correction' with five radio button options: 'No correction', 'Tukey' (which is selected), 'Scheffe', 'Bonferroni', and 'Holm'.

▼ | Post Hoc Tests

condizione
gruppi

→

condizione * gruppi

Correction

☐ No correction
☒ Tukey
☐ Scheffe
☐ Bonferroni
☐ Holm

jamovi: GAMLj

- GAMLj post hoc

Post Hoc Tests

Post Hoc Comparisons - condizione * gruppi

Comparison				Difference	SE	t	PTukey
condizione	gruppi	condizione	gruppi				
0	0	- 0	1	1.0000	0.532	1.879	0.244
		- 1	0	-0.0800	0.532	-0.150	0.999
		- 1	1	-1.3600	0.532	-2.555	0.058
	1	- 1	1	-2.3600	0.532	-4.434	< .001
1	0	- 0	1	1.0800	0.532	2.029	0.185
		- 1	1	-1.2800	0.532	-2.405	0.083

jamovi: GAMLj

- In GAMLj l'analisi “funziona” in quanto le variabili categoriche sono codificate con **contrasts coding centrato sullo 0**

Contrast Coefficients

gruppi

Name	Contrast	level=0	level=1
gruppi1	1 - 0	-0.5	0.5

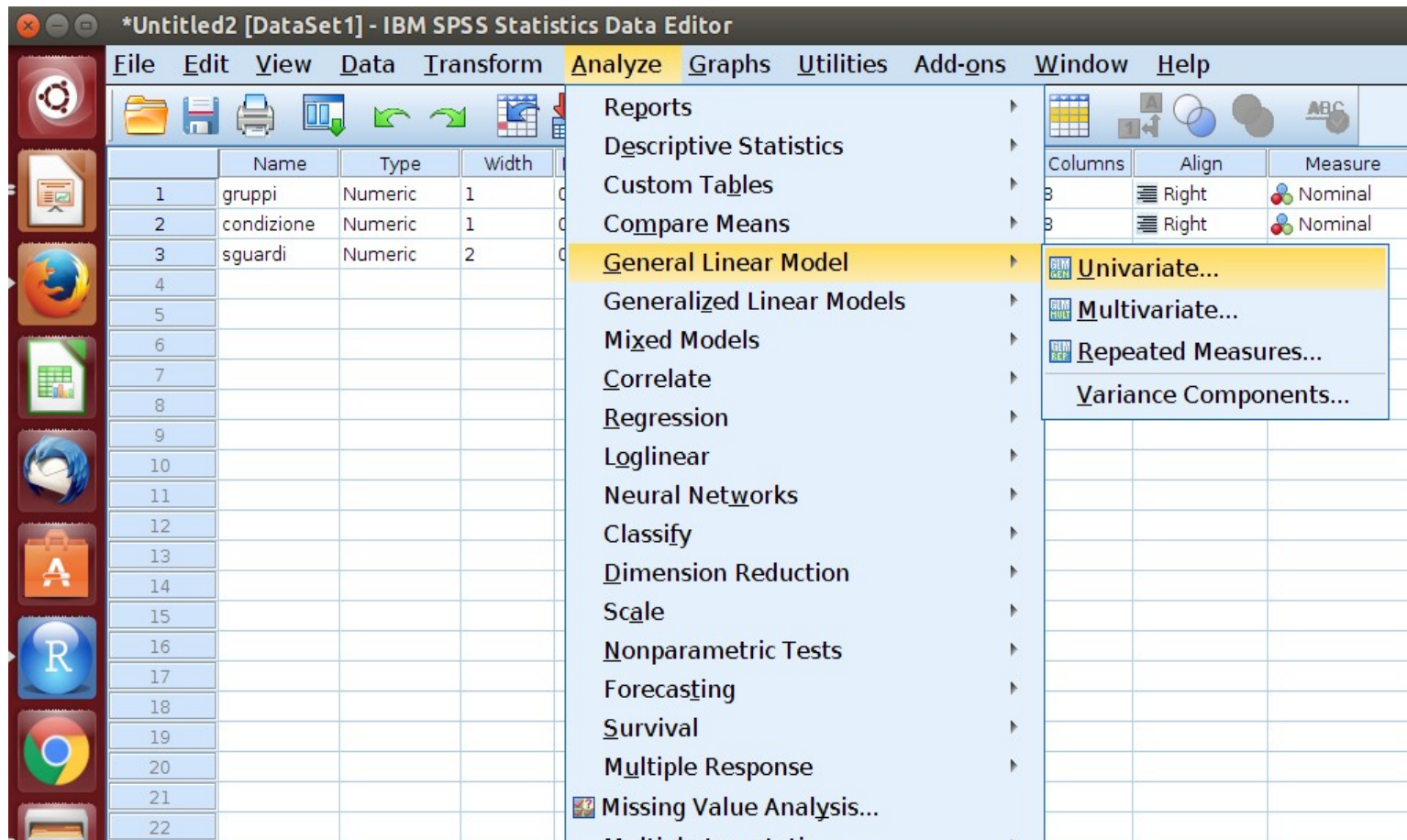
Note. Intercept computed for sample mean

condizione

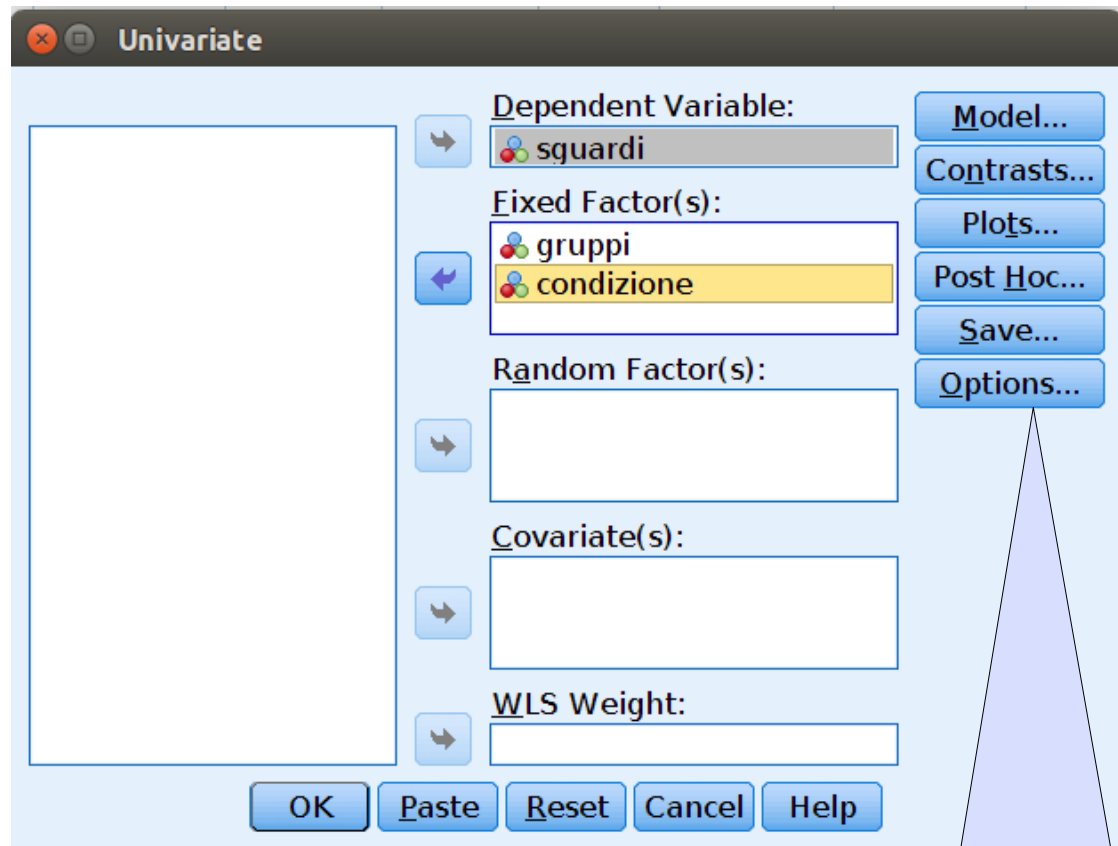
Name	Contrast	level=0	level=1
condizione1	1 - 0	-0.5	0.5

Note. Intercept computed for sample mean

SPSS

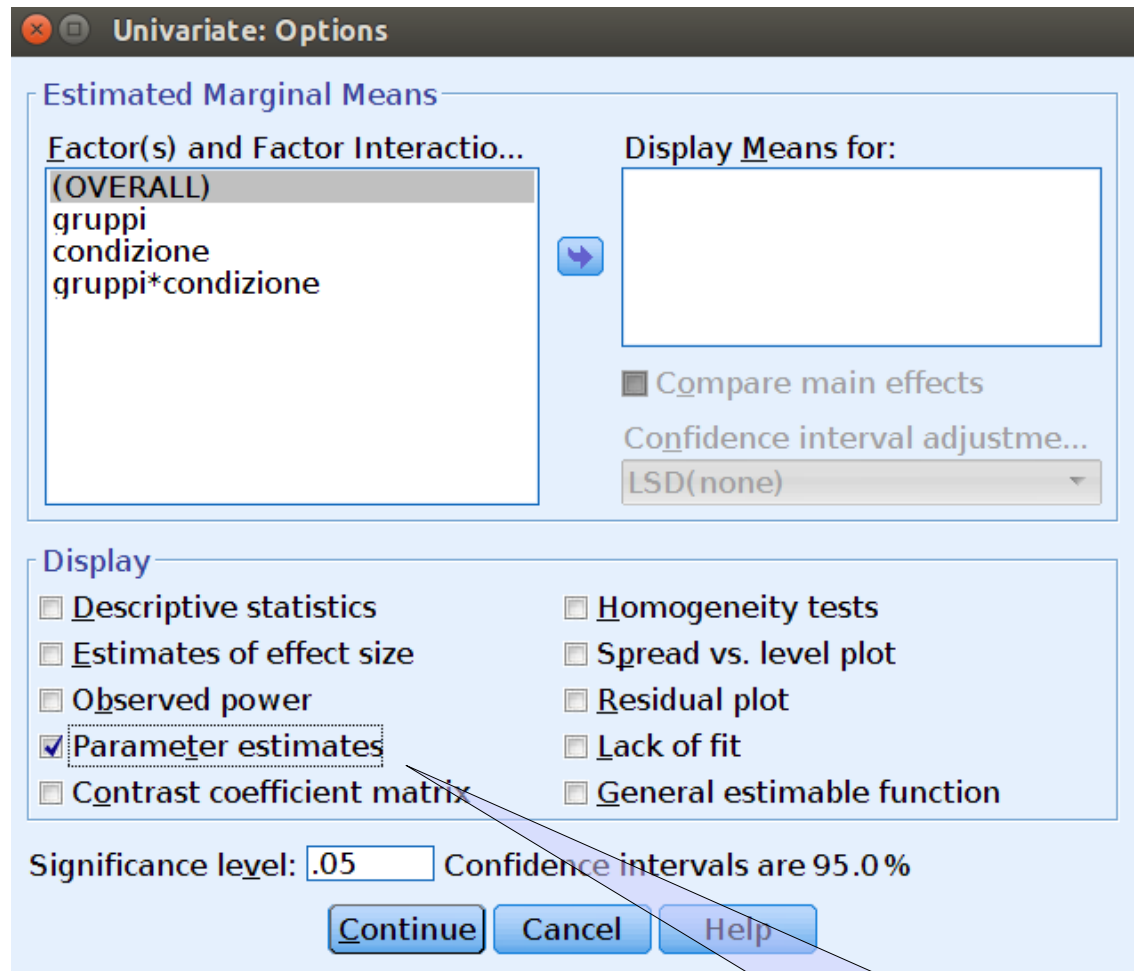


SPSS



Chiedo i coefficienti

SPSS



Chiedo i coefficienti

- Le F sono calcolate centrando le variabili dummy (effetti principali e interazioni)

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: sguardi

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	70.190 ^a	3	23.397	6.608	.000
Intercept	11384.890	1	11384.890	3215.314	.000
gruppi	.490	1	.490	.138	.711
condizione	37.210	1	37.210	10.509	.002
gruppi * condizione	32.490	1	32.490	9.176	.003
Error	339.920	96	3.541		
Total	11795.000	100			
Corrected Total	410.110	99			

a. R Squared = .171 (Adjusted R Squared = .145)

ANOVA Omnibus tests

	SS	df	F	p	η^2p
Model	70.190	3	6.608	< .001	0.171
gruppi	0.490	1	0.138	0.711	0.001
condizione	37.210	1	10.509	0.002	0.099
gruppi * condizione	32.490	1	9.176	0.003	0.087
Residuals	339.920	96			
Total	410.110	99			

SPSS

jamovi

SPSS

- I coefficienti sono calcolati con dummy 0 1, con reference il gruppo più alto

Parameter Estimates

Dependent Variable: sguardi

Parameter	B	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Intercept	11.920	.376	31.673	.000	11.173	12.667
[gruppi=0]	-1.280	.532	-2.405	.018	-2.336	-.224
[gruppi=1]	0 ^a
[condizione=0]	-2.360	.532	-4.434	.000	-3.416	-1.304
[condizione=1]	0 ^a
[gruppi=0] *						
[condizione=0]	2.280	.753	3.029	.003	.786	3.774
[gruppi=0] *	0 ^a
[condizione=1]						
[gruppi=1] *	0 ^a
[condizione=0]						
[gruppi=1] *	0 ^a
[condizione=1]						

a. This parameter is set to zero because it is redundant.

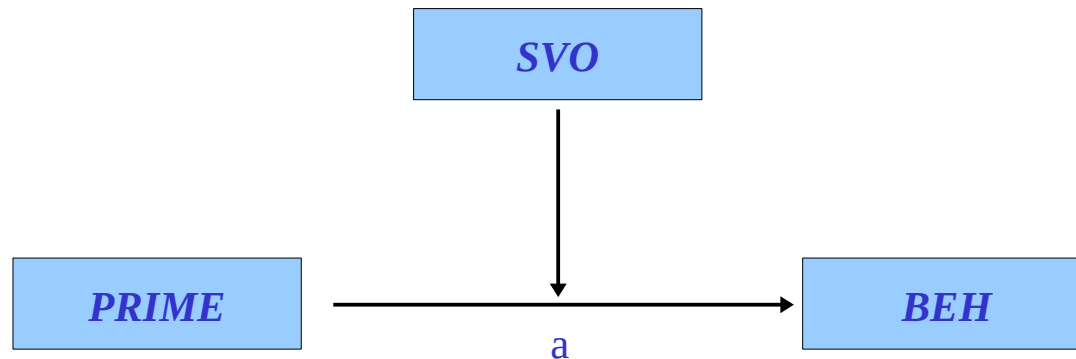
Gruppo=1 reference group

- Per cambiare le dummies bisogna calcolare nuove variabili con i codici che preferiamo: non è possibile centrarle via opzioni di spss!

Interazioni con variabili categoriche e continue

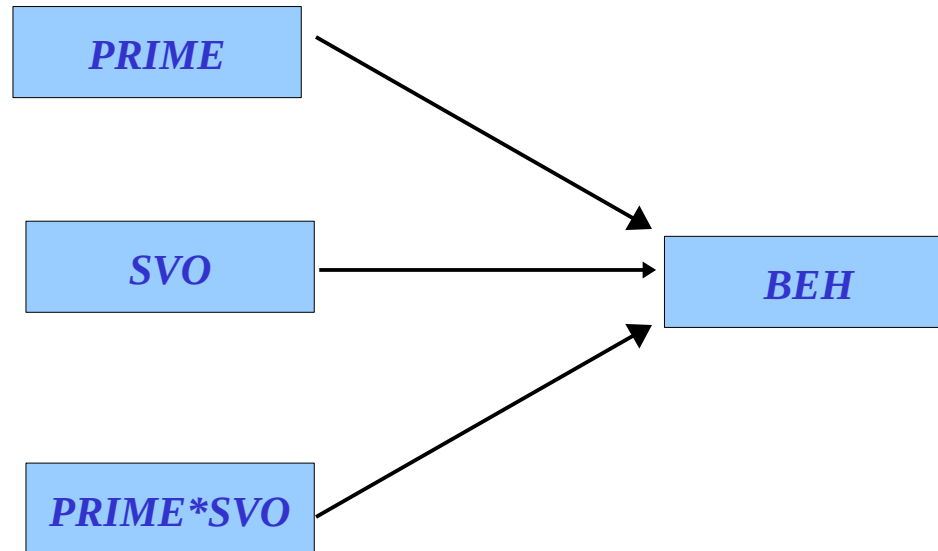
Moderazione

- Avevamo visto l'esempio in cui l'effetto di PRIME (categorica) su BEH può cambiare intensità (e.g. cresce) al variare di SVO
- PRIME categorica, SVO continua



Moderazione Statistica

- Stimeremo un modello lineare moderato con l'interazione $PRIME*SVO$



• GAMLj

General Linear Model

OBS

cprime

EXP

→

Dependent Variable

BEH

→

Fixed Factors

prime

→

Covariates

SVO

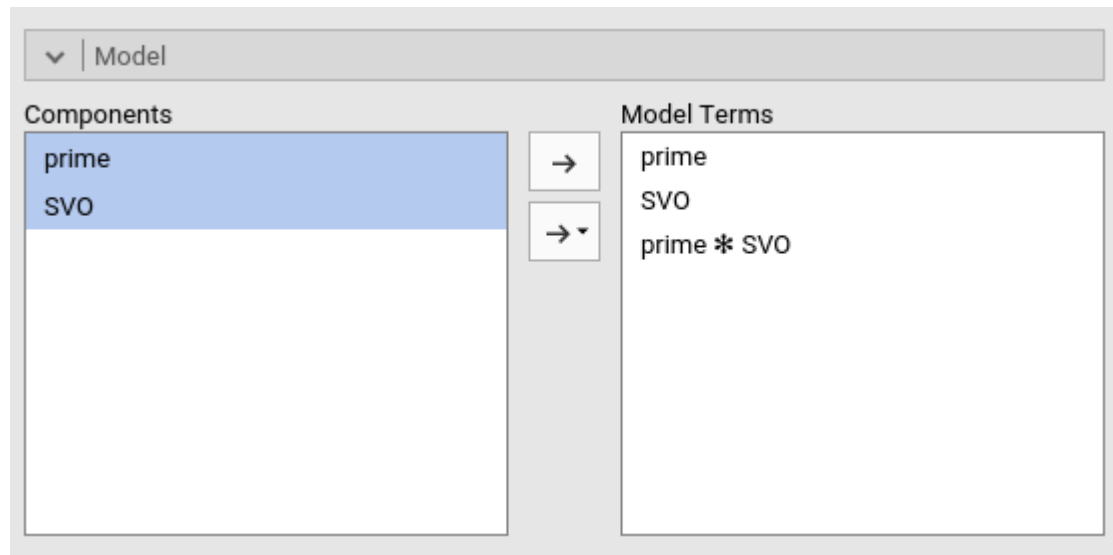
Effect Size

☐ β
☐ η^2
☒ partial η^2
☐ ω^2

Confidence Intervals

☒ Confidence intervals
 Interval %

- GAMLj



● GAMI

General Linear Model

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	p	η^2p
Model	3940	3	1313	7.23	< .001	0.184
prime	2098	1	2098	11.56	< .001	0.107
SVO	794	1	794	4.37	0.039	0.044
prime * SVO	1262	1	1262	6.95	0.010	0.068
Residuals	17427	96	182			

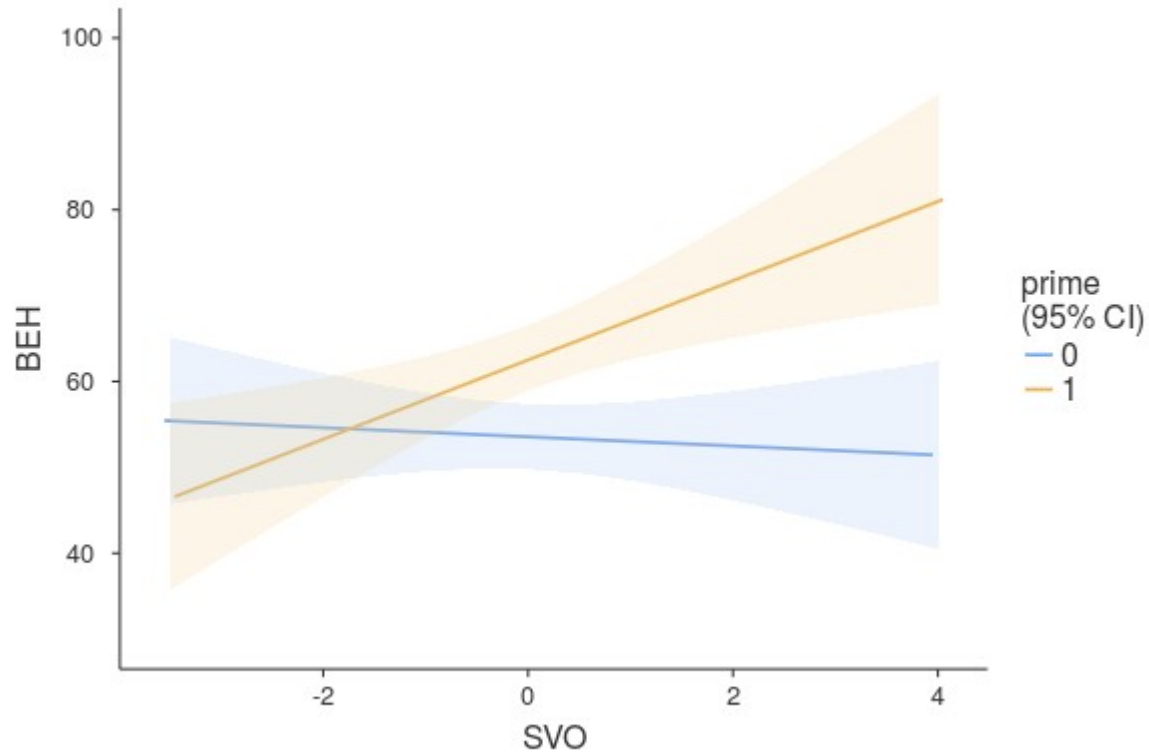
Note. R-squared= 0.184 , adjusted R-squared= 0.159

Model Coefficients (Parameter Estimates)

		Estimate	SE	95% Confidence Interval		t	p
	Contrast			Lower	Upper		
(Intercept)	Intercept	58.16	1.347	55.483	60.83	43.16	< .001
prime1	1 - (0, 1)	4.58	1.347	1.906	7.25	3.40	< .001
SVO	SVO	2.04	0.976	0.104	3.98	2.09	0.039
prime1 * SVO	1 - (0, 1) * SVO	2.57	0.976	0.636	4.51	2.64	0.010

- GAML

Effects Plots



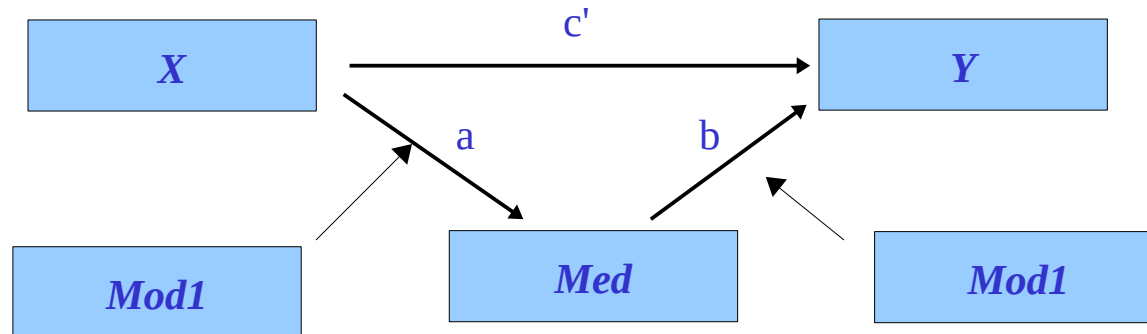
Mediazione condizionale o moderata

Mediazione e Moderazione

- I due modelli teorici **possono operare insieme per spiegare gli effetti**

Mediazione condizionale o moderata

Modello 4



Mediazione condizionale

- E' possibile ragionare in vari modi per capire (bene) la mediazione moderata
 - *Mediazione moderata*: Partendo da un modello di mediazione, ragionare sui possibili moderatori
 - *Moderazione mediata*: Partendo da una interazione, e domandandoci perché vi sia tale mediazione

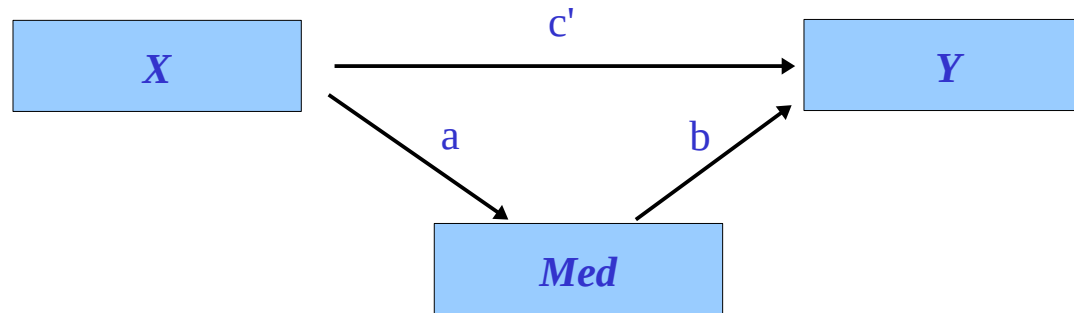
**Il modello statistico, i passi da fare per ottenere i risultati,
e l'interpretazione non cambia**

Prototipi

- Per capire la mediazione condizionale è anche utile partire da dei modelli “prototipici”, e poi eventualmente combinarli in un unico modello
 - *Modello prototipico*: un modello strutturalmente semplice di cui è (relativamente) semplice interpretare i risultati

Mediazione moderata

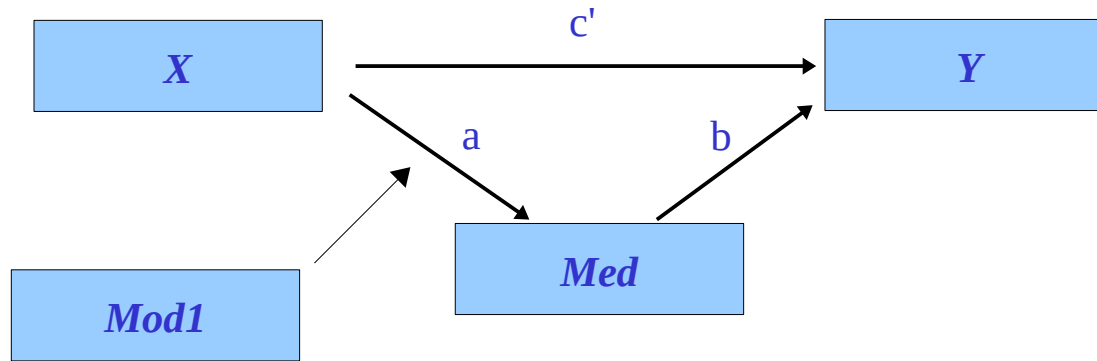
- Partiamo da un ipotetico modello di mediazione



- E domandiamoci in che modo l'intensità dell'effetto mediato può dipendere da un moderatore
- Ricordiamo che l'effetto mediato è dato dal prodotto $a*b$
- Dunque la mediazione può essere moderata se un moderatore cambia a o b

Mediazione moderata: Caso 1

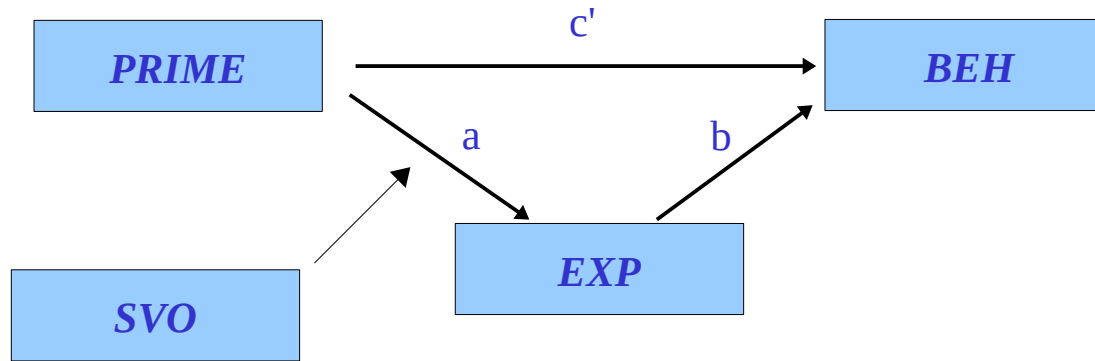
- Partiamo da un ipotetico modello di mediazione



- Nel primo caso, il moderatore cambia l'intensità della relazione tra *X* ed il mediatore *M*

Mediazione moderata: Caso 1

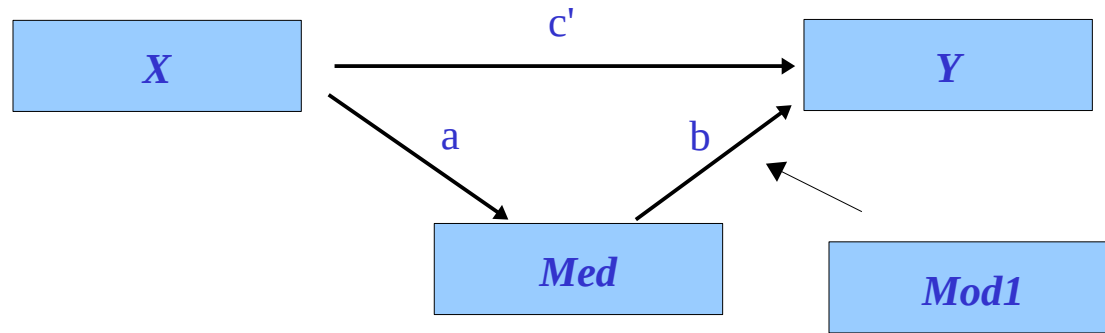
- Partiamo da un ipotetico modello di mediazione



- Nel primo caso, il moderatore cambia l'intensità della relazione tra X ed il mediatore M

Mediazione moderata: Caso 2

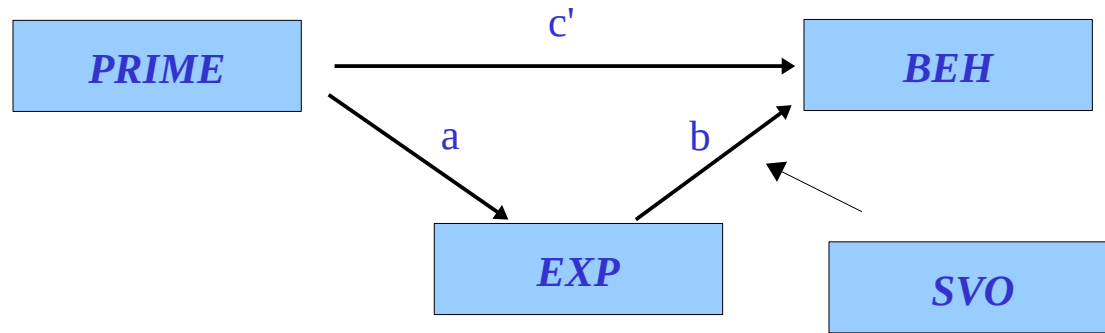
- Partiamo da un ipotetico modello di mediazione



- Nel secondo caso, il moderatore cambia l'intensità della relazione tra il mediatore *Med* e la variabile dipendente

Mediazione moderata: Caso 2

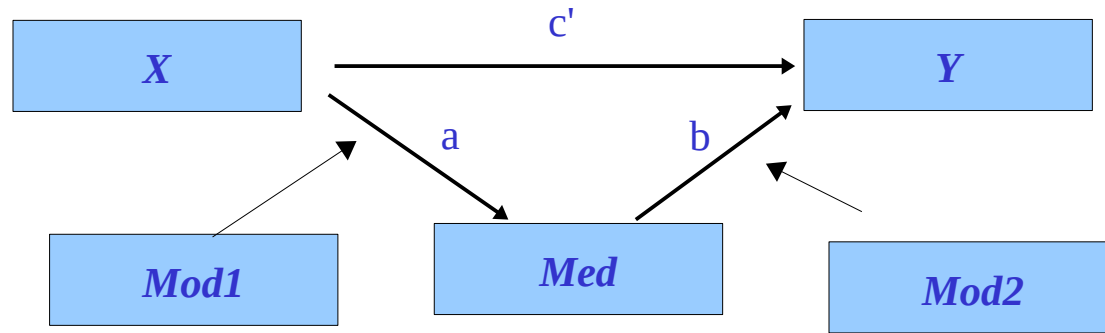
- Partiamo da un ipotetico modello di mediazione



- Nel secondo caso, il moderatore cambia l'intensità della relazione tra il mediatore Med e la variabile dipendente

Combinando i casi

- Queste possibilità possono combinarsi insieme per dare un modello complesso

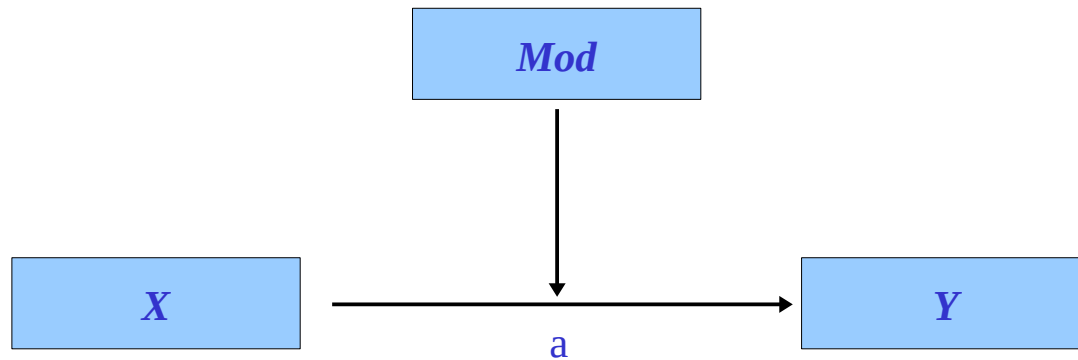


Problema

- Il problema di questo modo di ragionare (ottimo in teoria) è che rende opaca la traduzione del modello in modelli statistici da stimare
- Possiamo allora ragionare in termini di moderazione mediata

Moderazione

- Partiamo ora da un modello di mediazione, e domandiamoci perché ci sia una moderazione
- Cioè, domandiamoci se la moderazione osservata possa essere mediata da l'intervento di una variabile mediatore



Mediazione

● Ricordiamo che nella mediazione (il perché ci sia un effetto semplice) dovevamo avere:

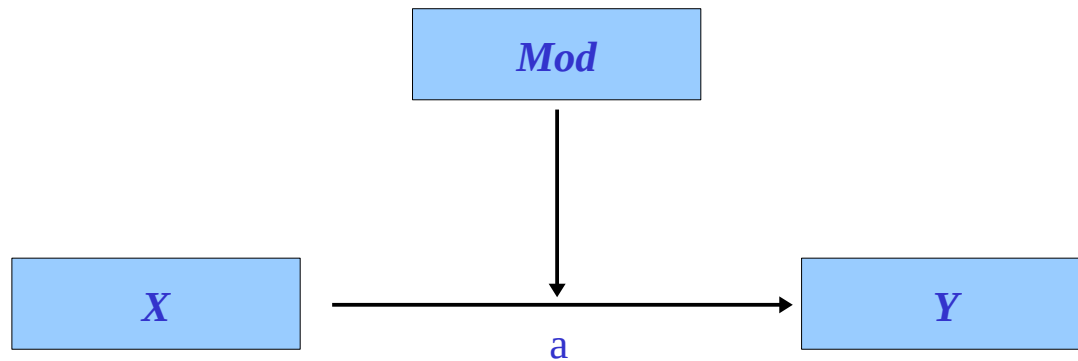
1) Effetto totale: $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$

2) Effetto sul mediatore: $\mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Med}$

3) Effetto parziale del mediatore: $\mathbf{Med} \rightarrow \mathbf{Y}$ al netto di \mathbf{X}

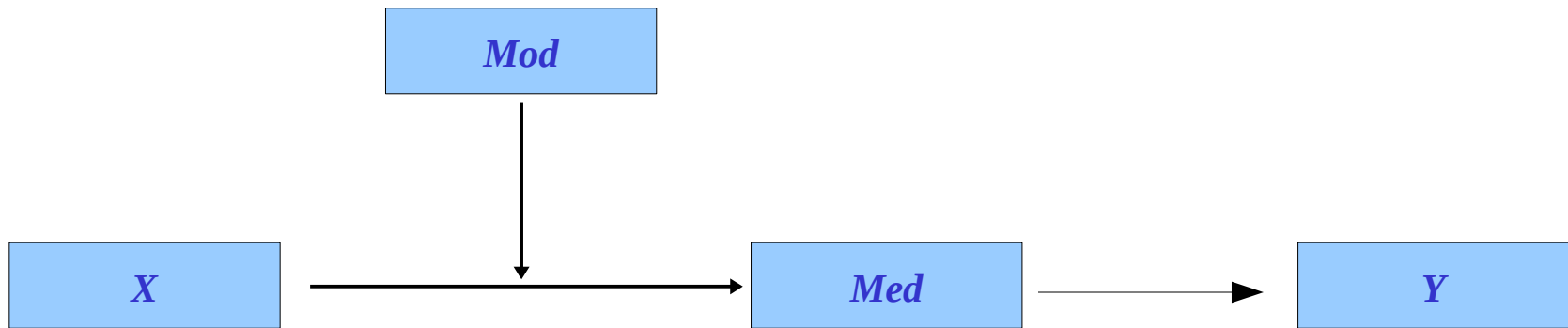
Modelli prototipico

- Esistono solo tre modelli prototipici che possono spiegare perché osserviamo una moderazione grazie all'intervento di un mediatore



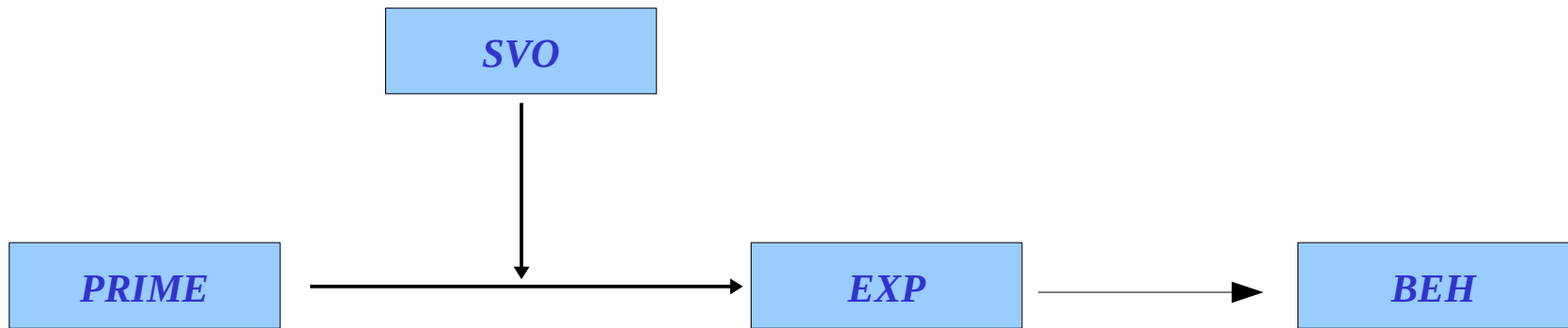
Caso A

- Nel primo modello prototipico, X e Mod interagiscono su Y in quanto X e Mod interagiscono su un moderatore, che a sua volta influenza Y

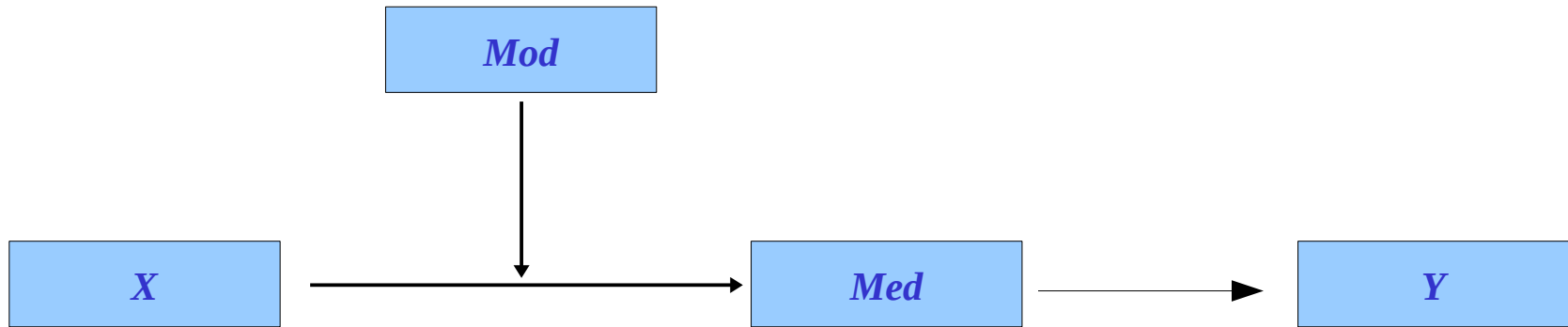


Caso A

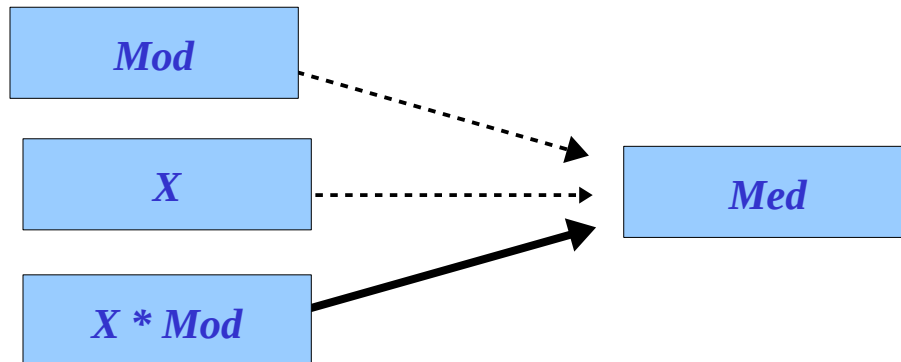
- Nel primo modello prototipico, X e Mod interagiscono su Y in quanto X e Mod interagiscono su un moderatore, che a sua volta influenza Y



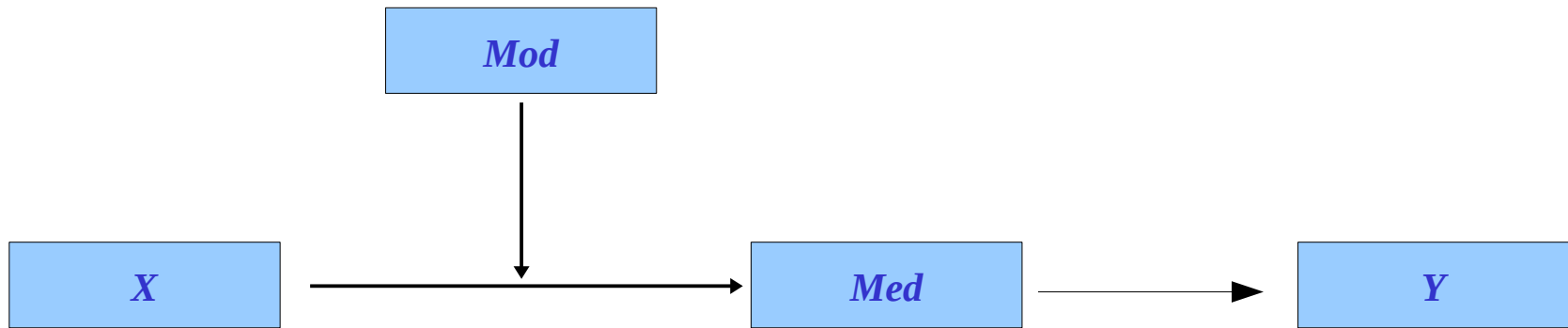
Caso A: Effetto sul mediatore



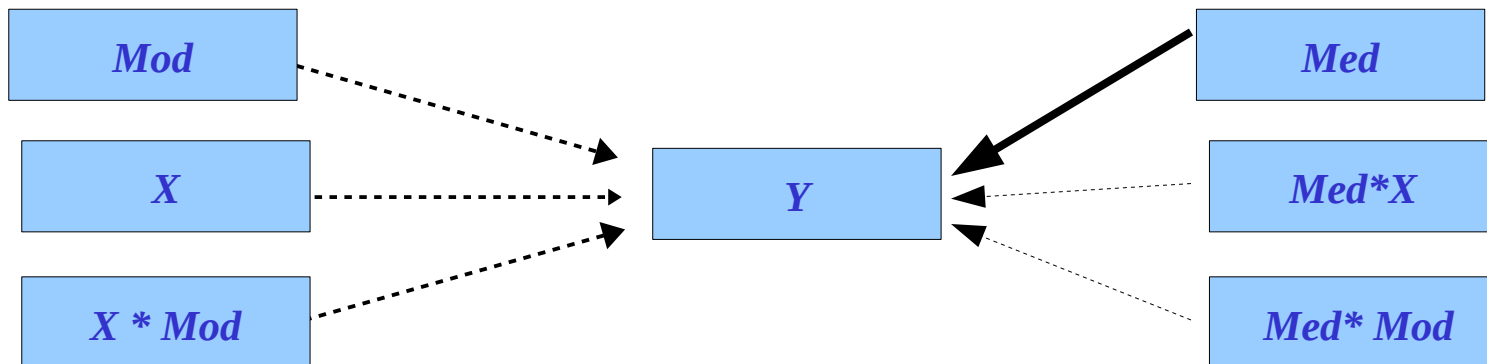
- *X* e *Mod* devono mostrare una interazione nel predire *Med*



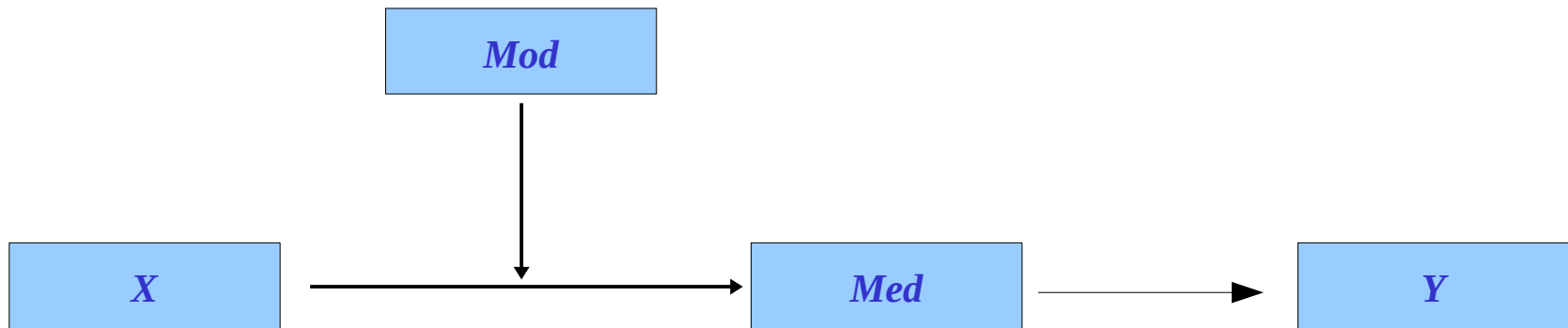
Caso A: Effetto del mediatore



- Med deve avere un effetto principale (non moderato) su Y , al netto delle altre variabili



Caso A: Effetti

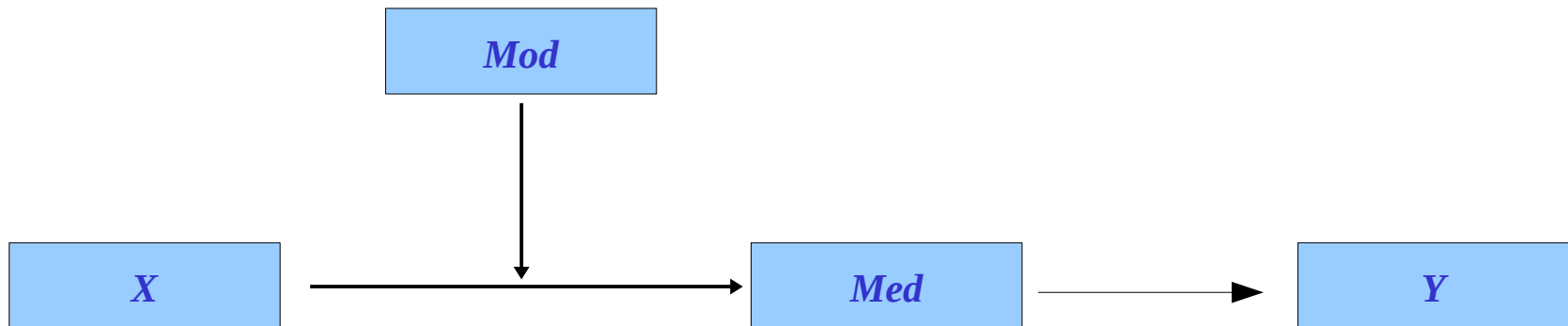


1) Effetto totale: Interazione **$X*Mod$**

2) Effetto sul mediatore: **$X*Mod$**

3) Effetto parziale del mediatore: **Med** al netto di tutti gli altri effetti

Caso A: stima



1) Effetto totale: $Y \sim X + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod}$

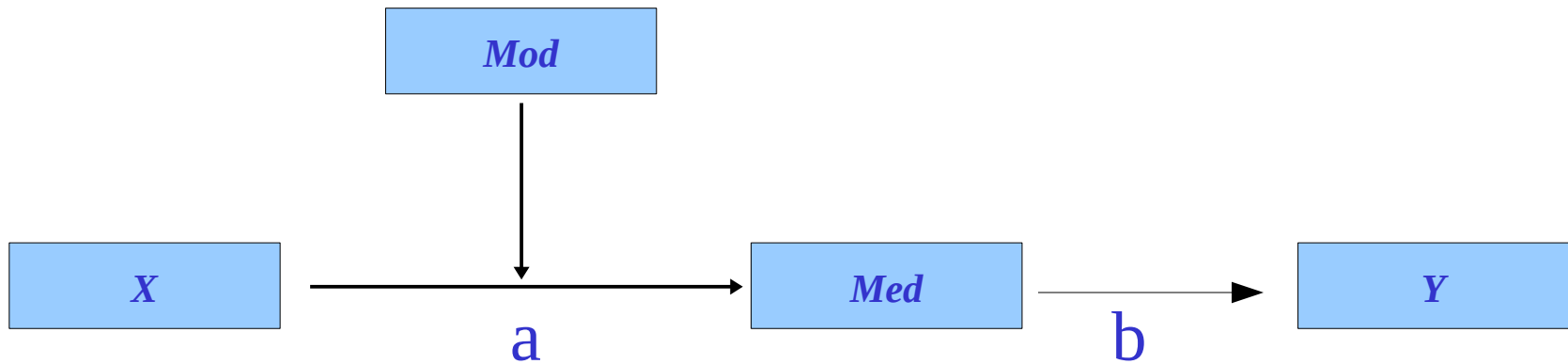
2) Effetto sul mediatore: $\text{Med} \sim X + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod}$

3) Effetto parziale mediatore:

$Y \sim X + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod} + \mathbf{Med} + \mathbf{Med * X} + \mathbf{Med * Mod}$

Caso A: effetto mediato

- Nel primo modello prototipico, X e Mod interagiscono su Y in quanto X e Mod interagiscono su un moderatore, che a sua volta influenza Y



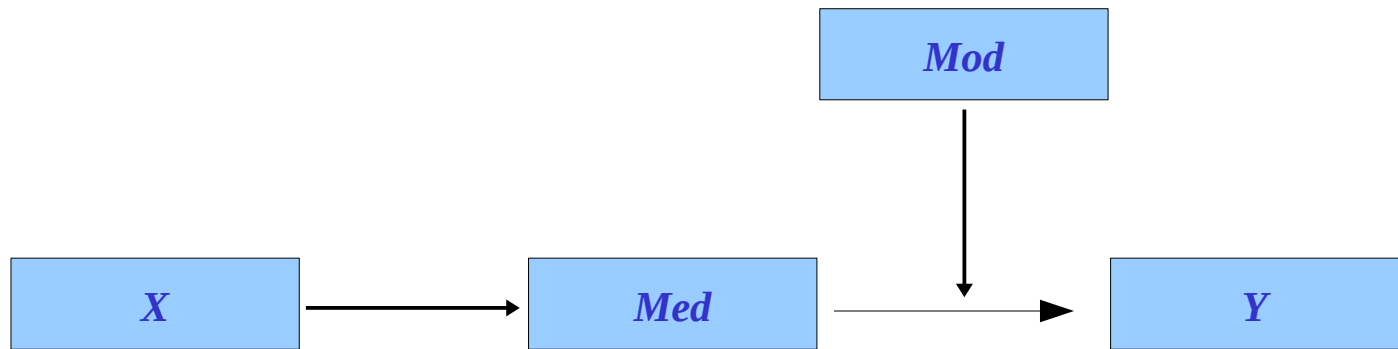
$$EM = (a + B_{XMod} \cdot Mod) \cdot b$$

Simple slope di X su
Med

L'effetto mediato varierà per diversi livelli di Mod

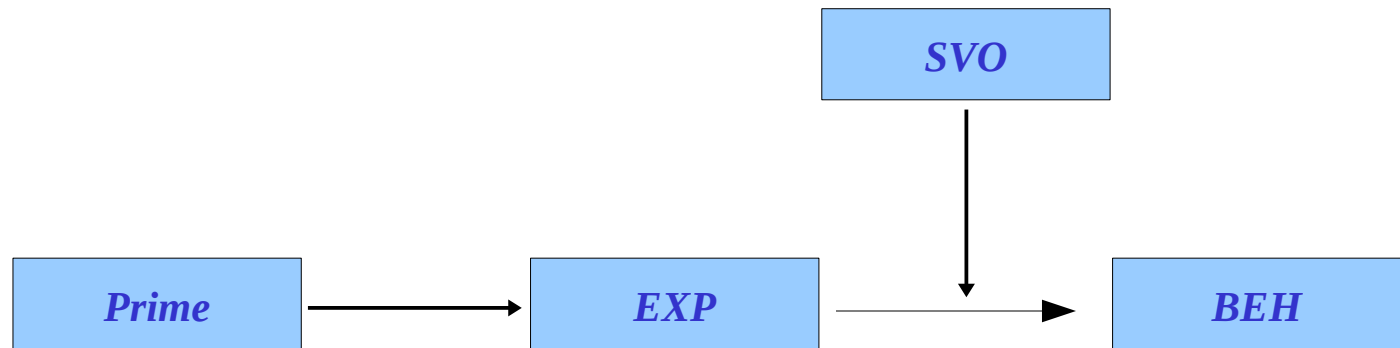
Caso B

- Nel secondo modello prototipico, X e Mod interagiscono su Y in quanto Med e Mod interagiscono sulla Y

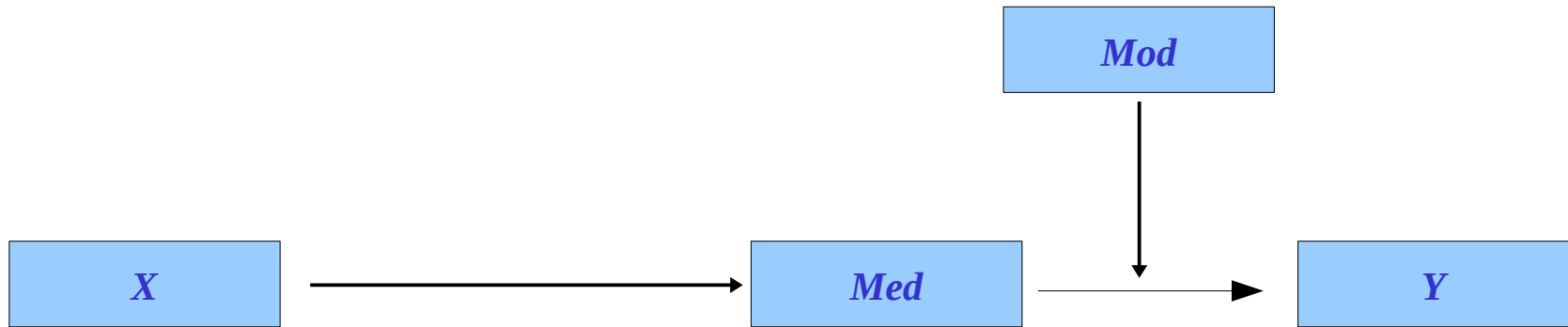


Caso B

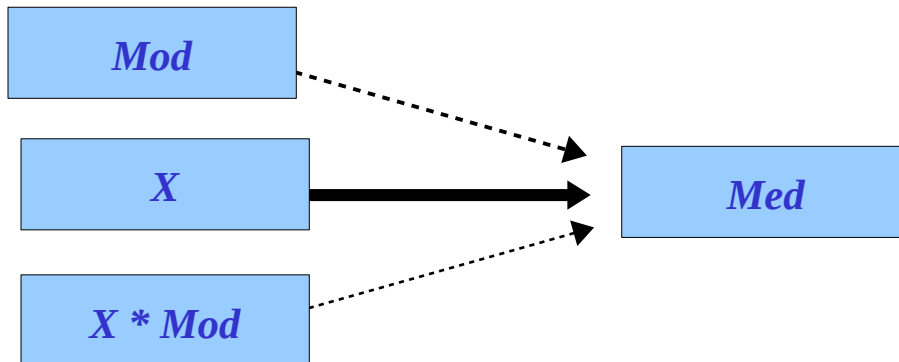
- Nel secondo modello prototipico, X e Mod interagiscono su Y in quanto Med e Mod interagiscono sulla Y



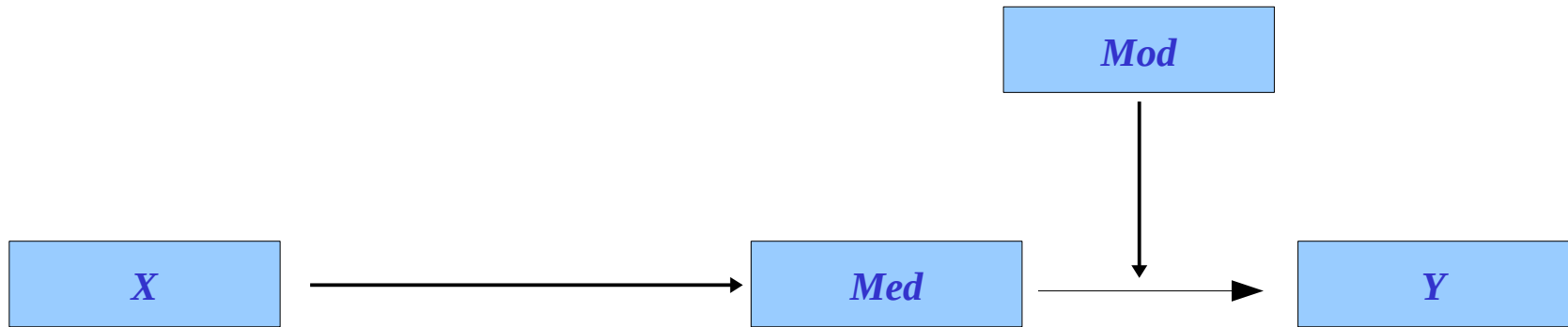
Caso B: Effetto sul mediatore



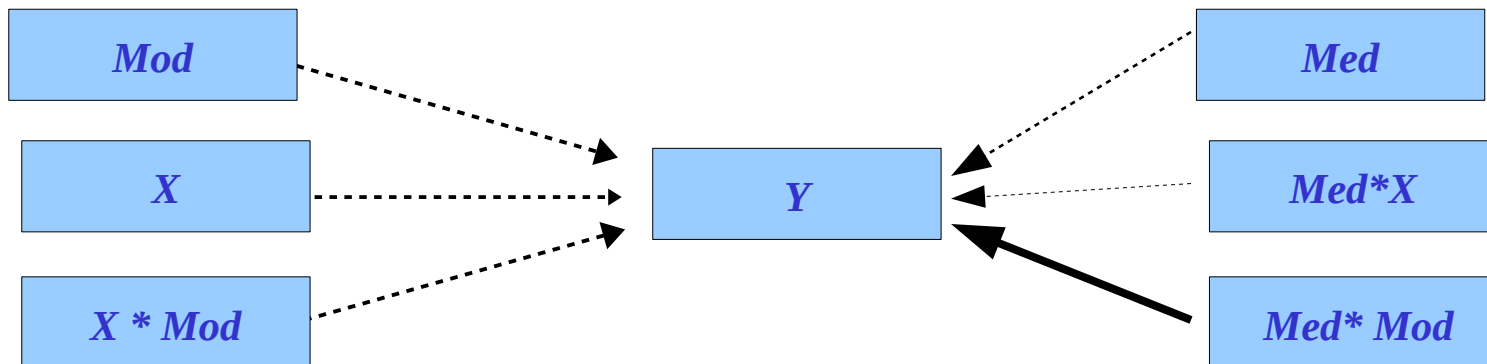
- X deve mostrare un effetto diretto su Med



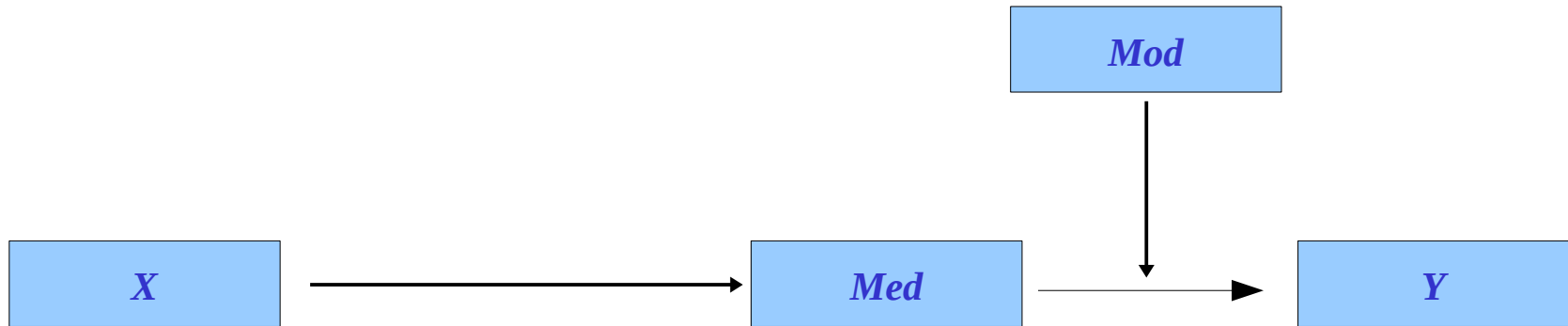
Caso B: Effetto del mediatore



- Med e Mod devono interagire su Y, al netto delle altre variabili



Caso B: Effetti

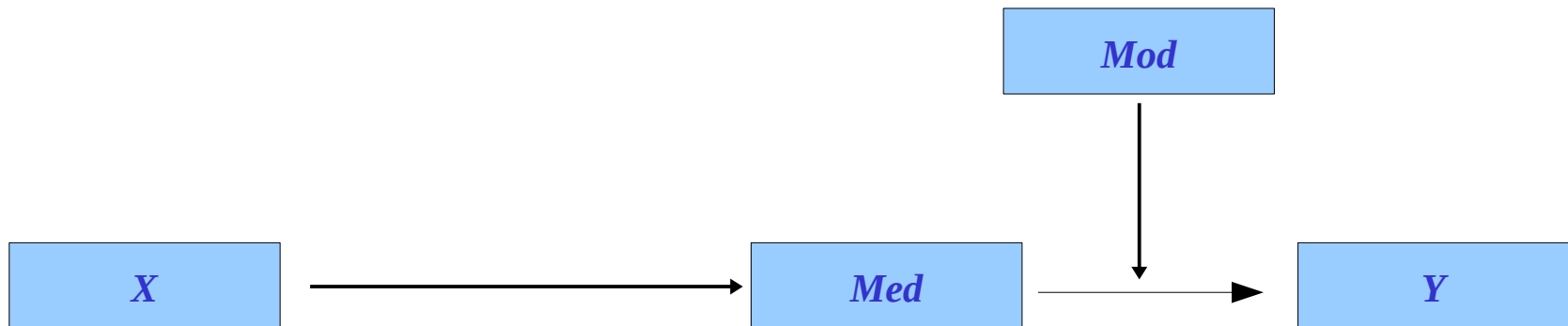


1) Effetto totale: Interazione **$X*Mod$**

2) Effetto sul mediatore: **X**

3) Effetto parziale del mediatore: **$Med*Mod$** al netto di tutti gli altri effetti

Caso B: stima



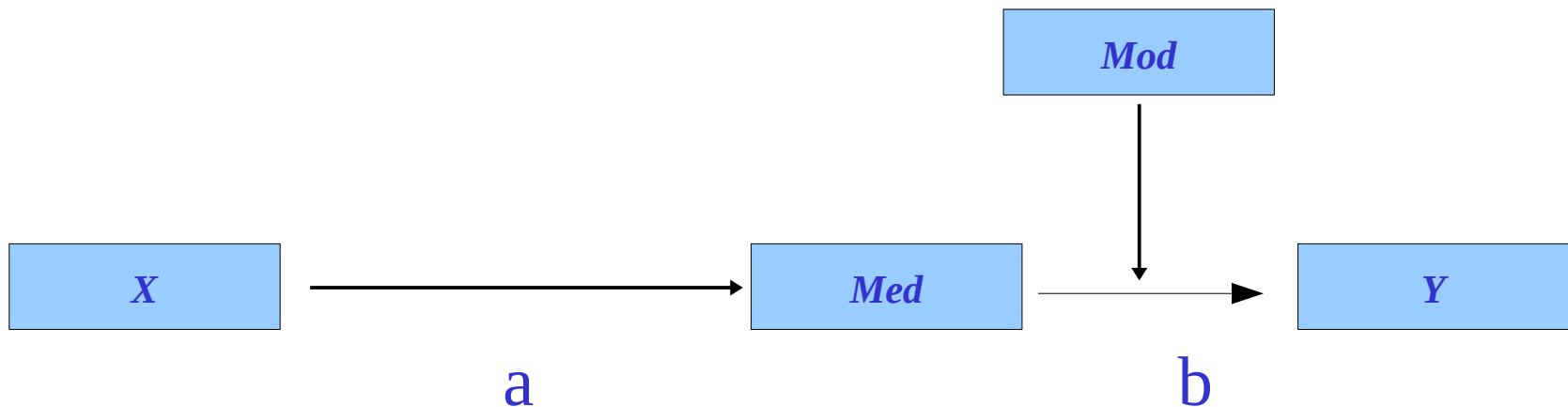
1) Effetto totale: $Y \sim X + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod}$

2) Effetto sul mediatore: $\text{Med} \sim \mathbf{X} + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod}$

3) Effetto parziale mediatore:

$Y \sim X + \text{Mod} + \mathbf{X * Mod} + \text{Med} + \text{Med} * \mathbf{X} + \mathbf{Med * Mod}$

Caso B: effetto mediato



Simple slope di *Med*
su *Y*

$$EM = a \cdot (b + B_{MedMod} \cdot Mod)$$

L'effetto mediato varierà per diversi livelli di *Mod*

Dunque

- Qualsiasi sia il nostro modello, le regressioni necessarie sono sempre le stesse 3

1) Effetto totale: $Y \sim X + \text{Mod} + X * \text{Mod}$

2) Effetto sul mediatore: $\text{Med} \sim X + \text{Mod} + X * \text{Mod}$

3) Effetto parziale mediatore:

$Y \sim X + \text{Mod} + X * \text{Mod} + \text{Med} + \text{Med} * X + \text{Med} * \text{Mod}$

Dunque

- L'effetto mediato sarà dato dal prodotto dei coefficienti delle simple slopes (effetti di primo ordine)
- Al variare del moderatore, varierà anche l'intensità dell'effetto mediato
- Variando i livelli del moderatore, otteniamo l'effetto mediato a differenti livelli del moderatore

Interpretazione dei risultati

- Nei risultati, guarderemo:
 - Se sono presenti (significative) le interazioni
 - Gli effetti mediati ai diversi livelli del moderatore