



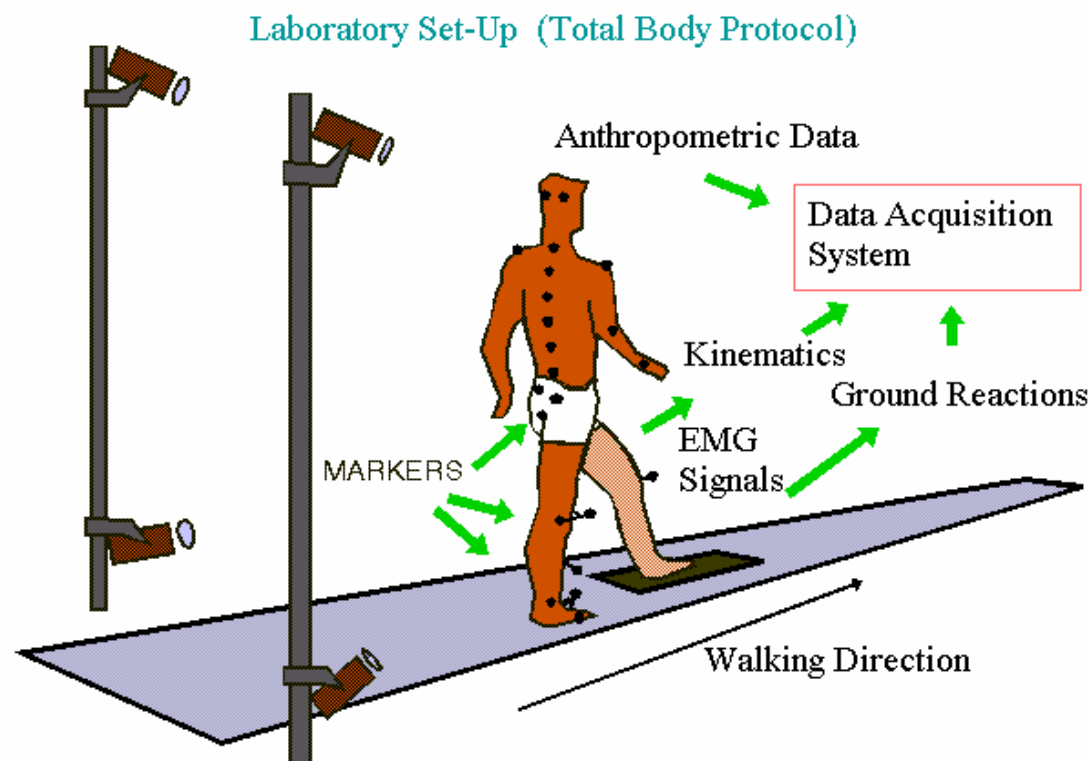
**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# BIOINGEGNERIA DEL SISTEMA MOTORIO

**Sezione: M-Z**

Il problema dinamico inverso

# Gli aspetti di rilevante interesse



- 1) temporale
- 2) cinematico
- 3) dinamico
- 4) energetico
- 5) neuromuscolare

Analisi multifattoriale del movimento (cammino)

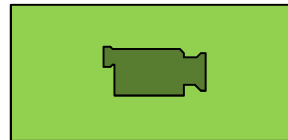
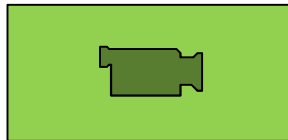
## .....e il loro utilizzo da un punto di vista clinico

Essi rivestono anche un rilevante interesse clinico in quanto permettono di descrivere quantitativamente un gesto motorio **alterato da una patologia**, di **quantificarne le variazioni rispetto al comportamento 'normale'**, di **confrontare a distanza di tempo le modifiche indotte dall'evoluzione della patologia** e di **valutare gli effetti di eventuali trattamenti terapeutici**.

.....un esmpio

## Gait Analysis

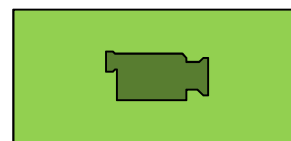
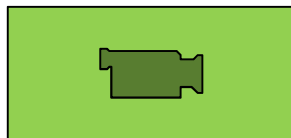
- Gait Analysis preoperatoria



Video (Front) Video (Back)

# Pre intervento B.A.

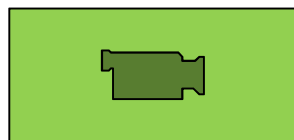
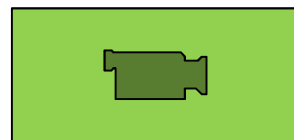
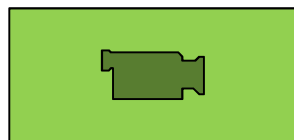
L-side — R-side —



Video

PDF

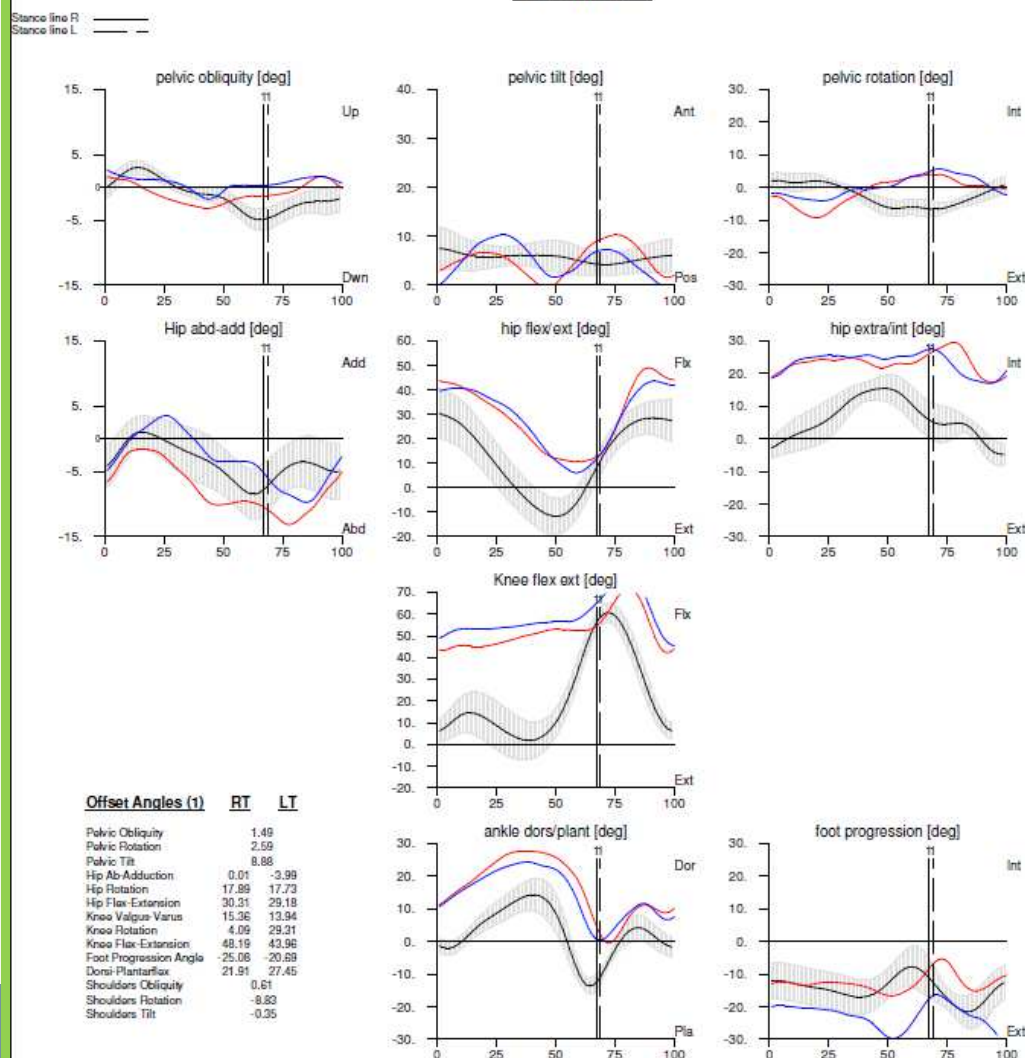
3D



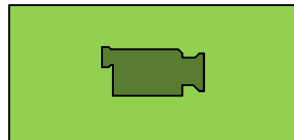
PDF consistency

Bioingegneria del Sistema Motorio

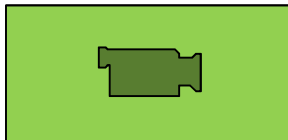
## Kinematics



# Pre intervento B.A.



Video

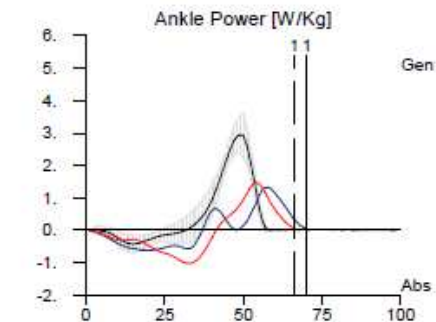
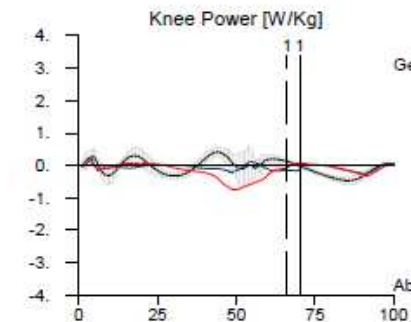
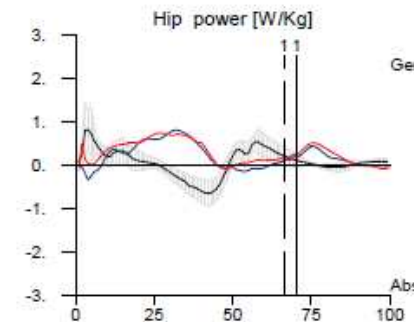
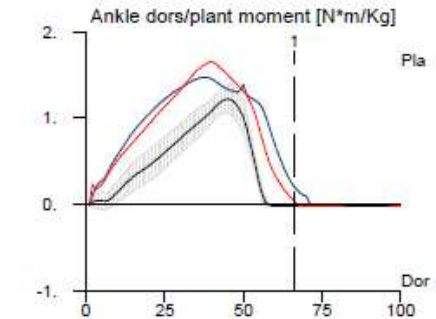
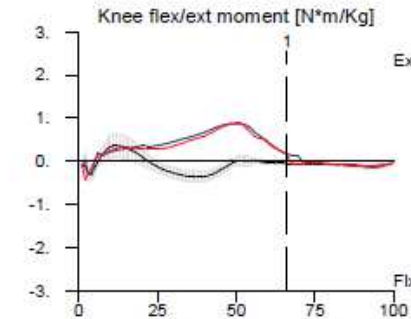
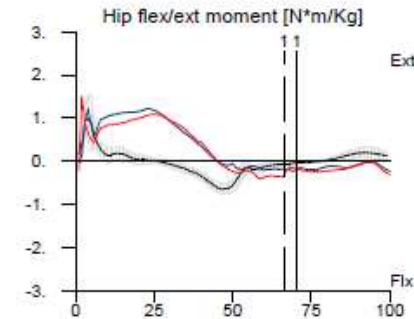
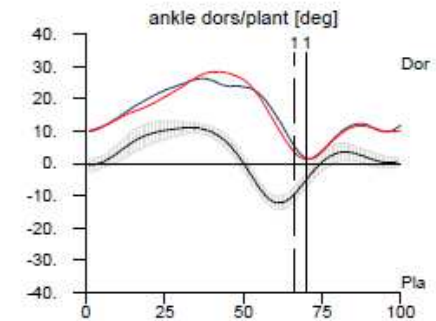
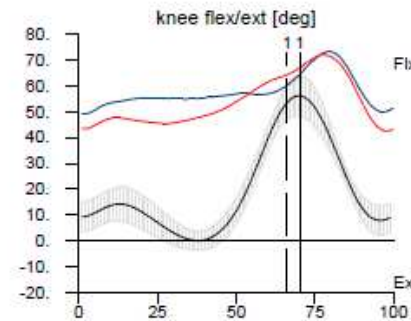
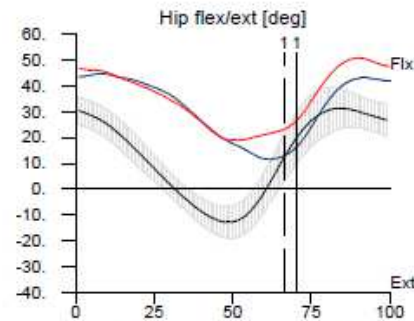


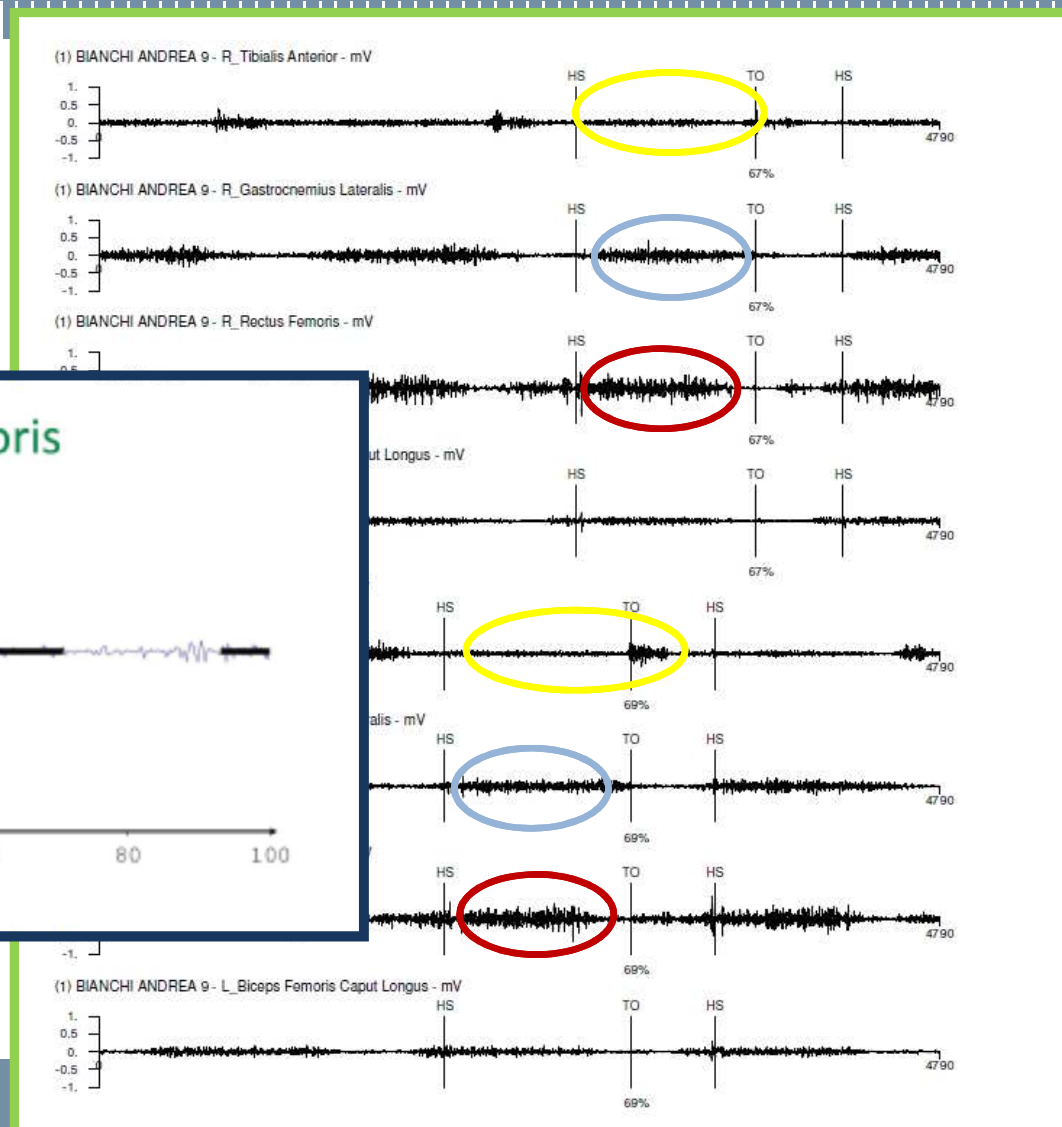
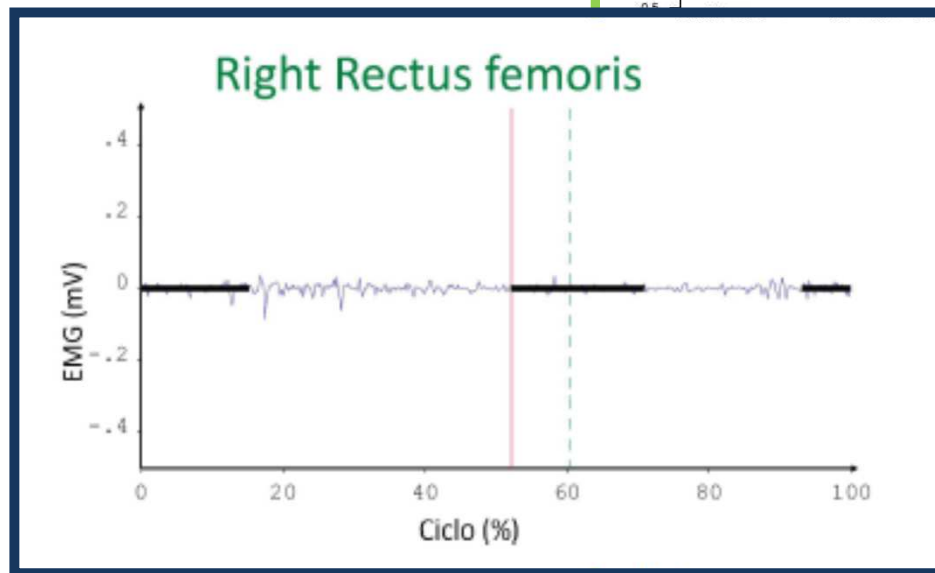
L-side — R-side —

Protocollo: Anatomico

## Sagittal plane kinetics

Linea stance R —  
Linea stance L —





Normativa

# Programma Chirurgico

- SCOPO: ridurre il dolore, ottenere un miglioramento dell'estensione del ginocchio sia attiva che passiva al fine di consentire il pieno controllo del ginocchio durante il ciclo del passo .
- Riportare la rotula nella posizione fisiologica e migliorare la tensione degli estensori.

Accorciamento degli estensori del ginocchio

# Gait Analysis

- Gait Analysis postoperatoria (post 7 months)



Front



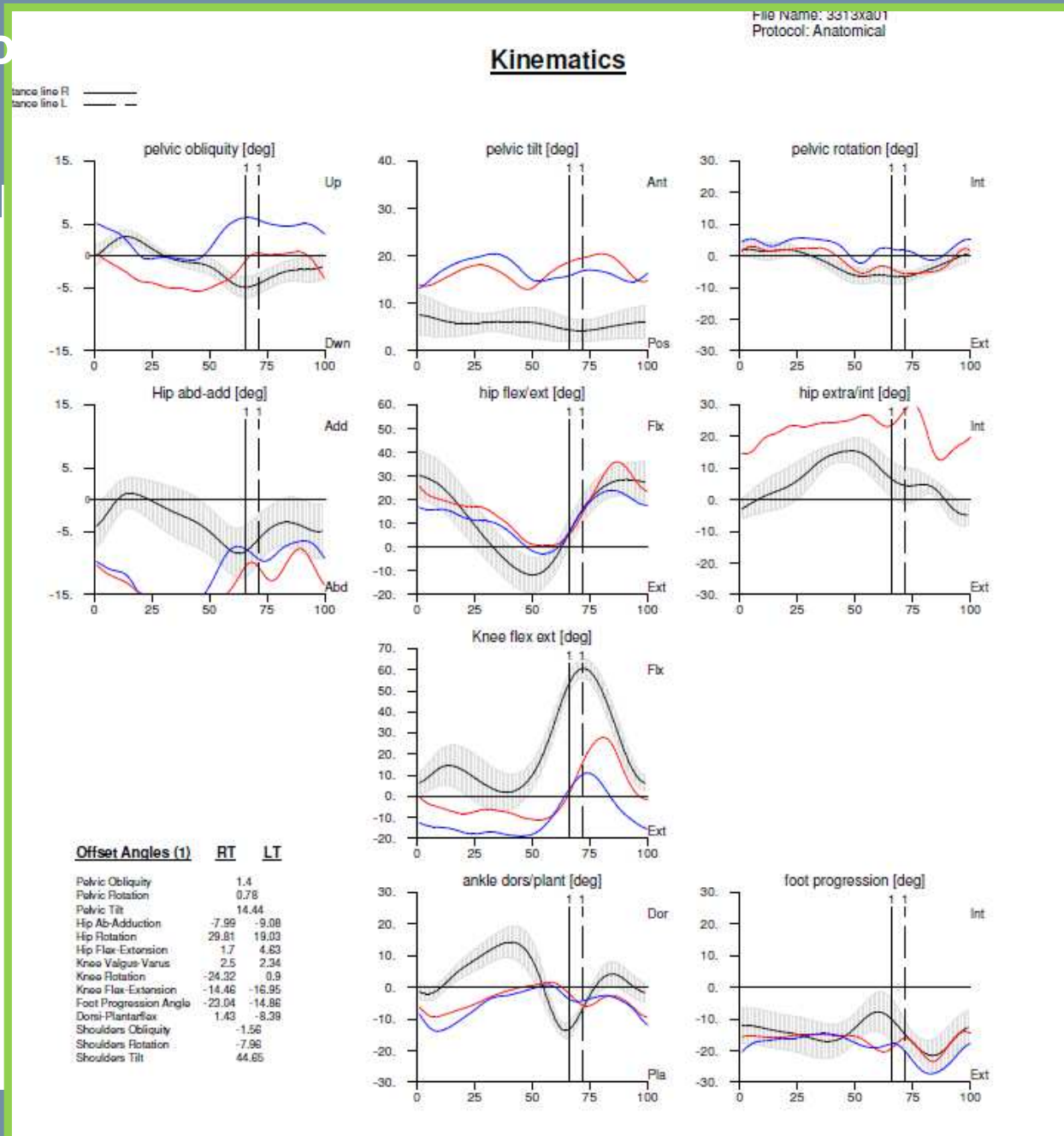
Back

# Post intervento ( 7 mesi) B.A

Video

PDF

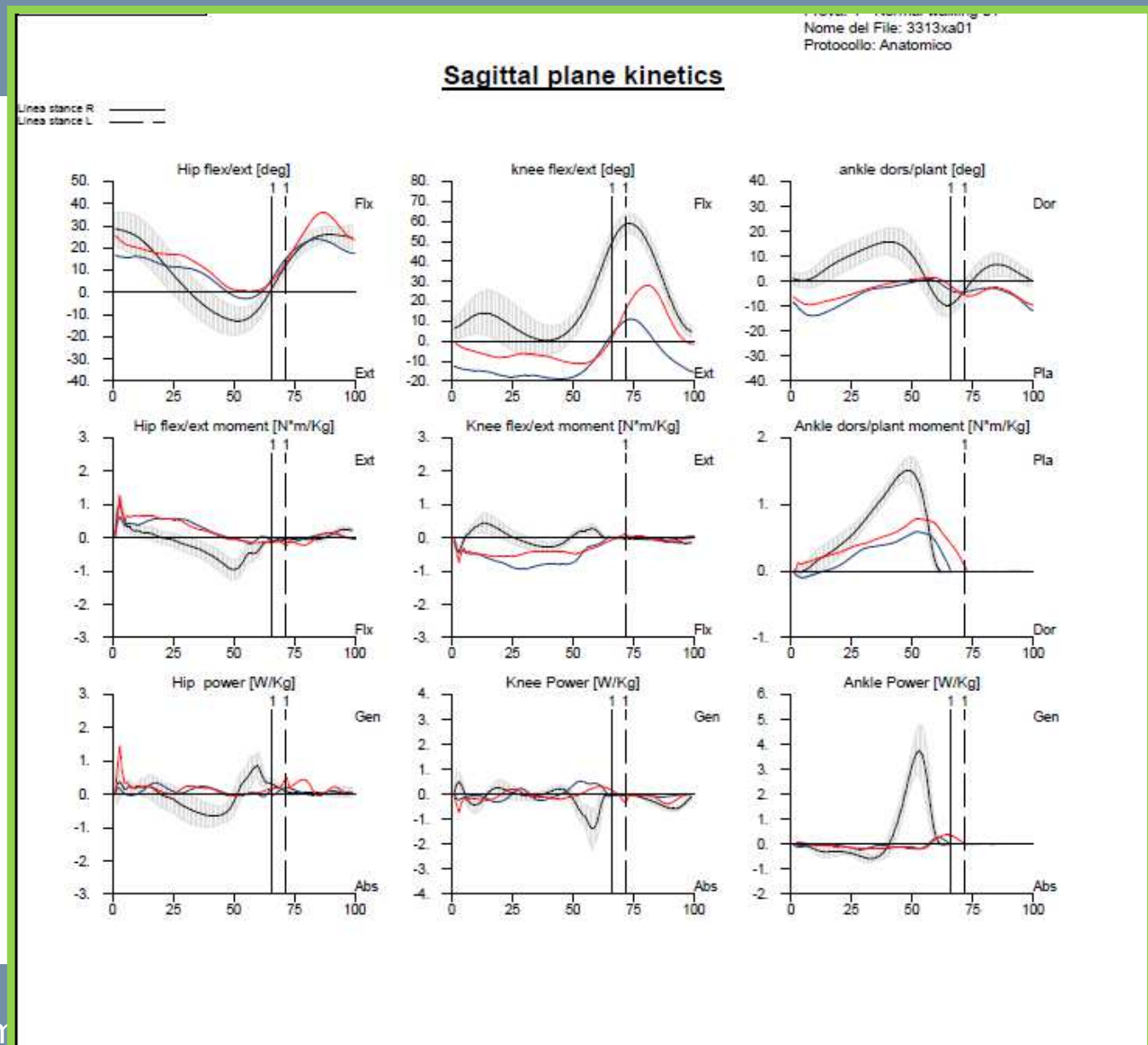
3D



# Post intervento B.A. ( 7 mesi)



Video



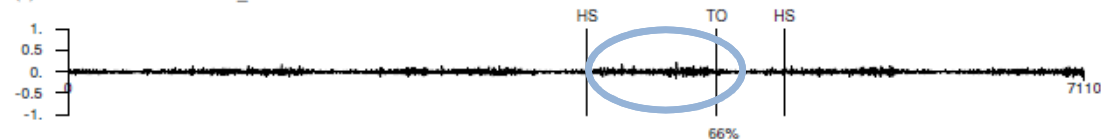
# Post intervento B.A. ( 7 mesi)



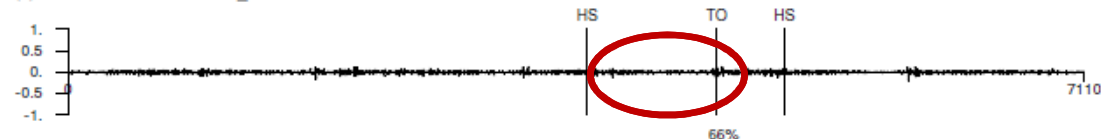
(1) BIANCHI ANDREA 11 - R\_Tibialis Anterior - mV



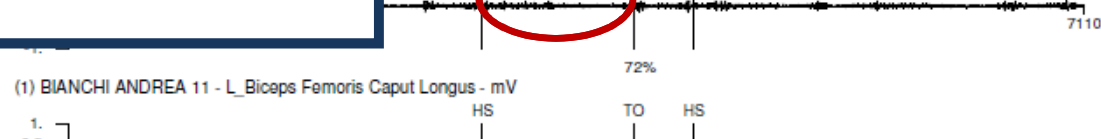
(1) BIANCHI ANDREA 11 - R\_Gastrocnemius Lateralis - mV



(1) BIANCHI ANDREA 11 - R\_Rectus Femoris - mV



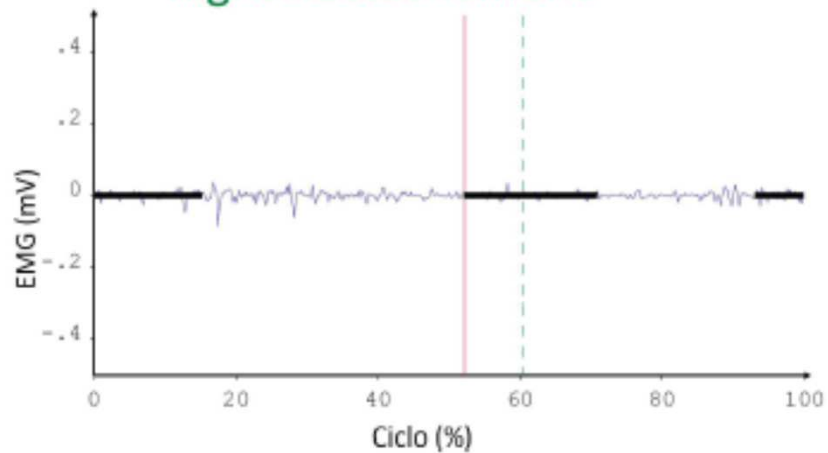
(1) BIANCHI ANDREA 11 - R\_Biceps Femoris Caput Longus - mV



(1) BIANCHI ANDREA 11 - L\_Biceps Femoris Caput Longus - mV

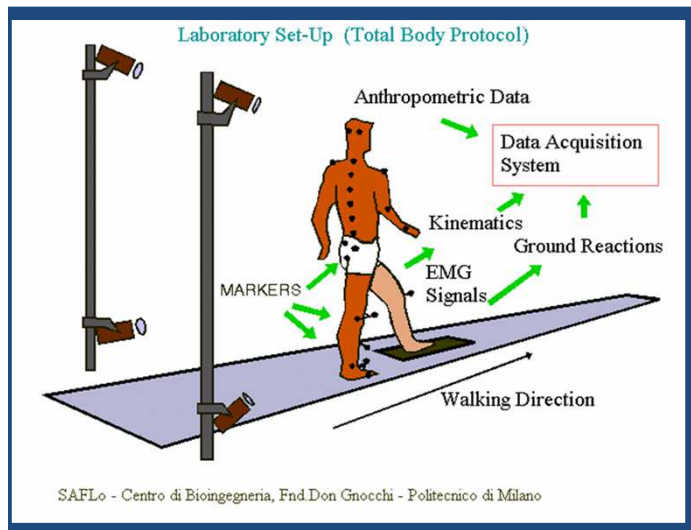


## Right Rectus femoris

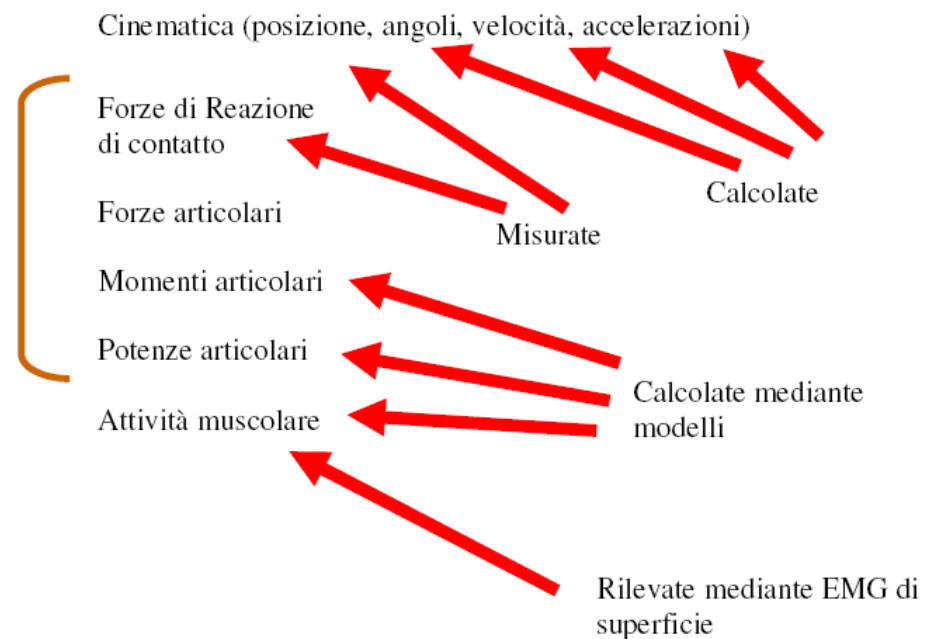


Normativa

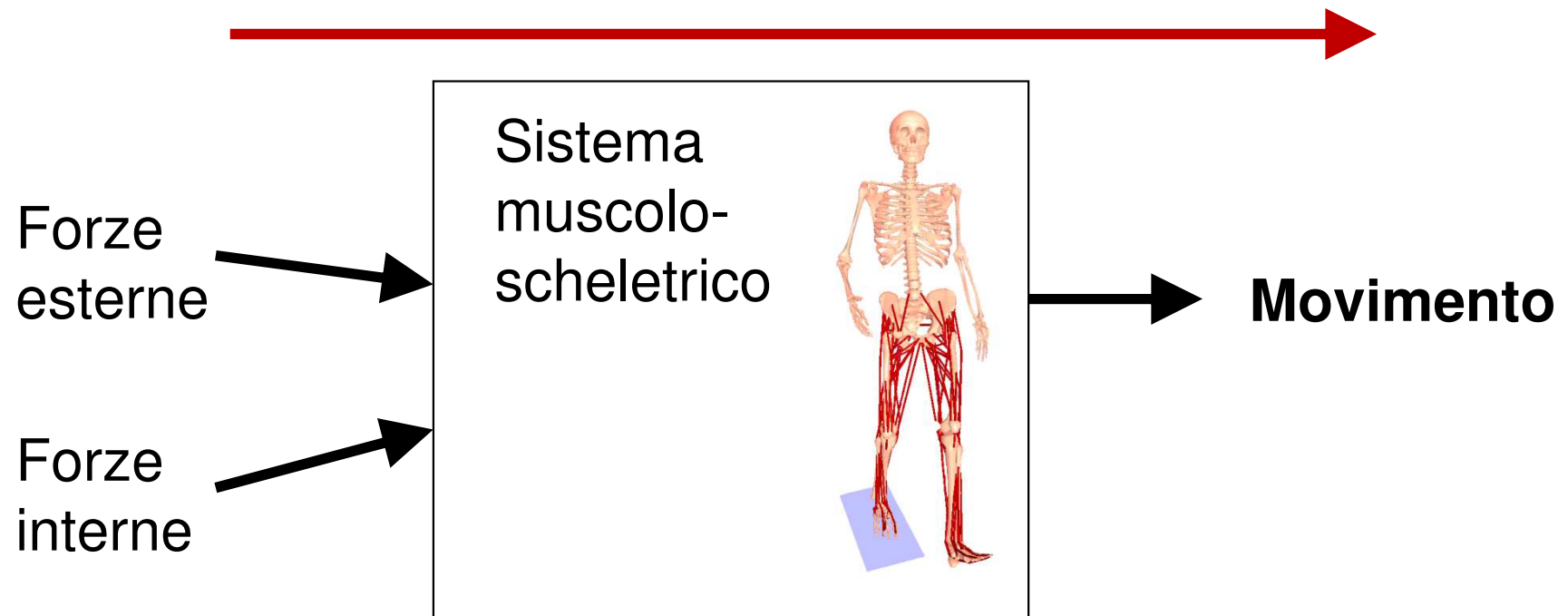
Bioingegneria del Sistema



## Analisi del movimento



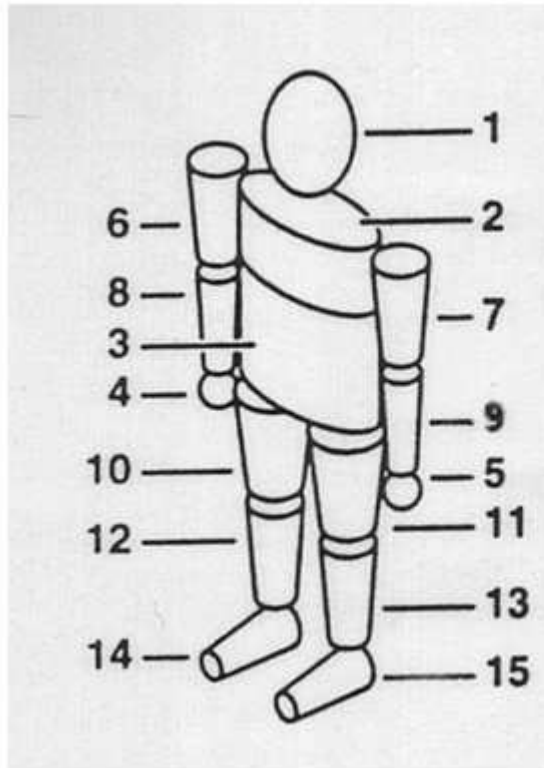
## Problema dinamico diretto



## Problema dinamico inverso

- 1) la definizione di segmenti anatomici e delle loro proprietà geometriche, strutturali e inerziali
- 2) la definizione delle articolazioni di collegamento tra i segmenti anatomici e delle loro proprietà cinematiche
- 3) la definizione del tipo di interazione tra i segmenti anatomici

# Modello di Hanavan (1964)

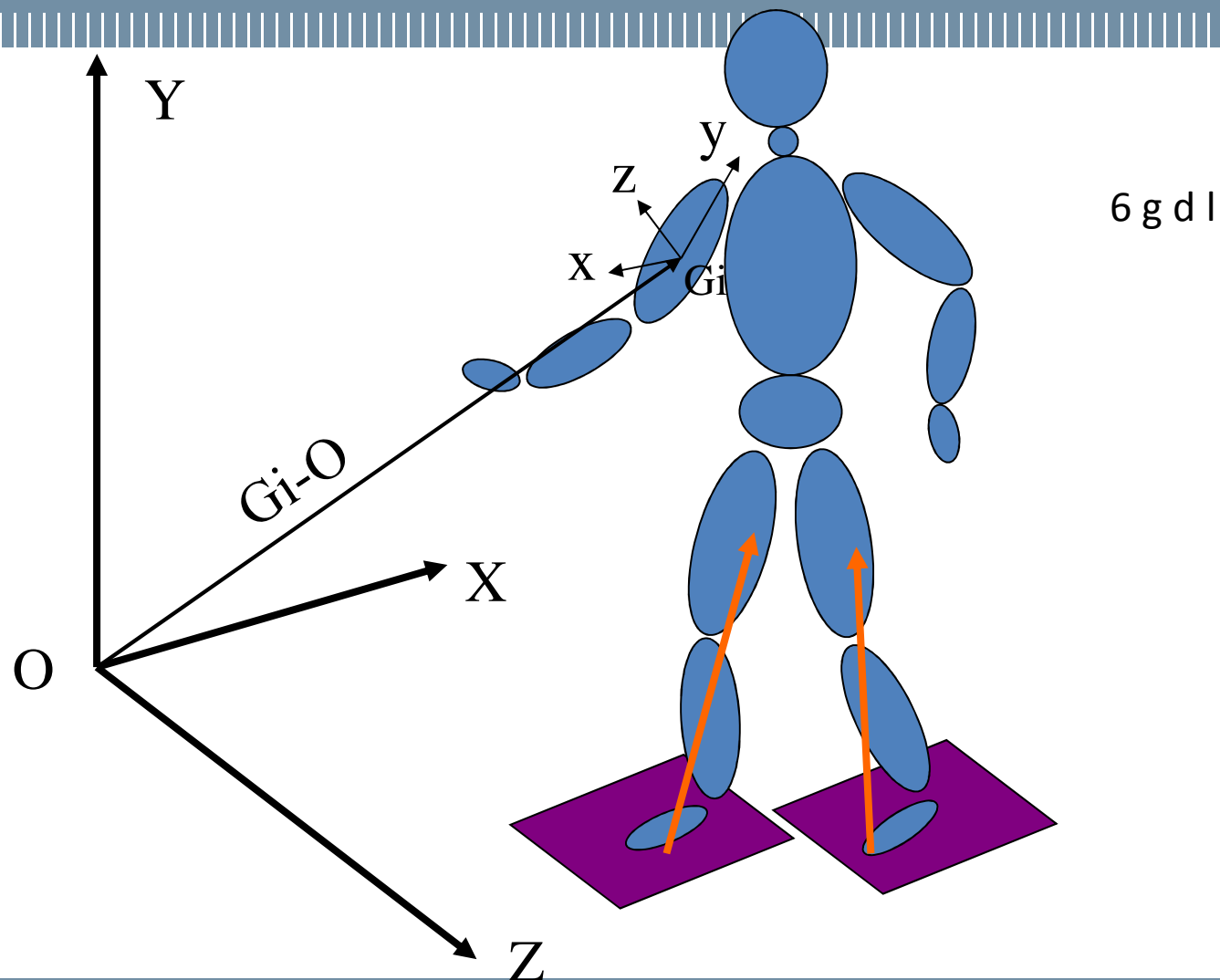


Modello di Hanavan con descrizione dei segmenti costituenti.

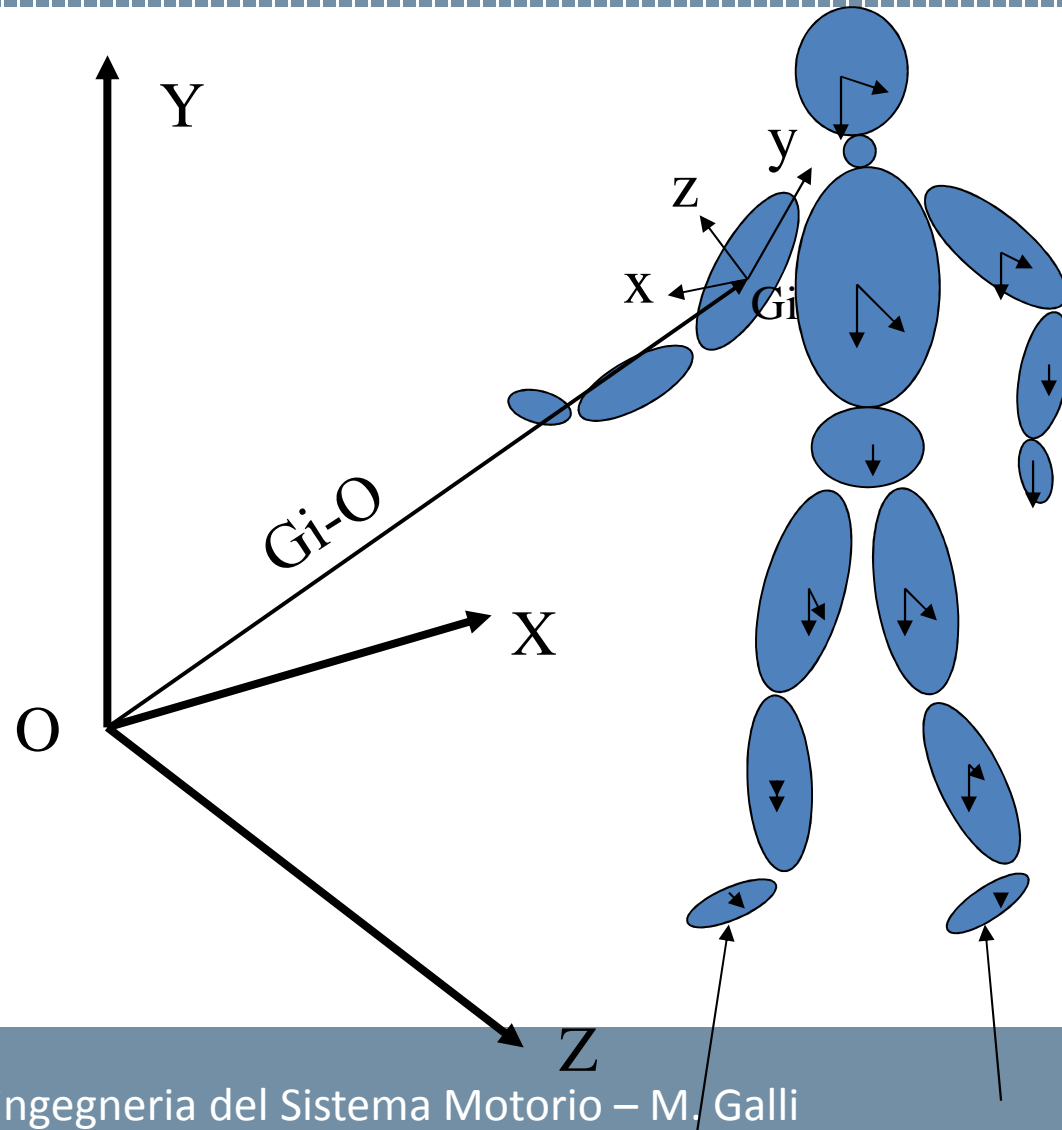
Segmento	Numero	Forma
Testa	1	Ellissoide circolare
Torace superiore	2	Cilindro ellittico
Torace inferiore	3	Cilindro ellittico
Mano	4,5	Sfera
Braccio superiore	6,7	Tronco di cono circolare
Braccio inferiore	8,9	Tronco di cono circolare
Gamba superiore	10,11	Tronco di cono circolare
Gamba inferiore	12,13	Tronco di cono circolare
Piede	14,15	Tronco di cono circolare

Segmenti rigidi con densità uniforme, articolazioni come cerniere tridimensionali di massa trascurabile

# Modellizzazione del corpo umano: analisi cinematica



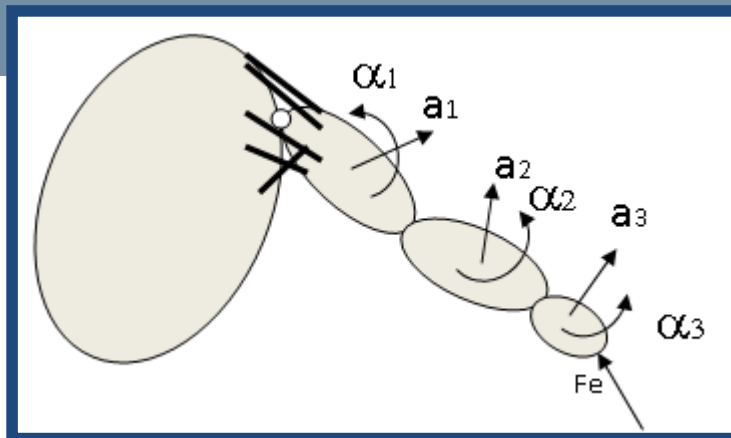
# Problema dinamico diretto e inverso



Inverso  
→  
$$d\Gamma/dt = \Sigma M$$

$$dQ/dt = \Sigma F$$
  
←  
Diretto

Articolazione della spalla e strutture periarticolari (legamenti tessuti molli, muscoli)



Accelerazioni lineari:  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$

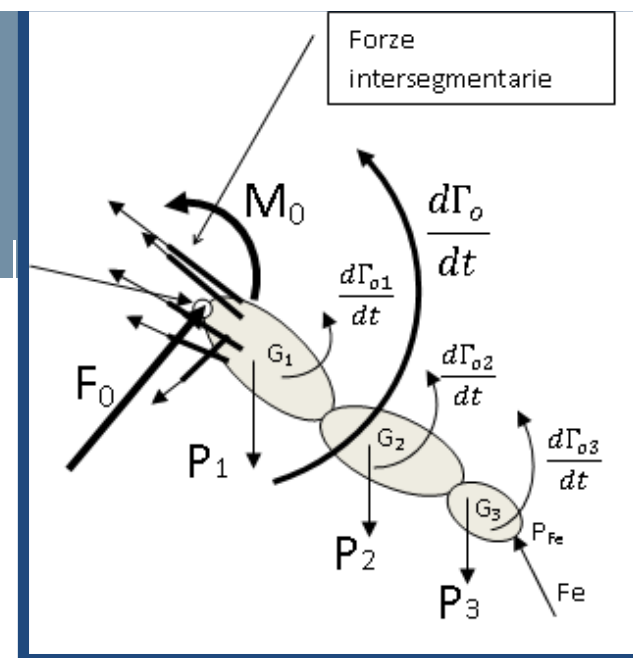
Accelerazioni angolari:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$\frac{d\Gamma_o}{dt} = M_o + M_P + M_{Fe}$$

forze peso

$$\frac{dQ}{dt} = F_o + P_1 + P_2 + P_3 + Fe$$

scambio con l'ambiente  
es. forza di contatto



$M_o$  = Momento risultante delle forze  
intersegmentarie

$F_o$  = Forza risultante delle forze intersegmentarie

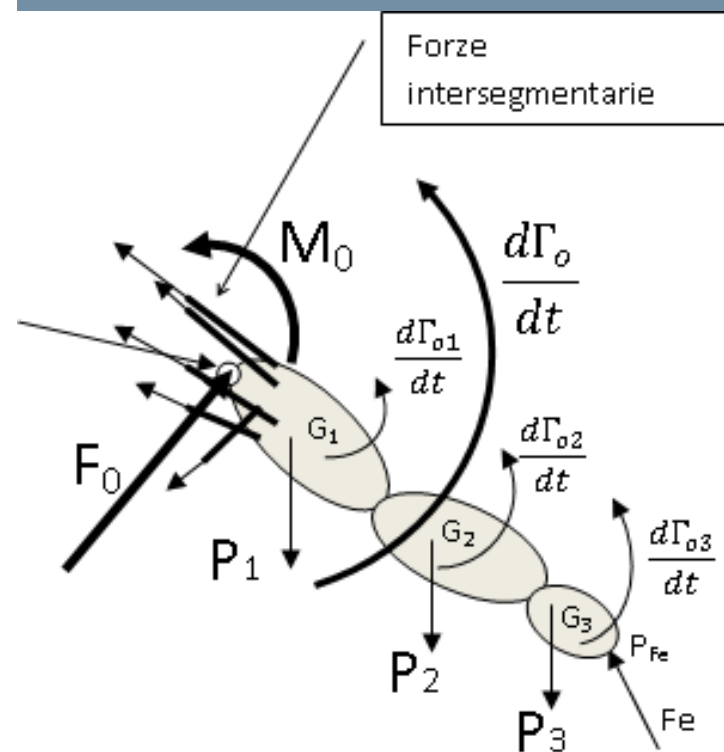
momento forze  
esterne

$$\Gamma_o = \Gamma_{o1} + \Gamma_{o2} + \Gamma_{o3}$$

$$M_{Fe} = (P_{Fe} - o) \wedge Fe$$

$$M_P = \sum_j (G_j - o) \wedge P_j$$

momento forze peso



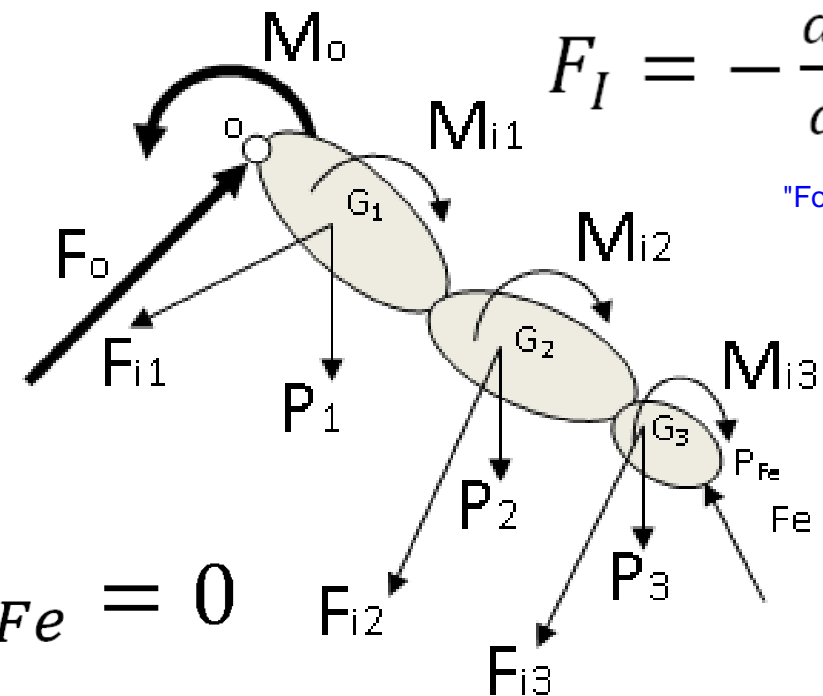
## Secondo il principio di D'Alembert

sostituisco questo ed ottengo eq. sotto

$$M_I = - \frac{d\Gamma}{dt}$$

$$F_I = - \frac{dQ}{dt}$$

"Forze inerziali"



$$M_O + M_I + M_{FI} + M_P + M_{Fe} = 0$$

$$F_O + F_I + F_P + F_e = 0$$

forze peso, forze inerziali e forze di reazione

In ogni istante ogni stato del moto può essere considerato in uno stato di eq meccanico nel momento in cui vengono ad essere introdotte delle forze inerziali appropriate. Cioè vado a sostituire, al posto della derivata della quantità di moto, e la derivata del momento della quantità di moto le componenti inerziali.

$$\frac{dQ}{dt} = F_o + P_1 + P_2 + P_3 + F_e$$

$$F_o + F_I + F_P + F_e = 0$$

$$F_P = \sum_j F_{Pj}$$

$$\frac{d\Gamma_o}{dt} = M_o + M_P + M_{Fe}$$

$$F_I = \sum_j F_{Ij} = - \sum_j \frac{dQ_j}{dt}$$

$$\Gamma_o = \Gamma_{o1} + \Gamma_{o2} + \Gamma_{o3}$$

$$M_P = \sum_j (G_j - o) \wedge P_j$$

$$\Gamma_{oj} = \Gamma_{Gj} + (G_j - o) \wedge Q_j \quad \text{no}$$

$$M_{Fe} = (P_{Fe} - o) \wedge F_e$$

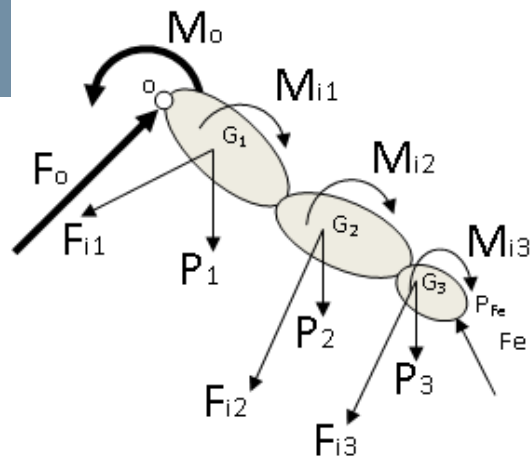


$$M_I = \sum_j M_{Ij} = - \sum_j \frac{d\Gamma_{Gj}}{dt}$$

$$M_o + M_I + M_{FI} + M_P + M_{Fe} = 0$$

$$M_{FI} = - \sum_j (G_j - o) \wedge F_{Ij}$$

$$M_I + M_{FI} = - \left( \sum_j \frac{d\Gamma_{Gj}}{dt} + (G_j - o) \wedge \frac{dQ_j}{dt} \right)$$

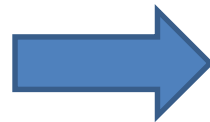


no

$$M_0 = -M_I - M_{FI} - M_P - M_{Fe}$$

$$F_0 = -F_I - F_P - F_e$$

Convenzione dei momenti delle forze esterne

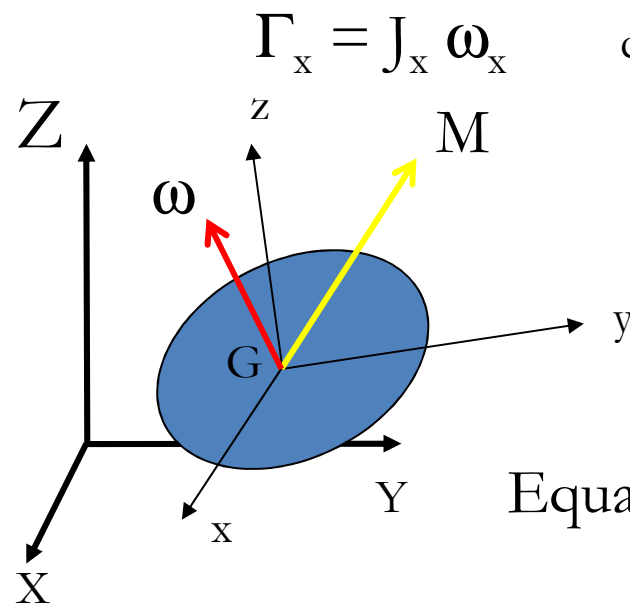


$$M_A = -M_o$$

$$F_A = -F_o$$

# Calcolo dei momenti dinamici

Es. Momento della quantità di moto di un disco rotante attorno al proprio asse:



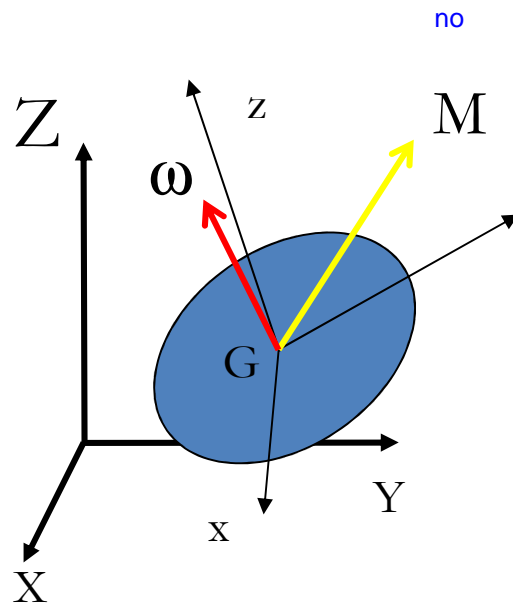
$$\Gamma_x = J_x \omega_x \quad \text{da cui} \quad M_x = d\Gamma_x/dt = J_x \omega'_x$$

no

Per un corpo rigido qualunque dotato di componenti di rotazione  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ , attorno ad assi di un sistema di riferimento locale GENERICO  $x$ ,  $y$ ,  $z$  con origine nel baricentro :

Equazioni di equilibrio dinamico alla rotazione

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & \omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$



Se gli assi locali sono  
ASSI PRINCIPALI D'INERZIA BARICENTRALI

$$M_x = J_x \dot{p} - (J_y - J_z)qr$$

$$M_y = J_y \dot{q} - (J_z - J_x)rp$$

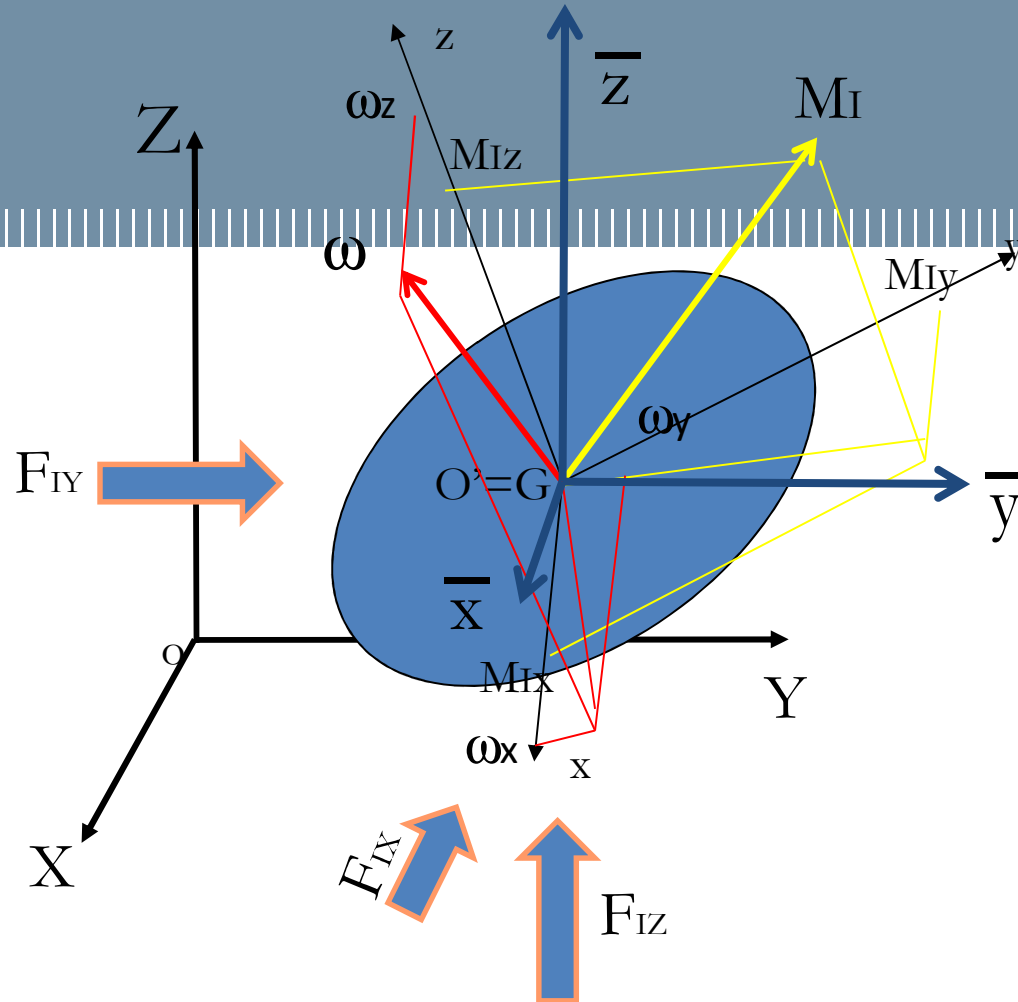
$$M_z = J_z \dot{r} - (J_x - J_y)pq$$

$$M_l = -M$$

$$M_{lx} = -M_x \quad M_{ly} = -M_y \quad M_{lz} = -M_z$$

$$\begin{aligned}
 F_{IX} &= -m\ddot{X} \\
 F_{IY} &= -m\ddot{Y} \\
 F_{IZ} &= -m\ddot{Z}
 \end{aligned}$$

no

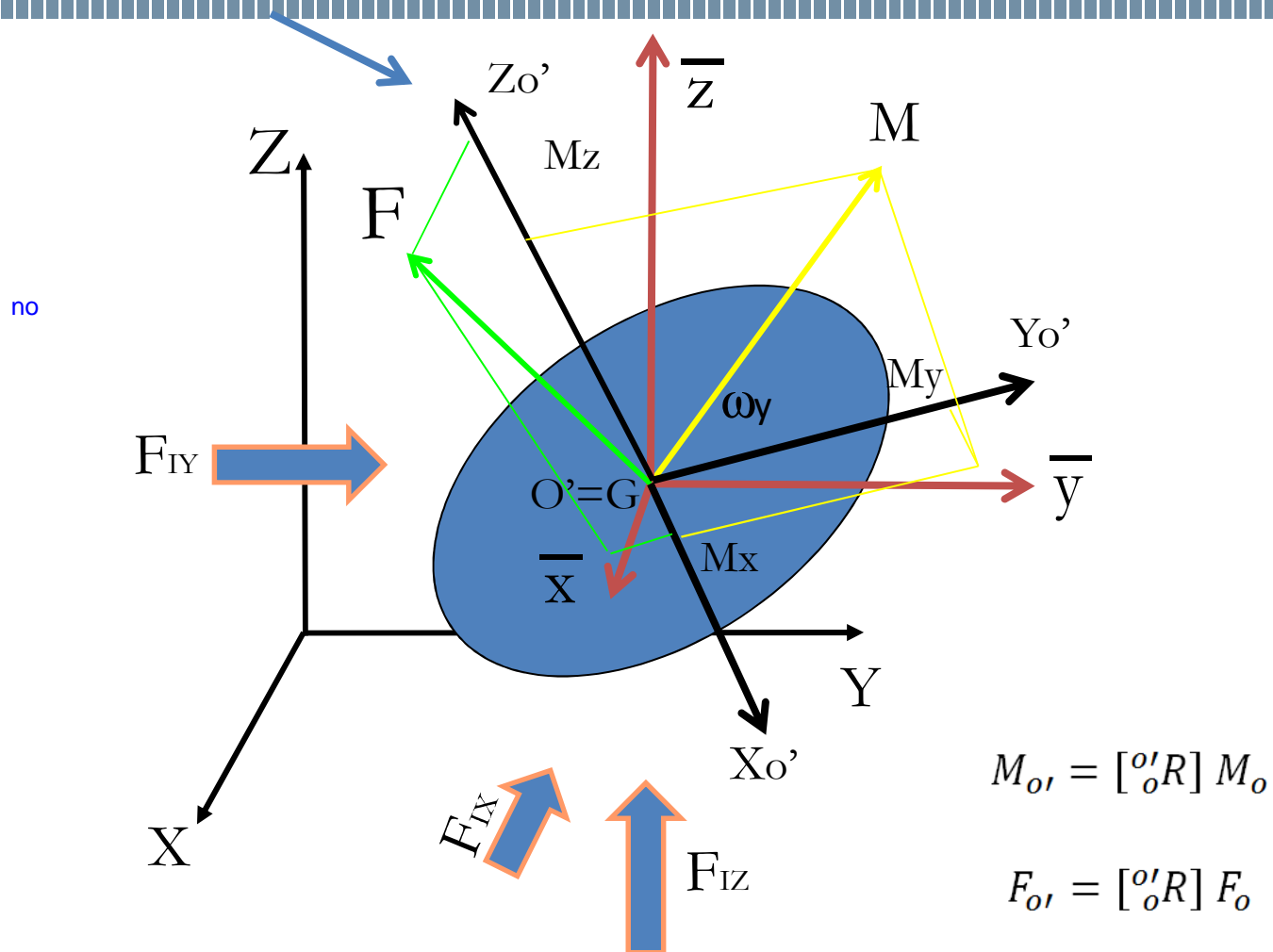


$$M_O = -M_A$$

$$M_A = \sum_j [{}^O_G R_j] M_{Ij} + \sum_j (G_j - o) \wedge F_{Ij} + \sum_j (G_j - o) \wedge P_j + (P_{Fe} - o) \wedge F_e$$

$$F_A = \sum_j F_I + \sum_j F_P + F_e$$

# Assi funzionali dell'articolazione



$$M_o = [{}_{G_1}^o R_1] M_{i_1} + [{}_{G_2}^o R_2] M_{i_2} + (G_1 - o) \wedge (m_1 g + F_{i_1}) + (G_2 - o) \wedge (m_2 g + F_{i_2}) + (p_e - o) \wedge F_e$$

$$M_o' = [{}_o^{o'} R_1] M_o$$

$$F_o = F_e + F_{i_1} + F_{i_2} + m_1 g + m_2 g$$

$$F_o' = [{}_o^{o'} R_1] F_o$$

