



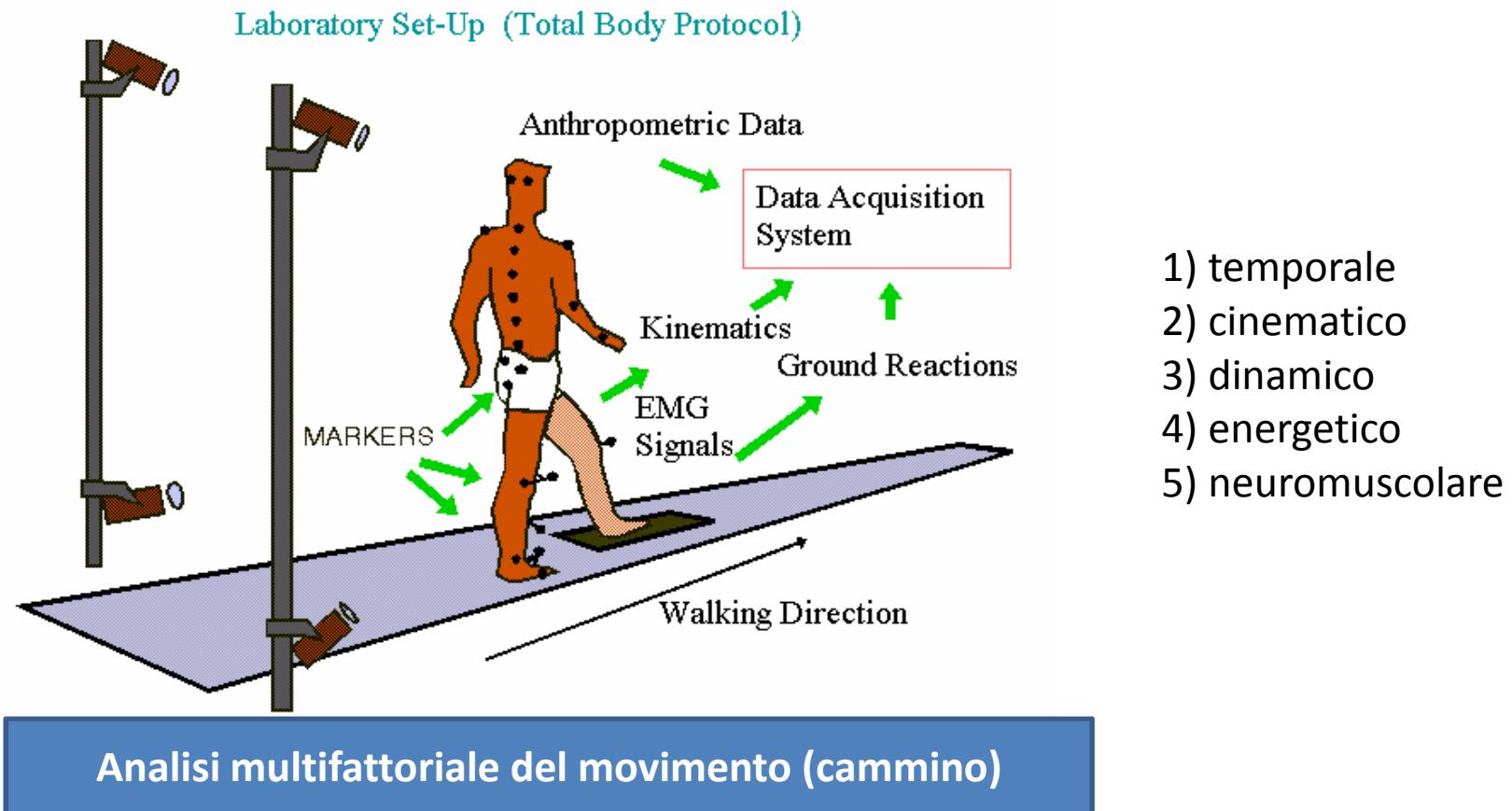
**POLITECNICO**  
MILANO 1863

# BIOINGEGNERIA DEL SISTEMA MOTORIO

## Sezione: M-Z

### Il problema dinamico inverso

# Gli aspetti di rilevante interesse



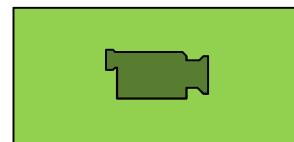
## .....e il loro utilizzo da un punto di vista clinico

Essi rivestono anche un rilevante interesse clinico in quanto permettono di descrivere quantitativamente un gesto motorio **alterato da una patologia**, di **quantificarne le variazioni rispetto al comportamento ‘normale’**, di **confrontare a distanza di tempo le modifiche indotte dall’evoluzione della patologia** e di **valutare gli effetti di eventuali trattamenti terapeutici.**

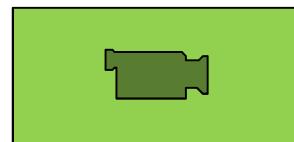
.....un esempio

## Gait Analysis

- Gait Analysis preoperatoria

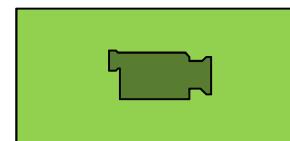
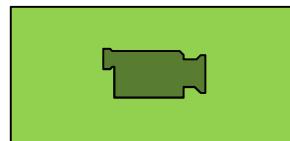


Video (Front)



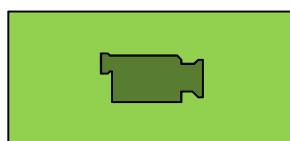
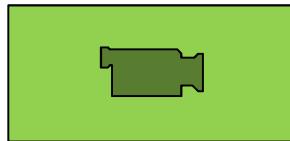
Video (Back)

# Pre intervento B.A.

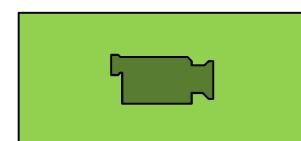
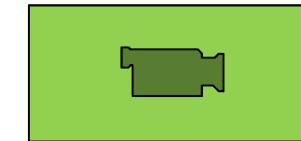


Video

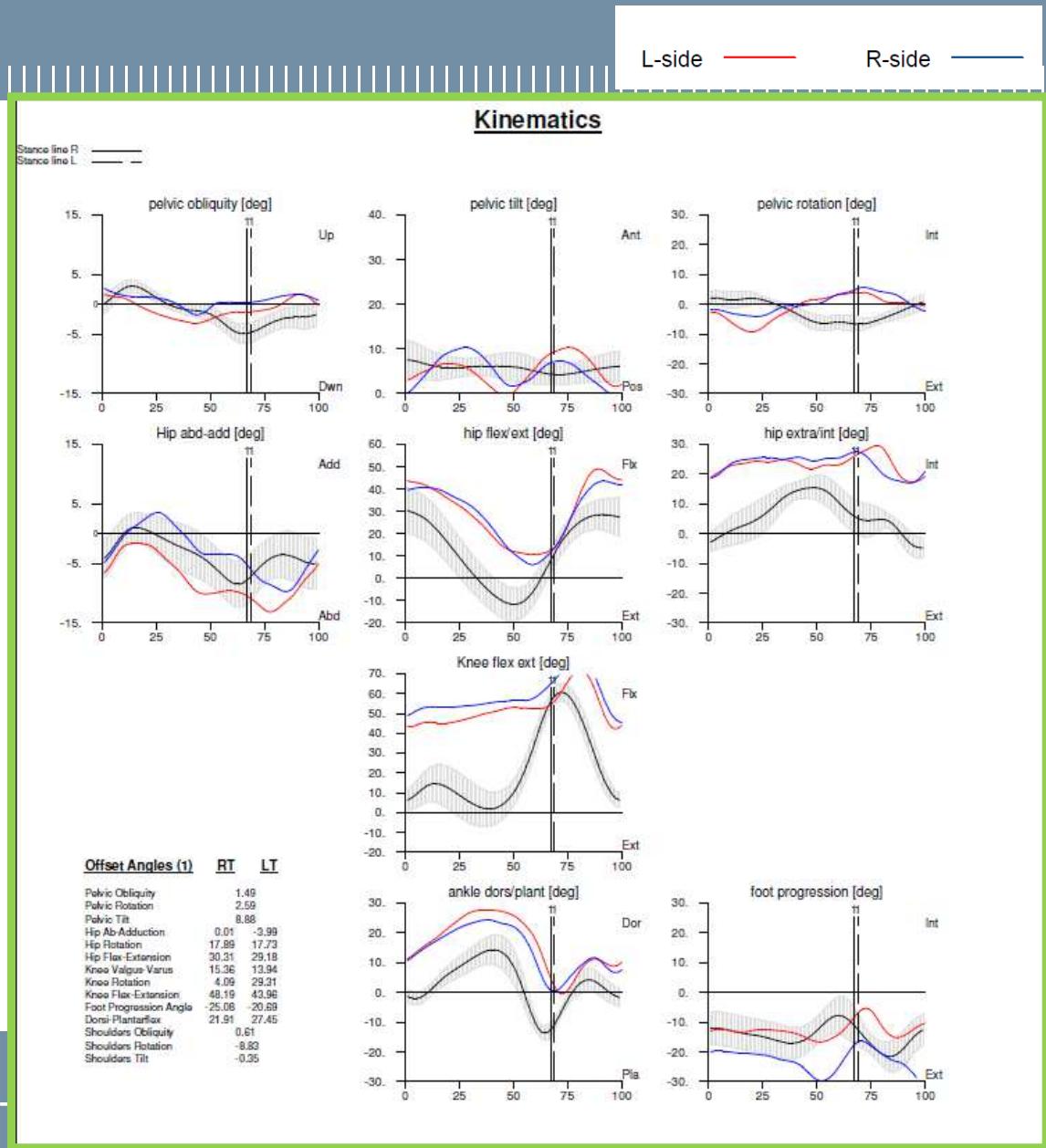
PDF



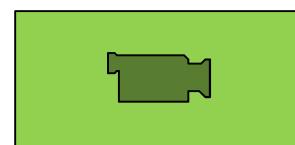
3D



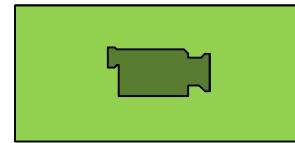
PDF consistency  
Bioingegneria del Sistema Motorio -



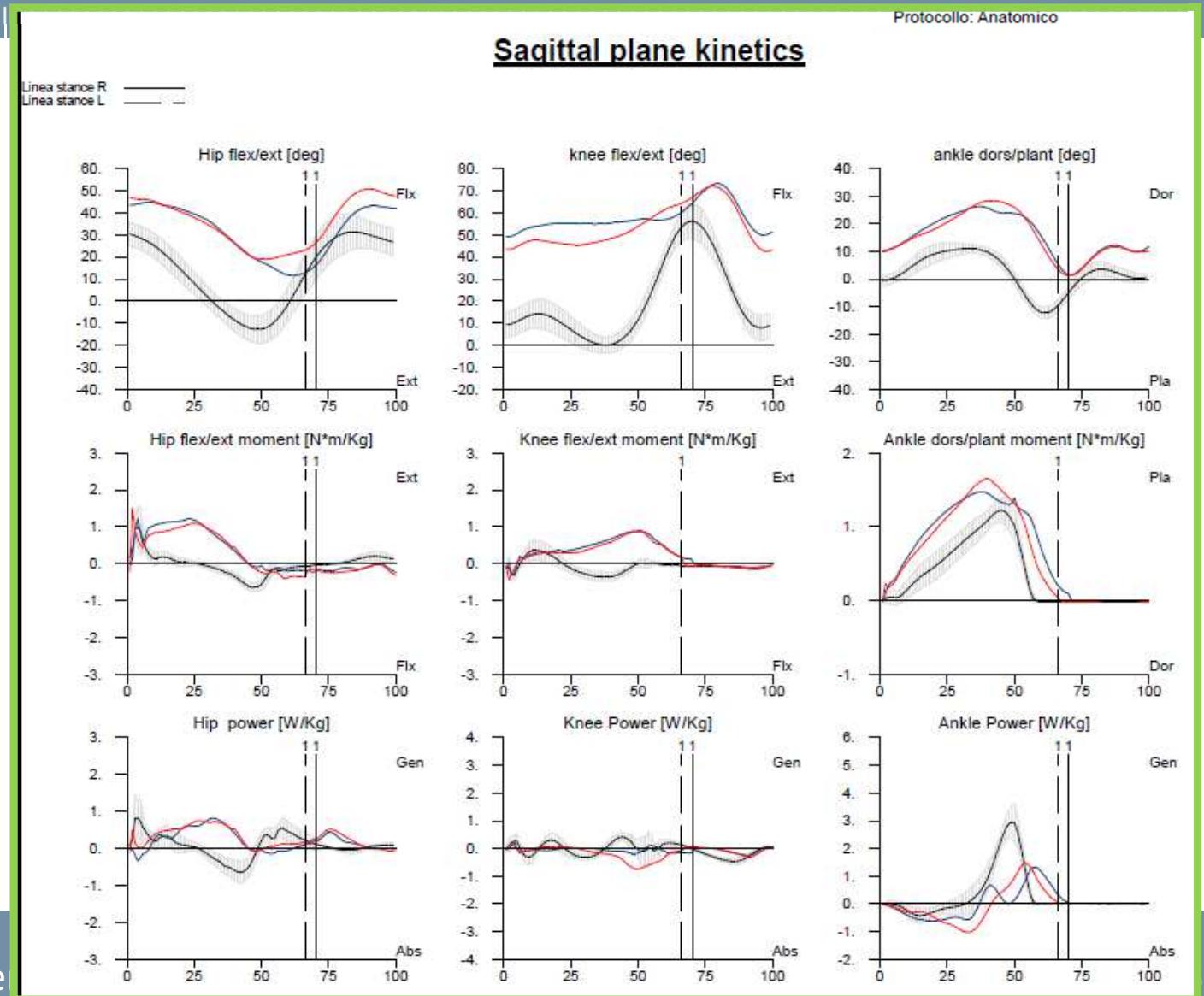
# Pre intervento B.A.

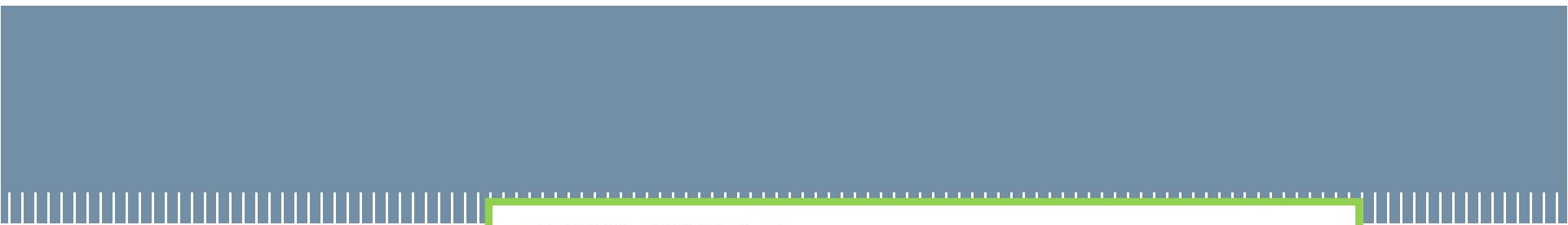


Video

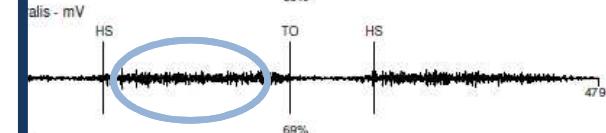
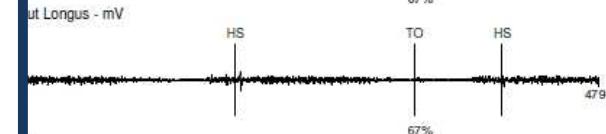
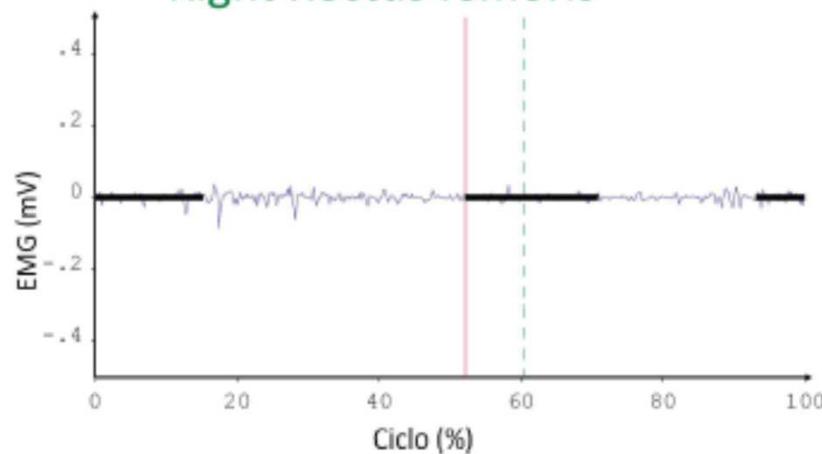


L-side ————— R-side —————  
Dorsum ————— Plantar —————





### Right Rectus femoris



Normativa

# Programma Chirurgico

- **SCOPO:** ridurre il dolore, ottenere un miglioramento dell'estensione del ginocchio sia attiva che passiva al fine di consentire il pieno controllo del ginocchio durante il ciclo del passo .
- **Riportare la rotula nella posizione fisiologica e migliorare la tensione degli estensori.**

## Accorciamento degli estensori del ginocchio

# Gait Analysis

- Gait Analysis postoperatoria (post 7 months)



# Post intervento ( 7 mesi) B.A

Video

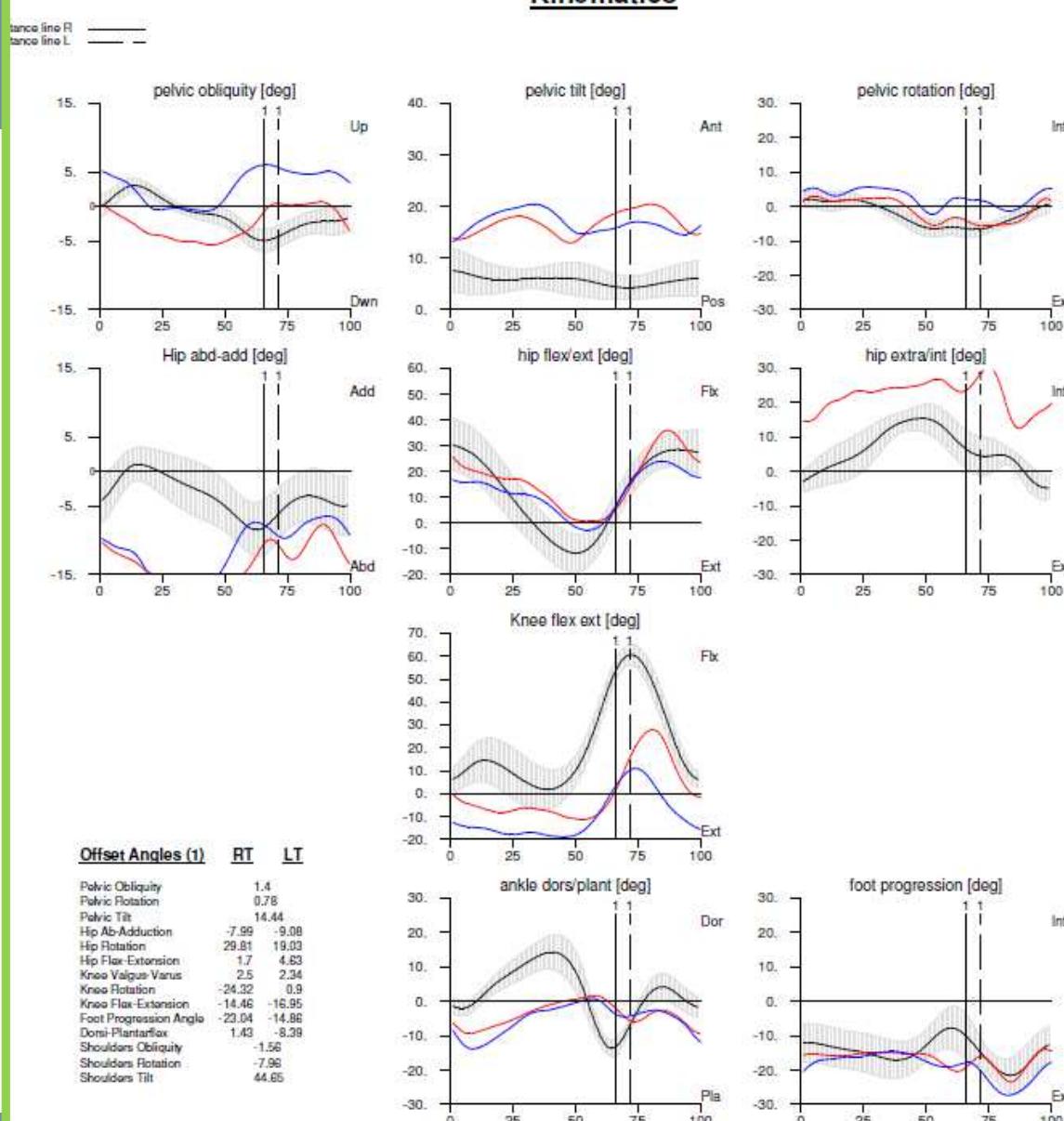
PDF

3D

Biologia del Sistema Motorio – M. Galli

File Name: 3313xa01  
Protocol: Anatomical

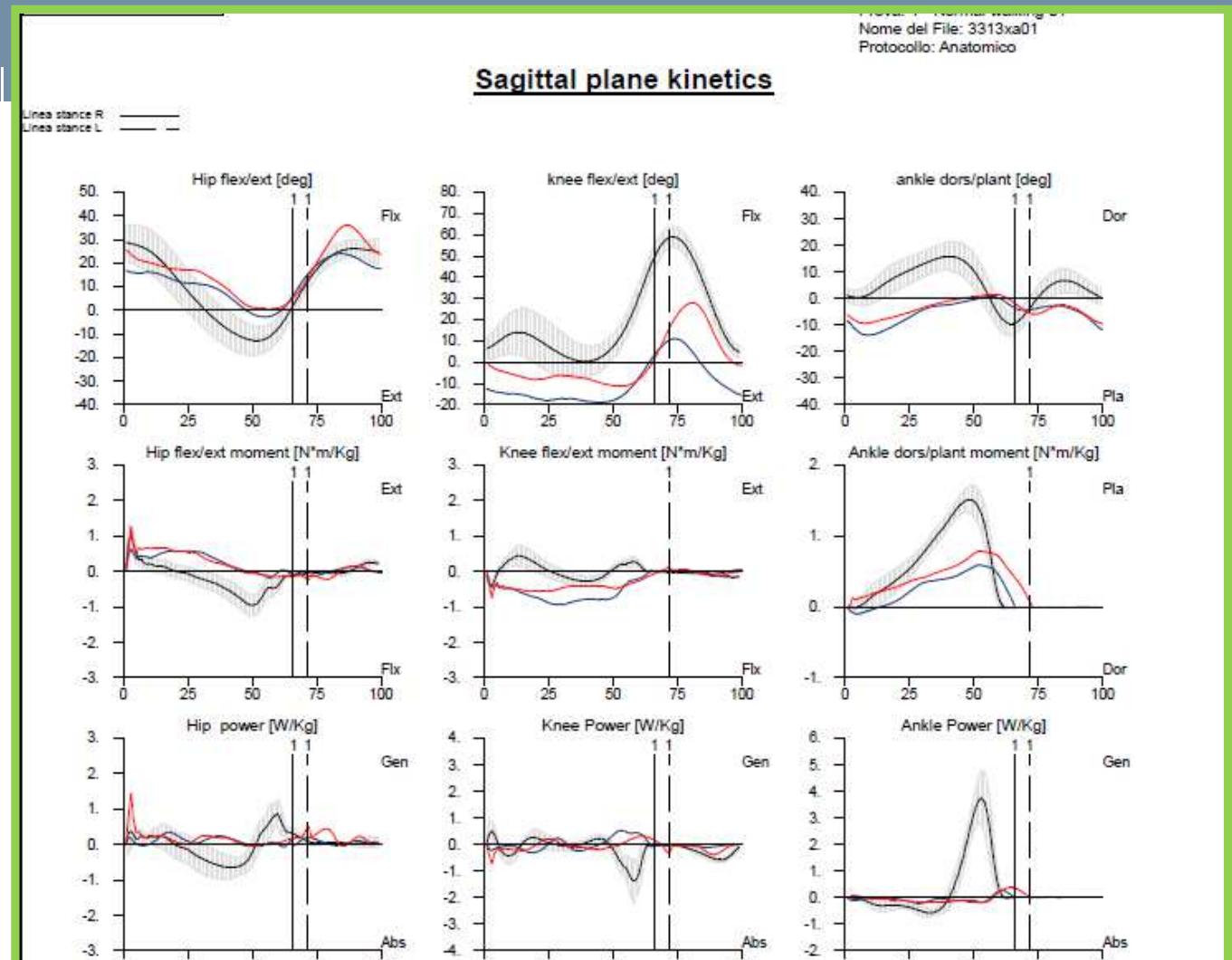
## Kinematics



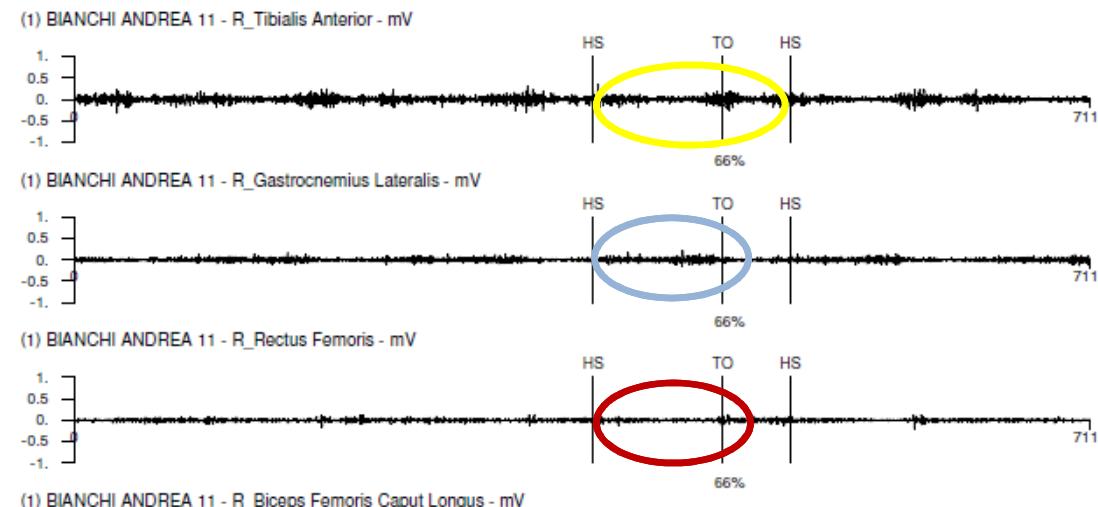
# Post intervento B.A. ( 7 mesi)



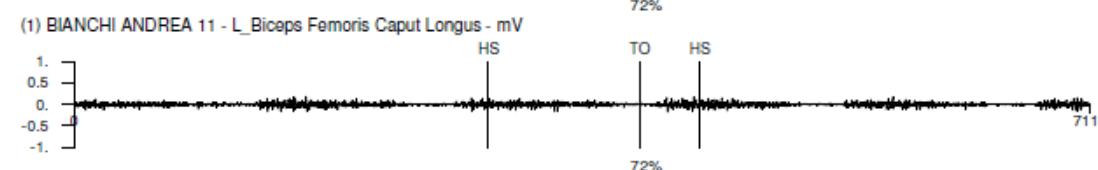
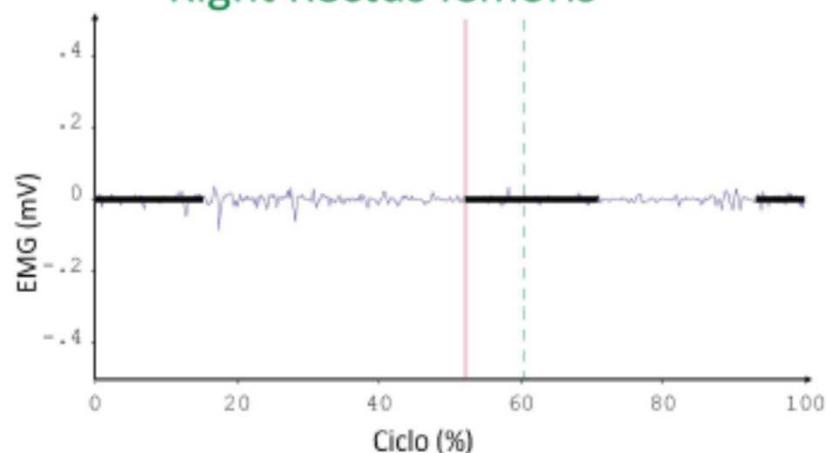
Video



# Post intervento B.A. ( 7 mesi)

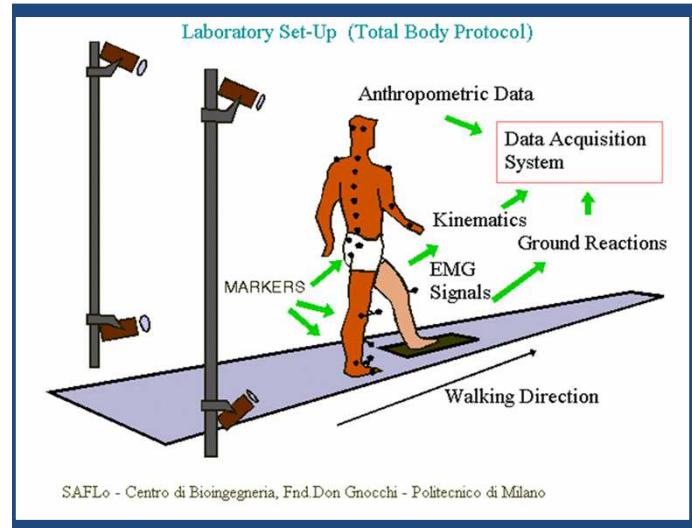
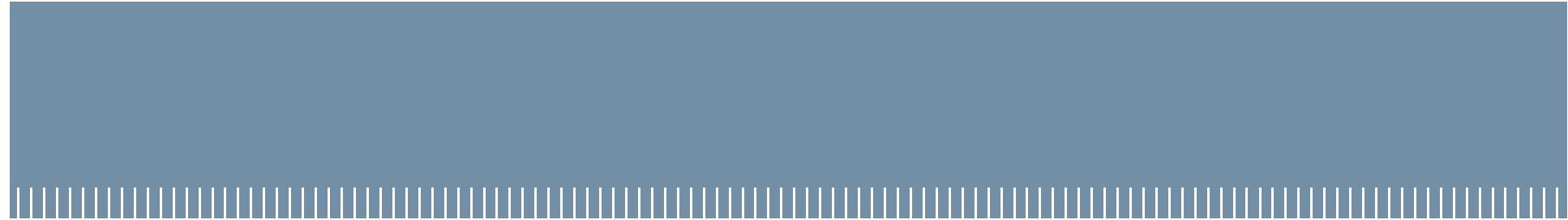


Right Rectus femoris



Normativa

Bioingegneria del Sistema



## Analisi del movimento

Cinematica (posizione, angoli, velocità, accelerazioni)

Forze di Reazione  
di contatto

Forze articolari

Momenti articolari

Potenze articolari

Attività muscolare

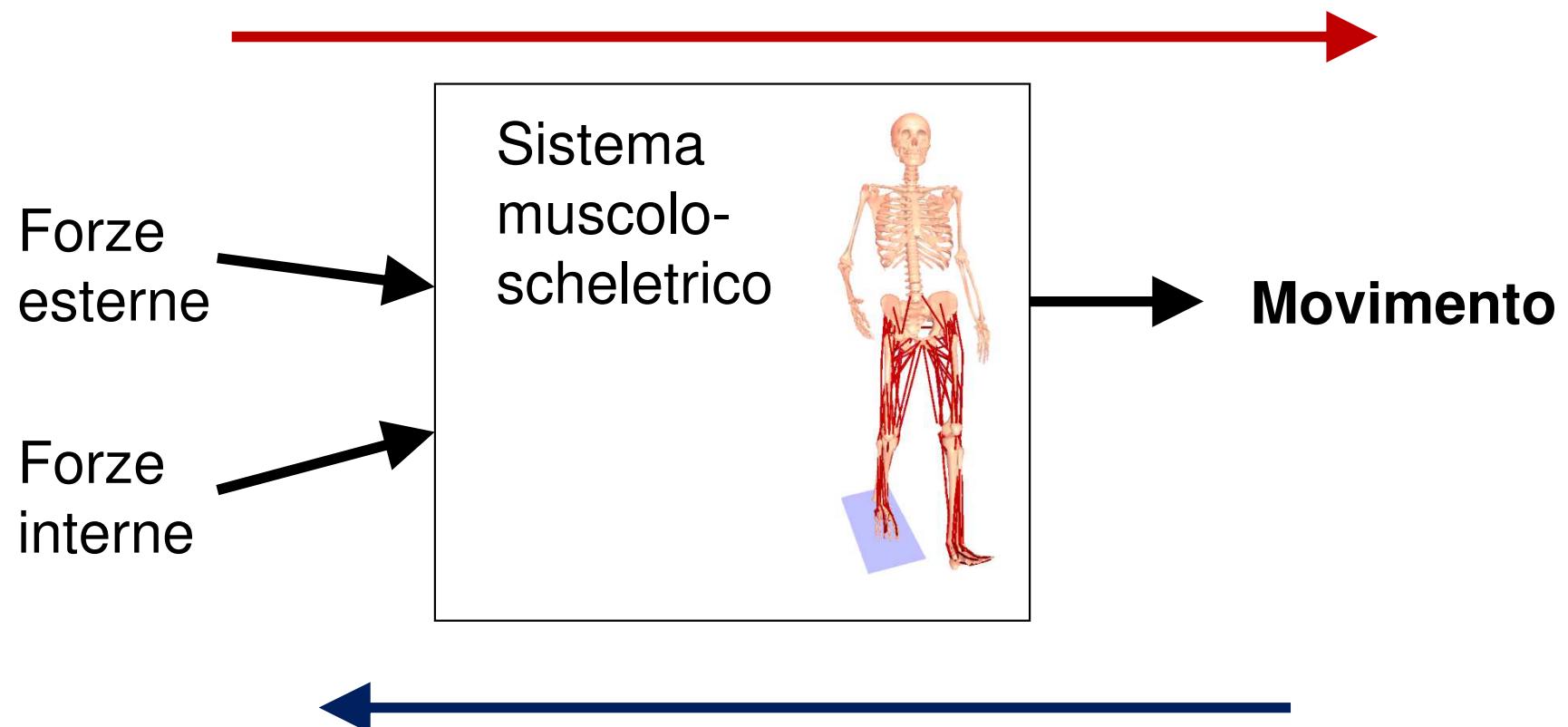
Calcolate

Misurate

Calcolate mediante  
modelli

Rilevate mediante EMG di  
superficie

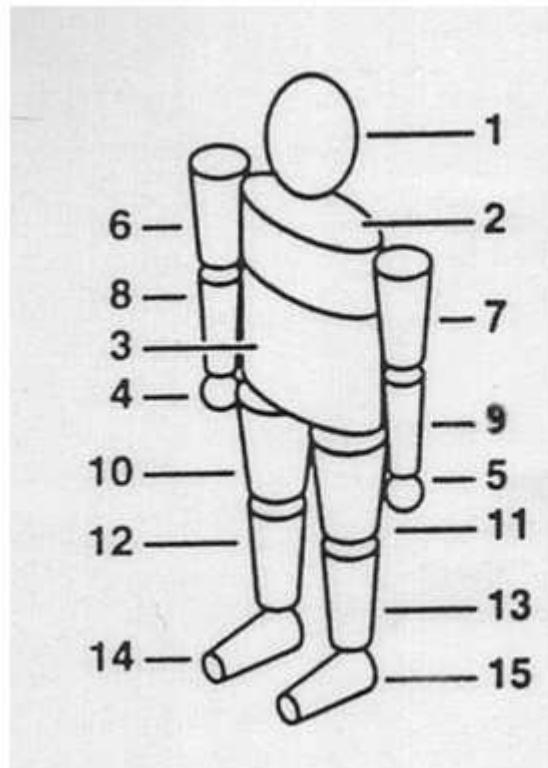
## Problema dinamico diretto



# Modellizzazione

- 1) la definizione di segmenti anatomici e delle loro proprietà geometriche, strutturali e inerziali
- 2) la definizione delle articolazioni di collegamento tra i segmenti anatomici e delle loro proprietà cinematiche
- 3) la definizione del tipo di interazione tra i segmenti anatomici

# Modello di Hanavan (1964)

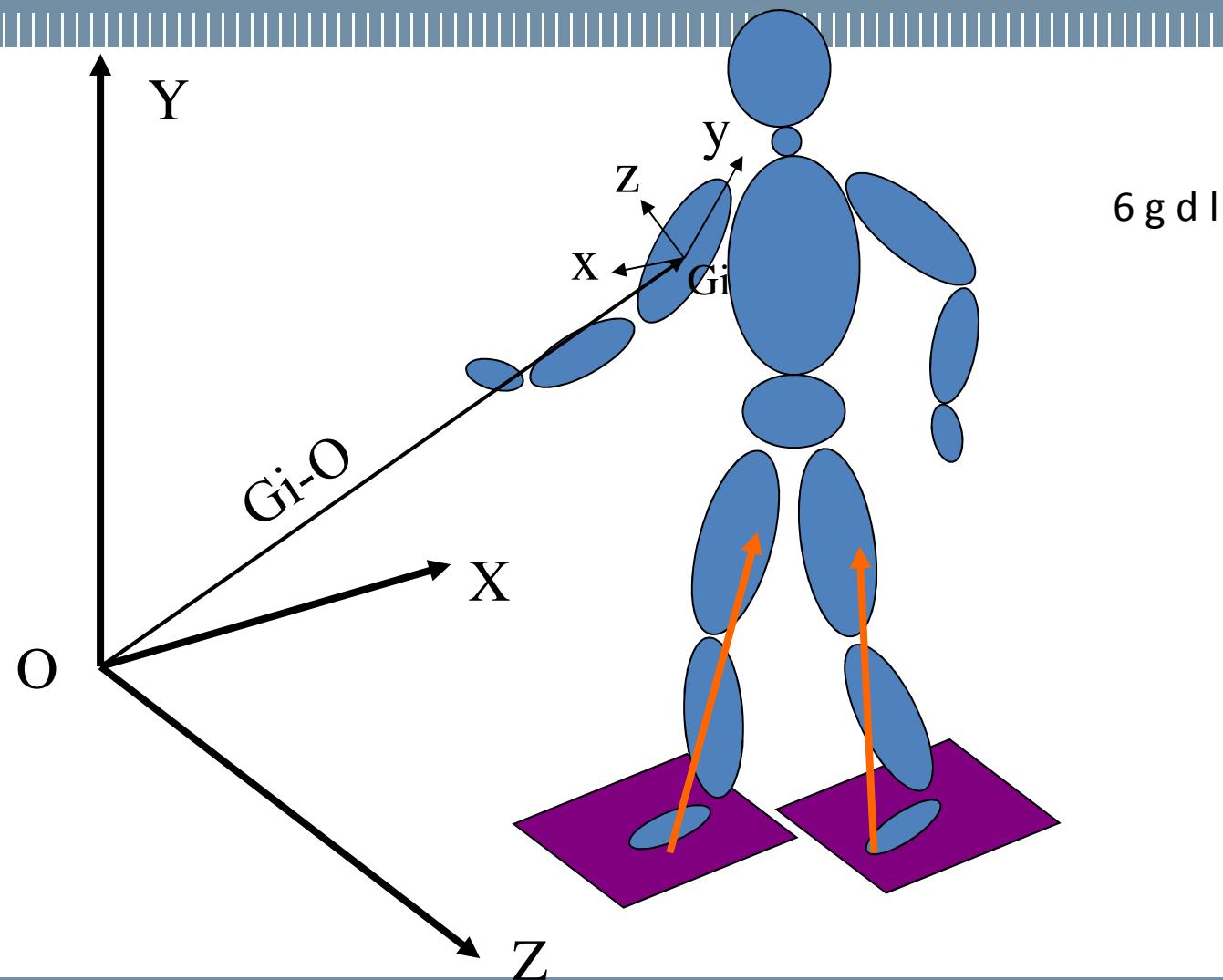


Modello di Hanavan con descrizione dei segmenti costituenti.

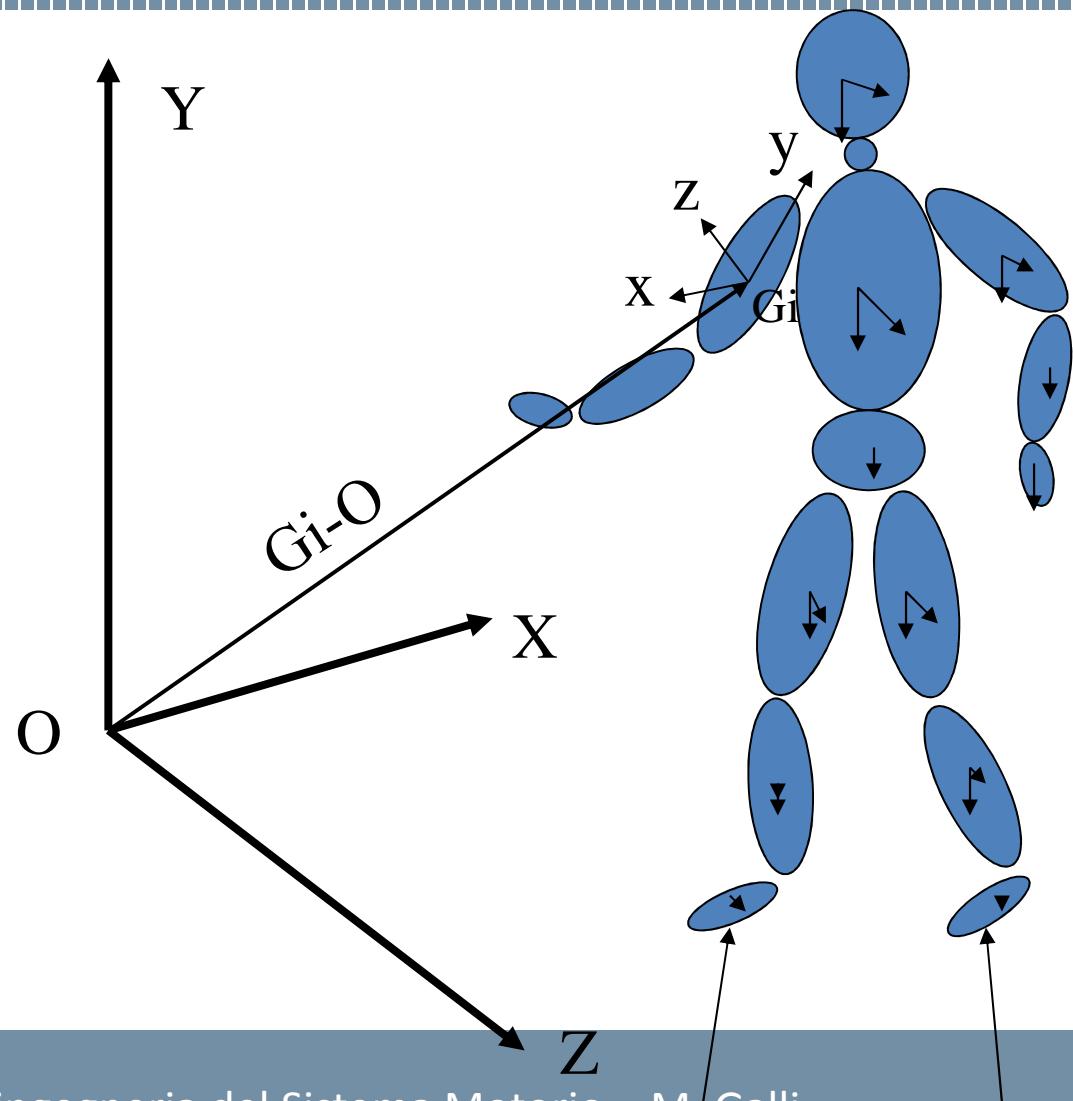
Segmento	Numero	Forma
<b>Testa</b>	1	Ellissoide circolare
<b>Torace superiore</b>	2	Cilindro ellittico
<b>Torace inferiore</b>	3	Cilindro ellittico
<b>Mano</b>	4,5	Sfera
<b>Braccio superiore</b>	6,7	Tronco di cono circolare
<b>Braccio inferiore</b>	8,9	Tronco di cono circolare
<b>Gamba superiore</b>	10,11	Tronco di cono circolare
<b>Gamba inferiore</b>	12,13	Tronco di cono circolare
<b>Piede</b>	14,15	Tronco di cono circolare

Segmenti rigidi con densità uniforme, articolazioni come cerniere tridimensionali  
di massa trascurabile

# Modellizzazione del corpo umano: analisi cinematica



# Problema dinamico diretto e inverso



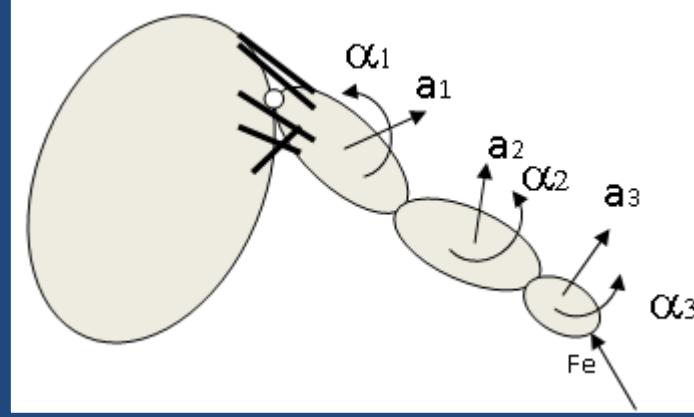
Inverso →

$$d\Gamma/dt = \sum M$$

← Diretto

$$dQ/dt = \sum F$$

Articolazione della spalla e strutture periarticolari (legamenti tessuti molli, muscoli)



Accelerazioni lineari:  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$

Accelerazioni angolari:  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

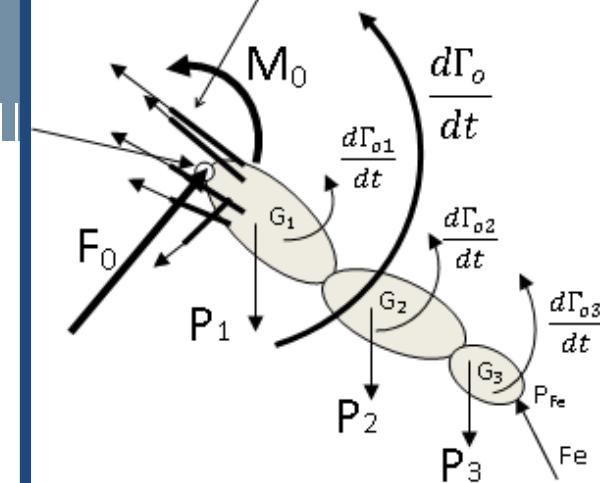
$$\frac{d\Gamma_o}{dt} = M_o + M_P + M_{Fe}$$

$$\frac{dQ}{dt} = F_o + P_1 + P_2 + P_3 + F_e$$

forze peso

scambio con l'ambiente  
es. forza di contatto

Forze intersegmentarie



$M_o$  = Momento risultante delle forze intersegmentarie

$F_o$  = Forza risultante delle forze intersegmentarie

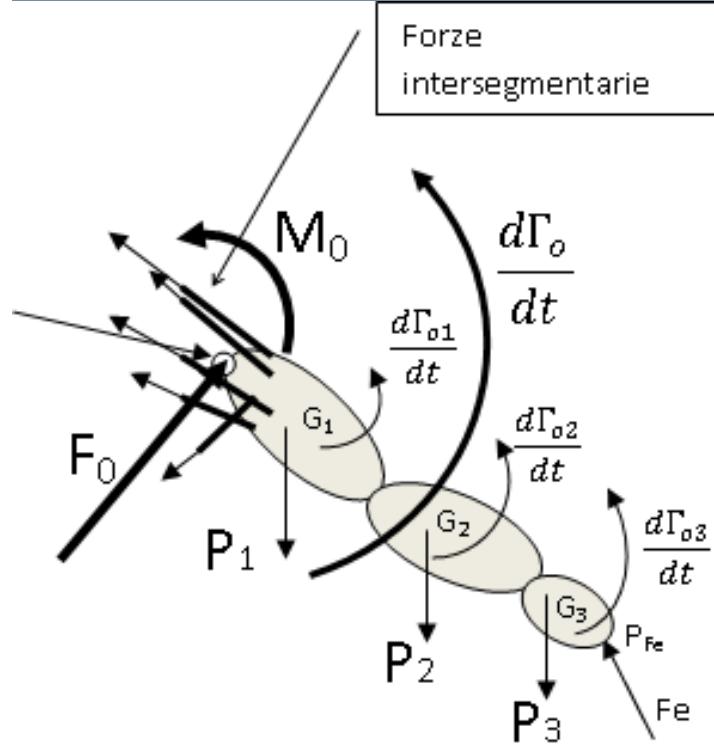
momento forze esterne

$$\Gamma_o = \Gamma_{o1} + \Gamma_{o2} + \Gamma_{o3}$$

$$M_{Fe} = (P_{Fe} - o) \wedge F_e$$

$$M_P = \sum_j (G_j - o) \wedge P_j$$

momento forze peso



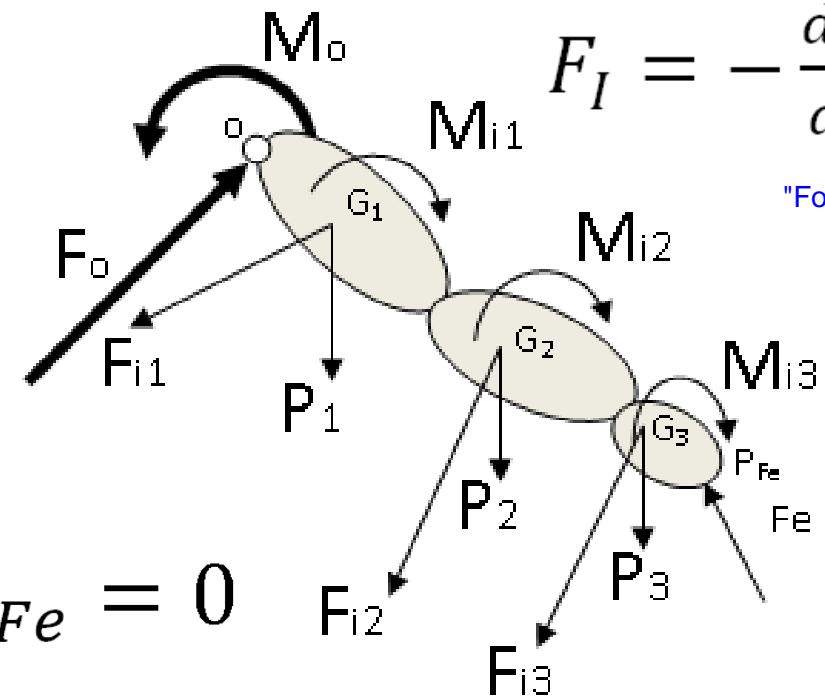
## Secondo il principio di D'Alembert

sostituisco questo  
ed ottengo eq. sotto

$$M_I = -\frac{d\Gamma}{dt}$$

$$F_I = -\frac{dQ}{dt}$$

"Forze inerziali"



$$M_o + M_I + M_{FI} + M_P + M_{Fe} = 0$$

$$F_o + F_I + F_P + F_e = 0$$

forze peso, forze inerziali e forze di reazione

In ogni istante ogni stato del moto può essere considerato in uno stato di eq meccanico nel momento in cui vengono ad essere introdotte delle forze inerziali appropriate. Cioè vado a sostituire, al posto della derivata della quantità di moto, e la derivata del momento della quantità di moto le componenti inerziali.

$$\frac{dQ}{dt} = F_o + P_1 + P_2 + P_3 + Fe$$

$$F_o + F_I + F_P + F_e = 0$$

$$F_P = \sum_j F_{Pj}$$

$$\frac{d\Gamma_o}{dt} = M_o + M_P + M_{Fe}$$

$$F_I = \sum_j F_{Ij} = - \sum_j \frac{dQ_j}{dt}$$

$$\Gamma_o = \Gamma_{o1} + \Gamma_{o2} + \Gamma_{o3}$$

$$M_P = \sum_j (G_j - o) \wedge P_j$$

$$\Gamma_{oj} = \Gamma_{Gj} + (G_j - o) \wedge Q_j$$

no

$$M_{Fe} = (P_{Fe} - o) \wedge Fe$$

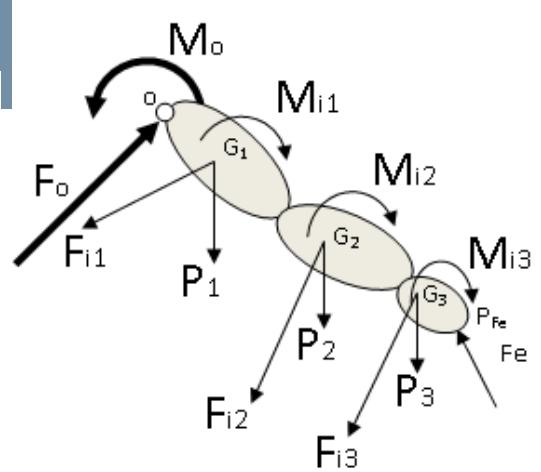


$$M_o + M_I + M_{FI} + M_P + M_{Fe} = 0$$

$$M_I = \sum_j M_{Ij} = - \sum_j \frac{d\Gamma_{Gj}}{dt}$$

$$M_{FI} = - \sum_j (G_j - o) \wedge F_{Ij}$$

$$M_I + M_{FI} = - \left( \sum_j \frac{d\Gamma_{Gj}}{dt} + (G_j - o) \wedge \frac{dQ_j}{dt} \right)$$

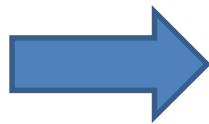


no

$$M_0 = -M_I - M_{FI} - M_P - M_{Fe}$$

$$F_0 = -F_I - F_P - F_e$$

Convenzione dei momenti delle forze esterne

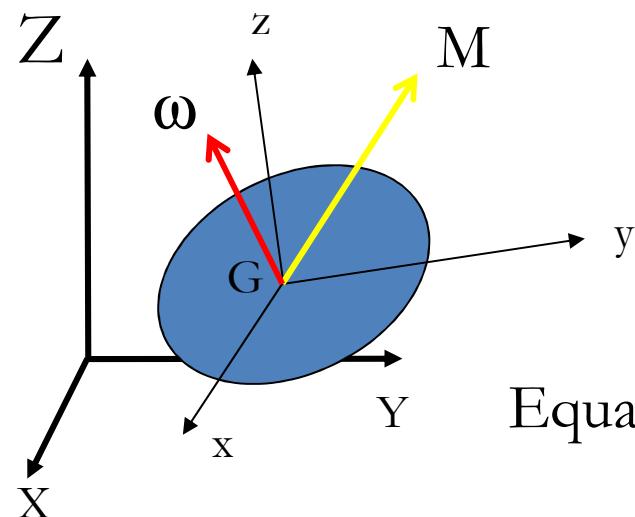


$$\begin{aligned} M_A &= -M_o \\ F_A &= -F_o \end{aligned}$$

# Calcolo dei momenti dinamici

Es. Momento della quantità di moto di un disco rotante attorno al proprio asse:

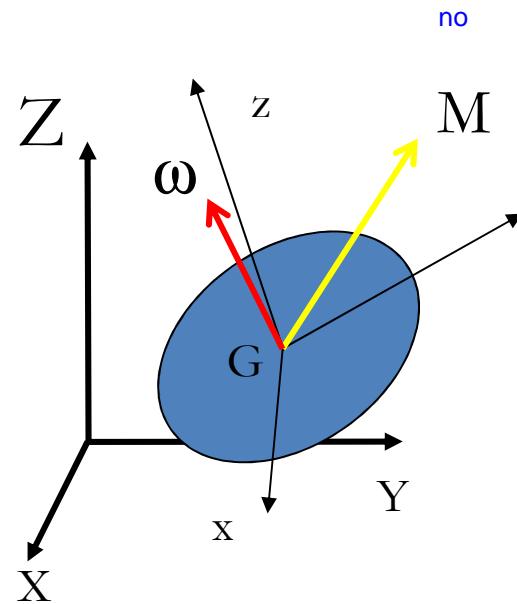
$$\Gamma_x = J_x \omega_x \quad \text{da cui} \quad M_x = d\Gamma_x/dt = J_x \omega'_x$$



Per un corpo rigido qualunque dotato di componenti di rotazione  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$ , attorno ad assi di un sistema di riferimento locale GENERICO x, y, z con origine nel baricentro :

Equazioni di equilibrio dinamico alla rotazione

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{vmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & \omega_x \\ -\omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$



Se gli assi locali sono  
ASSI PRINCIPALI D'INERZIA BARICENTRALI

$$y \quad M_x = J_x \dot{p} - (J_y - J_z)qr \\ M_y = J_y \dot{q} - (J_z - J_x)rp \\ M_z = J_z \dot{r} - (J_x - J_y)pq$$

$$M_l = -M \quad M_{lx} = -M_x \quad M_{ly} = -M_y \quad M_{lz} = -M_z$$

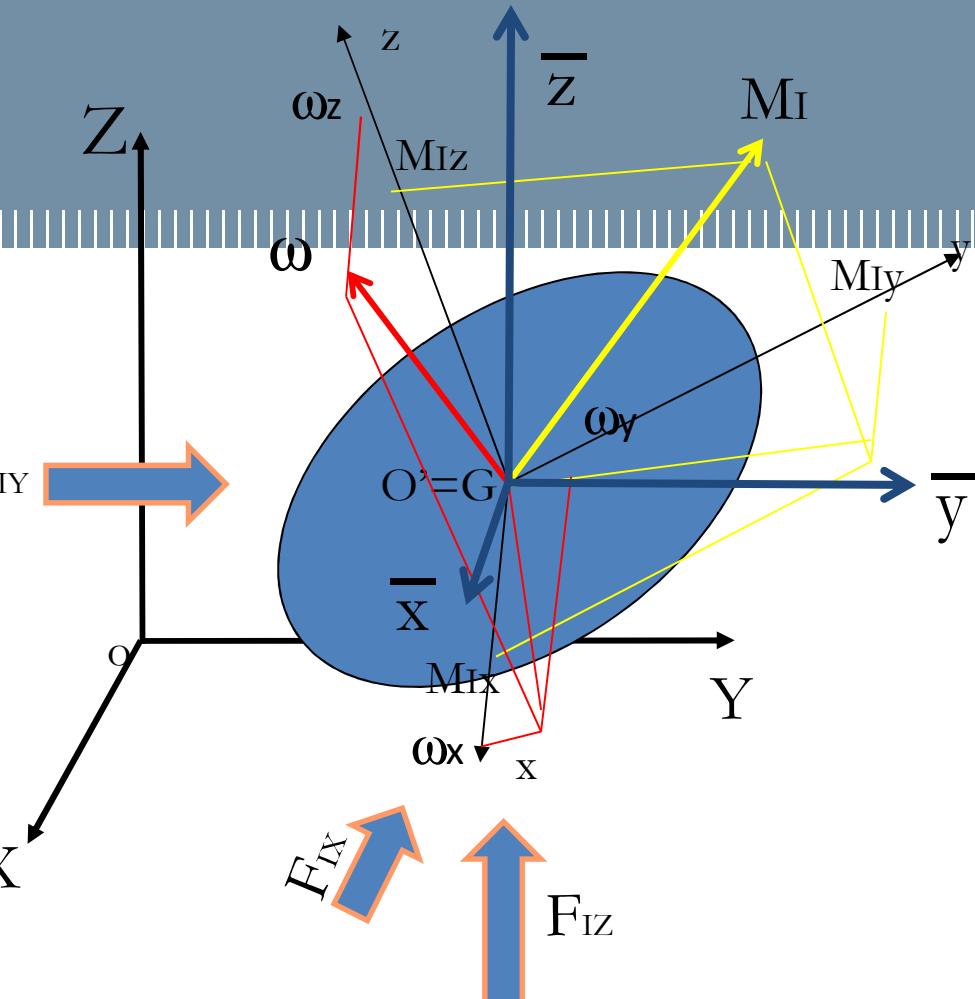
$$\begin{aligned}
 F_{IX} &= -m\ddot{X} \\
 F_{IY} &= -m\ddot{Y} \\
 F_{IZ} &= -m\ddot{Z}
 \end{aligned}$$

no

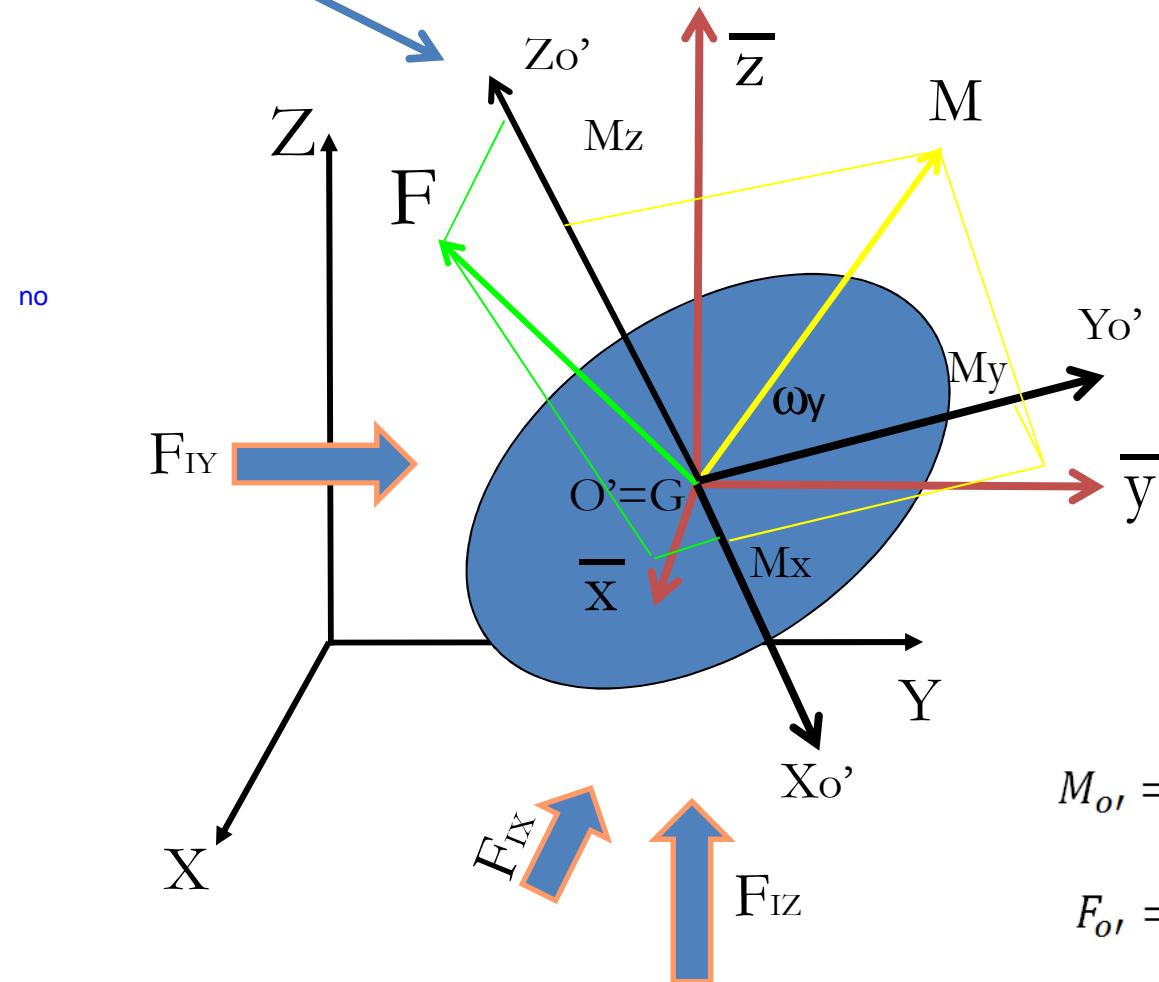
$$M_O = -M_A$$

$$M_A = \sum_j [{}^o R_j] M_{Ij} + \sum_j (G_j - o) \wedge F_{Ij} + \sum_j (G_j - o) \wedge P_j + (P_{Fe} - o) \wedge Fe$$

$$F_A = \sum_j F_I + \sum_j F_P + Fe$$



# Assi funzionali dell'articolazione



$$Mo = [G_1^o R_1] Mi_1 + [G_2^o R_2] Mi_2 + (G_1 \cdot o) \wedge (m_1 g + Fi_1) + (G_2 \cdot o) \wedge (m_2 g + Fi_2) + (p_e \cdot o) \wedge Fe$$

$$Mo' = [o^o R_1] Mo$$

$$Fo = Fe + Fi_1 + Fi_2 + m_1 g + m_2 g$$

$$Fo' = [o^o R_1] Fo$$

