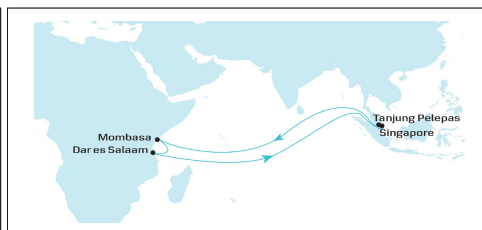


Optimering i containerbranchen: reducering af omkostninger til brændstof

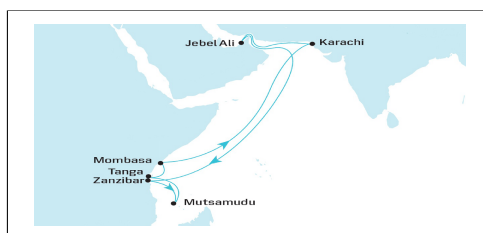
Transport af containere foregår primært indenfor det shipping segment, der kaldes liner shipping. Her sejler skibene efter fastlagte og offentliggjorte ruter med faste afgangse lige som busser. Dvs. at et skib på en bestemt rute ankommer til en given havn på det samme tidspunkt hver uge. Nedenfor er vist nogle eksempler fra Mærsk på ruter for deres container fragtskibe:



Figur 1: Rute 1



Figur 2: Rute 2



Figur 3: Rute 3

Et mindre rederi sejler følgende rute:

Havn	Land	Ugedag i havnen	Tid fra sidste havn i dage
Mombasa	Kenya	mandag	0
Zanzibar	Tanzania	onsdag	2
Victoria	Seychellernes øer	tirsdag	6
Salalah	Oman	mandag	6
Mombasa	Kenya	mandag	7

Rederiet ønsker at undersøge, om deres omkostninger til indkøb af brændstof kan reduceres. De ønsker derfor at finde den bedste (optimale) fordeling for indkøb af brændstof på de besøgte havne for et givent skib. Rederiet har derfor hyret Jer til at finde en løsning, der minimerer brændstofudgifterne forbundet med containerskibe på overstående rute.

For hver strækning mellem to havne er det beregnet, hvor meget brændstof et skib forbruger. Da man grundet for eksempel dårligt vejr forbruger mere brændstof end angivet, kræver rederiet, at skibene skal have en reserve.

Brændstofforbrug og reservekrav på ruten er angivet her:

Havn	Forbrug til næste havn	Reserve (ved ankomst til)
Mombasa	700	1000 (start)
Zanzibar	1800	1200
Victoria	2200	1800
Salalah	2800	2800

Bemærk at for den første havn, dvs. Mombasa, ønsker rederiet, at skibene ankommer med præcist 1000 metrisk ton (mt) i reserve, dvs. hverken mere eller mindre end 1000 mt tilsammen i tankene.

Det er muligt, at tanke brændstof i de fleste havne, dog varierer priserne meget, og det er ofte billigere at tanke i lande, som producerer olie, end i lande, som ikke gør.

I følgende tabel har Jeres rederi angivet priser per mt brændstof i de besøgte havne:

Havn	\$ per mt
Mombasa	600
Zanzibar	900
Victoria	1100
Salalah	1200

Skibet, som I skal finde et tankningsmønster for, har 2 tanke, begge med en kapacitet på 3500 mt.

Opgaver

1. Rederiet har informeret Jer om, at de ved seneste sejlads af ruten tankede efter følgende mønster:

Havn	tank 1	tank 2
Mombasa	2000	2000
Zanzibar	1000	1000
Victoria	1000	1000
Salalah	0	0

Hvilken betingelse er ikke opfyldt i denne løsning (Husk at der er 1000mt på skibet, inden optank, ved Mombasa)?

2. Rederiet informerer Jer om, at de gav Jer forkerte data og efter at have verificeret data giver de Jer følgende tabel, som viser deres tankninger:

Havn	tank 1	tank 2
Mombasa	2000	2000
Zanzibar	1000	1000
Victoria	750	750
Salalah	0	0

- (a) Er alle betingelser nu opfyldt?
 - (b) Hvor meget koster denne løsning selskabet?
3. Lad l_{is} være mængden, der bliver fyldt på tank $s \in S$ i havn $i \in P$. Lad $S = \{1, 2\}$ og $P = \{0, 1, 2, 3\}$ som i tabellen til spørgsmål 2. Ved brug af l_{is} skriv en funktion for, hvordan omkostningen til brændstof bliver beregnet. (Denne funktion skal senere bruges i dit python program til at minimere omkostningerne; her skal den bare opskrives).

4. Lad h_{is} være mængden af brændstof i tank s , når skibet sejler fra havn i , efter en evt. optankning i havn i . Lad f_{is} være brændstofforbrug fra havn i til havn $i + 1$ for tank s . Forklar med ord, hvad der er udtrykt ved følgende:

$$f_{is} \leq h_{is}, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}, s \in \{1, 2\}.$$

5. Beskriv følgende ligninger med ord:

$$h_{is} = h_{i-1,s} + l_{is} - f_{i-1,s}, \forall i \in \{1, 2, 3\}, s \in \{1, 2\}.$$

Bemærk at for havnen Mombasa ($i = 0$) er ligningen:

$$h_{0s} = h_{3s} + l_{0s} - f_{3s}, \forall s \in \{1, 2\}.$$

6. Husk at rederiet har givet Jer besked på, at der skal være præcis 1000mt reserve (R_i) ved ankomst til Mombasa (havn 0). Dette medfører, at mængden af brændstof i tankene ved afgang fra Salalah (havn 3) skal være forbruget (F_i) fra Salalah til Mombasa samt 1000mt i reserve:

$$h_{31} + h_{32} = R_0 + F_3 = 1000 + 2800 = 3800.$$

For afgang fra Mombasa er kravet følgende ulighed:

$$h_{01} + h_{02} \geq R_1 + F_0 = 1200 + 700 = 1900.$$

Opstil på samme måde kravet for brændstofmængden i tankene ved afgang fra Zanzibar (h_{1s}) og Victoria (h_{2s}).

7. Beskriv følgende ligninger med ord:

$$f_{i1} + f_{i2} = F_i, \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

8. Skriv omkostningen, som I ønsker at minimere, i python (den fra spørgsmål 3)

$obj :=$ omkostningen udtrykt ved l_{is} fra spørgsmål 3

9. Følgende er listen af betingelser fra de forrige opgaver:

$$f_{is} \leq h_{is} \quad \forall i \in \{0, 1, 2, 3\}, s \in \{1, 2\} \quad (1)$$

$$h_{is} = h_{i-1,s} + l_{is} - f_{i-1,s} \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}, s \in \{1, 2\} \quad (2)$$

$$h_{0s} = h_{3s} + l_{0s} - f_{3s} \quad \forall s \in \{1, 2\} \quad (3)$$

$$\textbf{Reserve: } h_{i1} + h_{i2} \geq R_{i+1} + F_i \quad \forall i \in \{0, 1, 2\} \quad (4)$$

$$\textbf{Start: } h_{31} + h_{32} = R_0 + F_3 \quad (5)$$

$$f_{i1} + f_{i2} = F_i \quad \forall i \in \{0, 1, 2, 3\} \quad (6)$$

Hvor

h_{is} Mængden af brændstof i tank s ved afgang fra havn i ,
 f_{is} Mængden af brændstofforbrug fra tank s på rejsen fra havn i til havn $i + 1$,
 l_{is} Mængden af brændstof fyldt i tank s ved havn i ,
 F_i Mængden af brændstof, som der er behov for, ved en sejlads fra havn i til havn $i + 1$,
 R_i Mængden af brændstof, som skal være i reserve, ved ankomst til havn i . I havn 0 er det præcist den mængde, som skal være på skibet.

Skriv betingelserne i python som:

$cnsts := ["betingelse1", "betingelse2", \dots];$

10. Løs problemet ved at køre Python programmet for modellen med kravene ovenfor
Angiv værdierne for variablene h_{is} , f_{is} og l_{is} .
11. Er løsningen lovlig?
12. Angiv domænet for h_{is} . Behøver vi domæne for l_{is} og f_{is} ? Hvorfor eller hvorfor ikke?
13. Tilføj domæne betingelserne til *cnsts*. Minimer med LPSolve og skriv omkostning samt værdierne for variablene h_{is} , f_{is} og l_{is} .
14. Tankene er placeret på hver sin side af skibet. For at skibet ligger lige i vandet, skal niveauet på tankene være ens, både ved ankomst og afgang fra havn. Tilføj dette til modellen.
15. Find løsningen og angiv værdierne for variablene h_{is} , f_{is} og l_{is} . Sammenlign med løsningen fra spørgsmål 13.
16. Hvor meget er sparet i forhold til deres oprindelige tankning?
17. Kan I på nogen måde reducere antallet af begrænsninger og/eller antallet af variable i Jeres model?
18. Rederiet har beregnet, at et skib for hvert mt af brændstof i tanken bruger 0,01mt ekstra per sejldag på grund af ekstra vægt. Til at estimere vægten af brændstoffet på en rejse mellem to havne bruger vi $h_{i1} + h_{i2} - \frac{F_i}{2}$. Tilføj det ekstra brændstofforbrug til de nødvendige begrænsninger i Jeres model og opskriv disse nye betingelser.
19. Når et skib tanker op i en havn så er der altid nogle ekstra omkostninger (udover selve brændstoffet). Lad c_i være ekstra omkostningerne ved at tanke brændstof i havn $i \in P$. Omkostningerne betales kun hvis skibet tanker i havnen, og er faste uanset hvor meget det tanker af brændstof. Tilføj variabler som beskriver hvis skibet tanker i havn $i \in P$ eller ej. Tilføj nødvendige begrænsninger, domæne og opdater objektivfunktionen for at inkludere disse omkostninger. De ekstra omkostninger er:

Havn	\$ Fast tank omkostning
Mombasa	200000
Zanzibar	100000
Victoria	400000
Salalah	300000