PRUEBA DE ACCESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR (PAES)

COMPETENCIA MATEMÁTICA 2

PROCESO DE ADMISIÓN - 2023

193

INSTRUCCIONES

- 1. Esta prueba contiene 55 preguntas, 50 de las cuales serán consideradas para el cálculo de puntaje y 5 serán usadas para experimentación y, por lo tanto, no se considerarán en el puntaje final de la prueba. Hay preguntas de 4 opciones de respuesta (A, B, C y D) y de 5 opciones (A, B, C, D y E). En ambos casos, solo una de las opciones es correcta.
- 2. Comprueba que la forma que aparece en tu hoja de respuestas sea la misma de tu folleto. Completa todos los datos solicitados, de acuerdo con las instrucciones contenidas en esa hoja, porque estos son de tu exclusiva responsabilidad. Cualquier omisión o error en ellos impedirá que se entreguen tus resultados. Se te dará tiempo para completar esos datos antes de comenzar la prueba.
- 3. **Dispones de 2 horas y 20 minutos para responder las 55 preguntas.** Este tiempo comienza después de la lectura de las instrucciones, una vez contestadas las dudas y completados los datos de la hoja de respuestas.
- 4. Las respuestas a las preguntas se marcan en la hoja de respuestas que se te entregó. Marca tu respuesta en la fila de celdillas **que corresponda al número de la pregunta que estás contestando.** Ennegrece completamente la celdilla, tratando de no salirte de sus márgenes. Hazlo **exclusivamente** con lápiz de grafito Nº 2 o portaminas HB.
- 5. No se descuenta puntaje por respuestas erradas.
- 6. Puedes usar este folleto como borrador, pero no olvides traspasar oportunamente tus respuestas a la hoja de respuestas. Ten presente que para la evaluación se considerarán exclusivamente las respuestas marcadas en dicha hoja.
- 7. Cuida la hoja de respuestas. **No la dobles. No la manipules innecesariamente.** Escribe en ella solo los datos pedidos y las respuestas. Evita borrar para no deteriorarla. Si lo haces, límpiala de los residuos de goma.
- 8. El número de serie del folleto **no tiene relación** con el número del código de barra que aparece en la hoja de respuestas. Por lo tanto, pueden ser iguales o distintos.
- 9. Es obligatorio devolver íntegramente este folleto y la hoja de respuestas antes de abandonar la sala.
- 10. Recuerda que **está prohibido** copiar, fotografiar, publicar, compartir en redes sociales y reproducir total o parcialmente, por cualquier medio, las preguntas de esta prueba.
- 11. Tampoco se permite el uso de teléfono celular, calculadora o cualquier otro dispositivo electrónico durante la rendición de la prueba.
- 12. Finalmente, anota tu número de Cédula de Identidad (o Pasaporte) en los casilleros que se encuentran en la parte inferior de este folleto, lee y firma la declaración correspondiente.

DECLARACIÓN: declaro conocer y aceptar la normativa que rige al Proceso de Admisión a las universidades chilenas y soy consciente de que, en caso de colaborar con la reproducción, sustracción, almacenamiento o transmisión, total o parcial, de este folleto, a través de cualquier medio, me expongo a la exclusión inmediata de este Proceso, sin perjuicio de las demás acciones o sanciones legales.				
NÚMERO DE CÉDULA DE IDENTIDAD (O PASAPORTE)	FIRMA			





FORMA 193 - 2023

EN ESTA PRUEBA SE CONSIDERARÁ LO SIGUIENTE:

1. Las figuras que aparecen son solo indicativas.

2. Los gráficos que se presentan están dibujados en un sistema de ejes

perpendiculares, cuyo origen es el punto (0, 0).

3. El intervalo [p, q] es el conjunto de todos los números reales mayores o

iguales que p y menores o iguales que q; el intervalo [p, q] es el conjunto de

todos los números reales mayores que p y menores o iguales que q; el

intervalo [p, q] es el conjunto de todos los números reales mayores o iguales

que p y menores que q; y el intervalo $\left]p,q\right[$ es el conjunto de todos los

números reales mayores que p y menores que q.

4. $\vec{v} = (a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano

cartesiano y su punto final en el punto (a, b), a menos que se indique lo

contrario.

5. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras numeradas del 1 al

6 y en el experimento de lanzarlo, sus caras son equiprobables de salir.

6. En el experimento de lanzar una moneda, sus dos opciones son equiprobables

de salir, a menos que se indique lo contrario.

Registro de Propiedad Intelectual Nº 2022-A-6885.

Universidad de Chile.

Derechos reservados ©. Prohibida su reproducción total o parcial.

- 2 -

FORMA 193 – 2023

INSTRUCCIONES PARA LAS PREGUNTAS DE SUFICIENCIA DE DATOS

En las preguntas de Suficiencia de Datos no se pide la solución al problema, sino que se decida si con los datos proporcionados, tanto en el enunciado como en las afirmaciones (1) y (2), se puede llegar a la solución del problema.

Es así que se deberá marcar la opción:

- A) **(1) por sí sola**, si la afirmación (1) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (2) por sí sola no lo es,
- B) **(2) por sí sola**, si la afirmación (2) por sí sola es suficiente para resolver el problema, pero la afirmación (1) por sí sola no lo es,
- C) Ambas juntas, (1) y (2), si ambas afirmaciones (1) y (2) juntas son suficientes para resolver el problema, pero ninguna de las afirmaciones por sí sola es suficiente.
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2), si cada una por sí sola es suficiente para resolver el problema,
- E) **Se requiere información adicional**, si ambas afirmaciones juntas son insuficientes para resolver el problema y se requiere información adicional para llegar a la solución.

SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

<	es menor que	~	es semejante con
>	es mayor que	\perp	es perpendicular a
\leq	es menor o igual que	≠	es distinto de
\geq	es mayor o igual que	//	es paralelo a
Ь	ángulo recto	€	pertenece a
X	ángulo	$\overline{\mathrm{AB}}$	trazo AB
log	logaritmo en base 10	$ \mathbf{x} $	valor absoluto de x
ф	conjunto vacío	x!	factorial de x
≈	es aproximado a	\cap	intersección de conjuntos
\cup	unión de conjuntos	$\overset{ ightarrow}{u}$	vector u
A^{c}	complemento del conjunto A		

FORMA 193 - 2023

1. Considera que la suma de los primeros N números enteros positivos corresponde a $\frac{N(N+1)}{2}$.

¿Cuál es el valor de $\frac{1+2+3+...+98+99}{1+2+3+...+49+50}$?

- A) $\frac{66}{17}$
- B) $\frac{99}{25}$
- C) $\frac{50 \cdot 51 \cdot 99 \cdot 100}{4}$
- $D) \quad \frac{49 \cdot 50 \cdot 98 \cdot 99}{4}$

- 2. Si al producto entre 3 y -3 se le resta el producto entre 5 y -5, ¿qué número se obtiene?
 - A) -34
 - B) -16
 - C) 16
 - D) 70

3. Considera tres números enteros negativos y consecutivos $p\,,\,\,q\,$ y $\,r\,,\,$ tal que su suma es $-6\,$ y $\,p < q < r\,.$

¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera para los números $p\sqrt{2}\,,~q\sqrt{8}$ y $r\sqrt{18}\,$?

- A) $p\sqrt{2} < q\sqrt{8} < r\sqrt{18}$
- B) $q\sqrt{8} < p\sqrt{2} = r\sqrt{18}$
- C) $r\sqrt{18} < q\sqrt{8} < p\sqrt{2}$
- $D) \quad p\sqrt{2} = r\sqrt{18} < q\sqrt{8}$

4. La intensidad con que se percibe cierto sonido emitido desde una fuente, depende de la distancia a la que se encuentra el receptor, según la siguiente fórmula:

$$I = \frac{100}{d^2}$$

tal que $\, I \,$ es la intensidad del sonido, medida en decibelios y $\, d \,$ es la distancia del receptor a la fuente, medida en metros.

Si un receptor duplica su distancia a la fuente, ¿cómo varía la intensidad del sonido que percibe?

- A) Pasa a ser un cuarto de la intensidad original.
- B) Pasa a ser un medio de la intensidad original.
- C) Pasa a ser cuatro veces la intensidad original.
- D) Pasa a ser veinticinco veces la intensidad original.

5. En una tienda un artículo que costaba p se rebajó en un $2\,\%$ de su precio, en otra tienda el mismo artículo que costaba $\left\{\frac{p}{2}\right\}$ se aumentó en $1\,\%$ de su precio.

¿Cuál es la diferencia del precio entre ambas tiendas después de realizar la rebaja y el aumento correspondiente?

- A) $\frac{3p}{200}$
- $\mathsf{B)} \qquad \frac{2\mathsf{p}}{10}$
- C) $\frac{47p}{100}$
- D) $\frac{199 \, \text{p}}{400}$
- E) $\frac{95p}{200}$

- 6. ¿Cuál es la suma entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas del número 5^{121} ?
 - A) 3
 - B) 5
 - C) 7
 - D) 25

- 7. Si p es un número racional distinto de 0, ¿cuál de las siguientes expresiones representa **siempre** a p^m ?
 - A) $\frac{p^{m^2}}{p^m}$
 - B) $p^{\frac{m}{2}} + p^{\frac{m}{2}}$
 - $C) \quad \frac{p^{2m+1}}{p^{m+1}}$
 - D) $p^2 \cdot p^{\frac{m}{2}}$

- 8. ¿Cuál es el resultado de $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{3}$?
 - A) $\sqrt[10]{3}$
 - B) $\sqrt[10]{3^3}$
 - C) $\sqrt[30]{3}$
 - D) $3.\sqrt[30]{3}$

9. Considera los números reales a, b y c.

¿Con cuál de las siguientes igualdades se puede deducir que la expresión $\sqrt{2}\,a + \sqrt{8}\,b + \sqrt{50}\,c$ representa **siempre** a un número racional?

- A) a + 2b + 5c = 2
- B) $a + b + c = \sqrt{60}$
- C) $a + 2b + 5c = \sqrt{2}$
- D) $a + b + c = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$

FORMA 193 – 2023

10.	Una calculadora científica tiene la tecla en base 10 .				
	Por ejemplo, si se teclea la siguiente secuencia de teclas:				
	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$				
	la calculadora entrega la solución de la expresión $\log_{10} 10 + \log_{10} \frac{3}{2}$.				
	¿Cuál de las siguientes secuencias de teclas permite obtener el valor de $\log_2 256$?				
	A) log 2 5 6 ÷ log 2 =				
	B) log 2 5 6 ÷ 2 =				
	C) log 2 (2 5 6) =				
	D) log 2 · log 2 5 6 =				

11. Considera prismas de base cuadrada. En la siguiente tabla se presentan las medidas de las aristas basales y los volúmenes de algunos prismas, con igual altura.

Arista de la cara basal (en cm)	Volumen del prisma (en cm³)
4	80
8	320

Si uno de estos prismas tiene un volumen de $V\,\mathrm{cm}^3$ y la arista de la cara basal es $z\,\mathrm{cm}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) El cociente z^2 : V es igual a 5 cm.
- B) La medida de la arista z puede expresarse como $\frac{\sqrt{V}}{5}.$
- C) El valor de $(\log_z V \log_z 5)$ es igual a 2.
- D) $log_3 V = z$, cuando la medida z de la arista coincida con la altura.
- 12. Si $\log p = q$, ¿cuál de las siguientes expresiones es igual a $\log \left(10p^3\right)$?
 - A) $1 + q^3$
 - B) $10q^{3}$
 - C) 10 + 3q
 - D) 3q
 - E) 1 + 3q

13. La magnitud de un terremoto y la energía que este libera están relacionadas por la fórmula $\log\,E=1,5\cdot M+11,8\,$, tal que E es la cantidad de energía liberada medida en ergios y M es la magnitud del terremoto en grados Richter.

¿Cuál es la diferencia de magnitud, en grados Richter, entre un terremoto que libera una cantidad de energía de 10^{25} ergios y otro que libera 10^{19} ergios?

- A) 1,8
- B) 4
- C) 6
- D) 3,9
- E) 9

14. Considera dos cuadrados de lados a cm y x cm que se intersectan solo en un punto que es un vértice, de tal manera que tienen una de sus diagonales en una misma recta.

¿Cuál de las siguientes expresiones representa la menor área, en ${\rm cm}^2$, que hay que agregar para construir un cuadrado que contenga a los cuadrados dados?

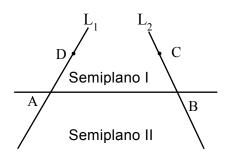
- A) $a^2 + x^2$
- B) ax
- C) 2ax
- D) $(x-a)^2 a^2 x^2$

 $\textbf{15.} \quad \text{Considera la ecuación } 3x - p = 2x + p + 1.$

¿Cuál es el menor valor que puede tomar \boldsymbol{x} para que \boldsymbol{p} sea un número entero positivo?

- **A**) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3

16. En la figura adjunta, sobre los puntos A y B se traza una recta que divide al plano en los semiplanos I y II, además, por estos puntos se trazan las rectas L_1 y L_2 , formando los ángulos BAD y CBA, cuyas medidas están entre 0° y 180° .



- Si \leq BAD= $(2x+10)^{\circ}$ y \leq CBA= $(x+20)^{\circ}$, ¿cuál de los siguientes conjuntos contiene solo a los posibles valores de x en que las rectas L_1 y L_2 se intersectan en algún punto perteneciente al semiplano II?
- A)]50, ∞[
- B)]50, 85[
- C) $-\infty$, 50
- D)]70, ∞[
- E)]40, 85[

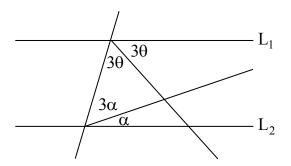
FORMA 193 - 2023

17. Diego paga una compra de c con 35 monedas, algunas de a y el resto de b.

Si M es la cantidad de monedas de \$a y N es la cantidad de monedas de \$b, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones permite determinar la cantidad de monedas de \$a y de \$b que utilizó Diego en su compra?

- A) M + N = a + b $\underline{aM + bN = c}$
- B) M + N = caM + bN = 35
- C) M + N = 35aM + bN = c
- D) M + N = 35(a + b)(M + N) = c

18. En la figura adjunta L_1 // L_2 y $\theta-\alpha=5^\circ$.



¿Cuál es el valor de $\alpha + \theta$?

- A) 35°
- B) 33°
- C) 25°
- D) 30°

19. Considera el sistema $\underbrace{ax+by+1=0}_{bx+ay+1=0}$, en x e y , con a y b números reales

distintos entre sí, distintos de cero y $a \neq -b$.

¿Cuál es la solución del sistema?

- A) $x = \frac{1}{a+b}$; $y = \frac{1}{a+b}$
- B) $x = \frac{-1}{a b}$; $y = \frac{-1}{a b}$
- C) $x = \frac{-1}{a+b}$; $y = \frac{1}{a+b}$
- D) $x = \frac{-1}{a+b}$; $y = \frac{-1}{a+b}$

20. Dos ciclistas viajan en sentidos opuestos en una misma carretera y en línea recta, uno al encuentro del otro. Se encuentran separados inicialmente por una distancia d, y la rapidez a la que se desplazan son v y w.

¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular la distancia a la que están los dos ciclistas, antes de encontrarse, en función del tiempo t?

- $A) \qquad f(t) = (v w)t + d$
- B) g(t) = (v + w)t d
- C) p(t) = d (v w)t
- $D) \quad n(t) = (v w)t d$
- $\mathsf{E)} \quad \mathsf{m}(\mathsf{t}) = \mathsf{d} (\mathsf{v} + \mathsf{w})\mathsf{t}$

21. Considera los rectángulos de perímetro $\ P\$ y ancho $\ x\ .$

Si la función f corresponde al largo de ellos, ¿cuál de las siguientes funciones representa a f ?

- A) f(x) = P x
- $\mathsf{B)} \quad \mathsf{f}(\mathsf{x}) = \frac{\mathsf{P}}{2} + \mathsf{x}$
- C) f(x) = P 2x
- $D) \quad f(x) = \frac{P}{2} 2x$
- $\mathsf{E)} \quad \mathsf{f}(\mathsf{x}) = \frac{\mathsf{P}}{2} \mathsf{x}$

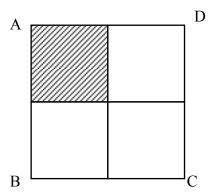
22. Considera la ecuación (x-3)(x-4)=2.

¿Cuál de los siguientes argumentos es válido?

- A) La ecuación posee dos soluciones, porque $\,x=3\,$ y $\,x=4\,$ satisfacen la igualdad.
- B) Las soluciones de la ecuación son x = 2 y x = 5, porque (2 3)(2 4) = 2 y (5 3)(5 4) = 2.
- C) Las soluciones son x=2 y x=5, porque ambos valores satisfacen la ecuación $x^2-7x+12=0$.
- D) Las soluciones de la ecuación son ambas positivas, porque el discriminante asociado a la ecuación es positivo.

- 23. ¿Cuál de las siguientes condiciones para m permite asegurar que las soluciones de la ecuación $mx^2 + mx + 2 = 0$, en x, no sean números reales?
 - A) m < 0
 - B) $m \le \sqrt{8}$
 - C) $m \le 8$
 - D) -8 < m < 0
 - E) 0 < m < 8

24. El cuadrado ABCD de la figura adjunta está formado por cuatro cuadrados de lado $x\ cm\ y\ el\ perímetro\ de\ ABCD\ ,\ en\ cm\ ,\ es\ igual\ numéricamente al área, en <math>cm^2$, del cuadrado de lado x .



¿Cuál de los siguientes valores corresponde al área de la región achurada, en ${\rm cm}^2$?

- A) 8
- B) 4
- C) 64
- D) 32
- E) 16

25. Considera un rectángulo cuya área es ${\rm M}\ {\rm cm}^2$, tal que su largo mide 2 cm más que su ancho.

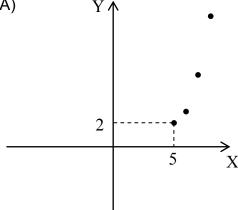
¿Cuál de las siguientes expresiones representa el perímetro del rectángulo en función de $M\,?$

- A) $8 + 4\sqrt{1 + M}$
- B) $2\sqrt{M} + 4$
- C) $-4 + 4\sqrt{1+M}$
- D) $\frac{M-4}{4}$
- E) $4\sqrt{1+M}$

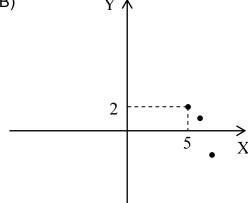
 ${\bf 26.}\ \ {\sf Considera}\ {\sf Ia}\ {\sf función}\ {\sf cuadrática}\ {\sf f}\ ,\ {\sf cuyo}\ {\sf dominio}\ {\sf es}\ {\sf el}\ {\sf conjunto}\ {\sf de}\ {\sf los}\ {\sf números}$ reales, definida por $f(x) = -(x-5)^2 + 2$.

¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor a algunos de los puntos que pertenecen a la gráfica de f?

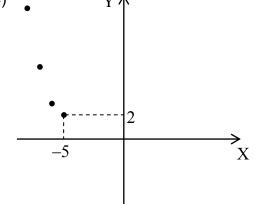




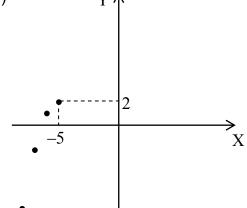
B)



C)



D)



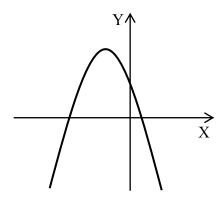
27. En la tabla adjunta se indica el costo unitario de producir \boldsymbol{x} maceteros.

Cantidad de maceteros producidos	Costo unitario (\$)
30	900
40	600
50	500
60	600
70	900

Si la función que modela el costo unitario por producir \mathbf{x} maceteros es una función cuadrática, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir de esta situación?

- A) El costo unitario de producir $80\,$ maceteros es mayor que el costo unitario de producir $20\,$ maceteros.
- B) La mayor cantidad de maceteros que se puede producir es 70.
- C) La menor cantidad de maceteros que se puede producir es 500 .
- D) El costo unitario de producir 50 maceteros es menor que el de producir un macetero.

28. En la figura adjunta se representa la gráfica de la función f, cuyo dominio es el conjunto de los números reales, definida por $f(x) = -ax^2 + bx - c$, con a, b y c números reales.



¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) a > 0
- $\mathsf{B)} \quad -\frac{\mathsf{b}}{2\mathsf{a}} < 0$
- C) c > 0
- D) b > 0

FORMA 193 – 2023

29. En cierto videojuego la superficie de terreno que abarca la explosión de una bomba lanzada, puede ser modelada por la función $S(t) = 5t^2$, en la cual S corresponde a la superficie circular de la explosión de la bomba en unidades cuadradas y t al tiempo en segundos que dura la explosión.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Una explosión de una bomba que dura un segundo, abarca la mitad de terreno que si la explosión durase dos segundos.
- B) Una bomba tardaría el doble de tiempo en abarcar 200 unidades cuadradas con su explosión que lo que tardaría en abarcar 800 unidades cuadradas.
- C) Basta un segundo más de explosión para que una bomba cuadruplique la superficie que puede abarcar en cualquier momento.
- D) Una bomba cuadruplica la superficie abarcada si se duplica el tiempo de explosión.

FORMA 193 - 2023

30. Se necesita determinar el perímetro del rectángulo ABCD, cuyo largo y ancho miden $(4x+1)\ cm$ y $(x+2)\ cm$, respectivamente. Se sabe que ABCD es semejante a un rectángulo cuyo largo y ancho miden $10\ cm$ y $8\ cm$, respectivamente.

Para determinar el perímetro del rectángulo ABCD se realiza el siguiente procedimiento, cometiéndose un error:

- **Paso 1:** como los rectángulos son semejantes se plantea la expresión: $\frac{4x+1}{8} = \frac{x+2}{10}$
- **Paso 2:** se resuelve la expresión anterior, obteniéndose $x = \frac{3}{16}$.
- **Paso 3:** se reemplaza este valor de x en (4x+1) cm y (x+2) cm, obteniéndose que el largo y el ancho del rectángulo son $\frac{7}{4}$ cm y $\frac{35}{16}$ cm, respectivamente.
- **Paso 4:** se calcula el perímetro del rectángulo obteniéndose $\frac{63}{8}$ cm.

¿En cuál de los pasos se cometió el error?

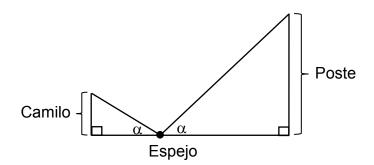
- A) En el Paso 1
- B) En el Paso 2
- C) En el Paso 3
- D) En el Paso 4

31. La razón de semejanza entre las figuras P y Q , en ese orden, es $\frac{3}{5}$, mientras que la razón de semejanza entre las figuras R y P , en ese orden, es $\frac{7}{3}$.

¿Cuál es la razón de semejanza entre las figuras $\,R\,$ y $\,Q\,,$ en ese orden?

- A) $\frac{7}{5}$
- B) $\frac{44}{15}$
- C) $\frac{35}{9}$
- D) $\frac{26}{15}$

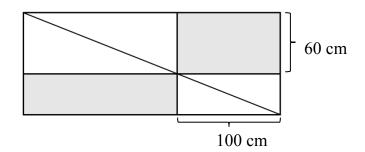
32. Para determinar la altura de un poste vertical, Camilo coloca un espejo en el suelo entre él y el poste, de tal manera que en un punto del espejo Camilo observa la cima del poste, como se representa en la figura adjunta.



Si los ojos de Camilo están a una altura de $1,22~\mathrm{m}$, la distancia entre su pie y la base del poste es de $9~\mathrm{m}$ y la distancia entre su pie y el espejo es de $3~\mathrm{m}$, ¿cuál es la altura del poste?

- A) 2,44 m
- B) 4,5 m
- C) 9,66 m
- D) 21,96 m

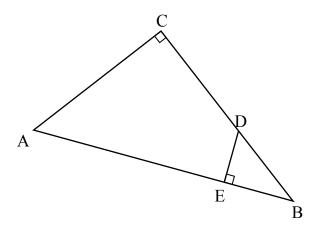
 $\textbf{33.} \quad \text{Un rectángulo } R \text{ se divide en cuatro rectángulos de tal forma que el vértice común a los cuatro rectángulos pertenece a una diagonal del rectángulo } R \text{, como se representa a continuación:}$



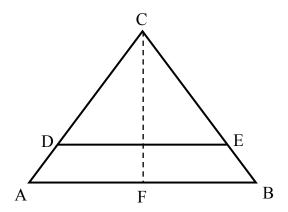
Si el ancho del rectángulo R mide $100\ \mathrm{cm}$, ¿cuál es el perímetro total del rectángulo R?

- A) 500 cm
- B) 640 cm
- C) 700 cm
- D) 900 cm

34. En la figura adjunta el Δ ABC es rectángulo en C y el Δ BDE es rectángulo en E, con E en el segmento AB y D en el segmento CB.



- Si AE = (4x 1) cm, EB = (x + 1) cm, BD = (2x 1) cm y DC = (2x + 1) cm, ¿cuál es el valor del segmento CB?
- A) $\frac{3}{2}$ cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm
- D) 12 cm
- E) 14 cm

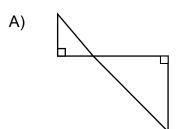


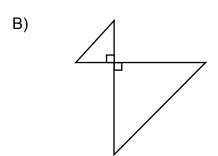
¿Cuál es el perímetro del trapecio ABED?

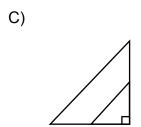
- A) 8,25 cm
- B) 12 cm
- C) 12,5 cm
- D) 13 cm

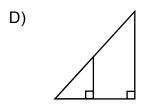
36. Un grupo de estudiantes tiene la tarea de diseñar el logo de la semana de aniversario del colegio. Ellos deciden usar como base un triángulo isósceles rectángulo junto a una imagen homotética de este con razón de homotecia -2 y centro de homotecia el vértice donde está el ángulo recto.

¿Cuál de las siguientes opciones se ajusta mejor al logo diseñado por los estudiantes?

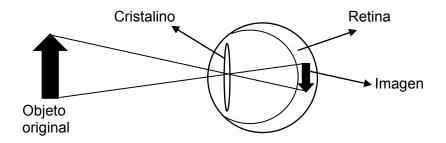








 $\bf 37.$ Un objeto y la imagen que se forma de él en la retina del ojo humano se puede modelar a través de la relación $\rm I=k\cdot O\,,$ con $\rm k\,$ la razón de homotecia, $\rm I\,$ el tamaño de la imagen y $\rm O\,$ el tamaño del objeto original, como se representa en la siguiente figura:

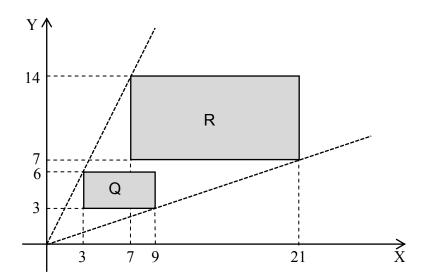


Se sabe que la distancia entre el centro de homotecia y el sector donde se forma la imagen en la retina es, aproximadamente, de $24~\mathrm{mm}$.

Si un objeto de tamaño $0.5~\mathrm{m}$ está a una distancia al centro de homotecia de $1~\mathrm{m}$, ¿cuál es el tamaño de la imagen que se forma en la retina, en metros?

- A) $24 \cdot \frac{1}{500}$
- B) $\frac{24}{1000} \cdot \frac{1}{5}$
- C) $\frac{24}{1000} \cdot 0.5$
- D) 24 · 500

38. En la figura adjunta el rectángulo Q es la imagen homotética del rectángulo R y el punto $(0,\,0)$ es el centro de homotecia.



¿Cuál es la razón de homotecia?

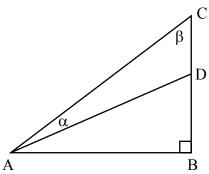
- A) $\frac{7}{3}$
- B) $\frac{3}{7}$
- C) $\frac{3}{4}$
- D) $-\frac{3}{7}$

 $\textbf{39.} \quad \text{Dos figuras geométricas son homotéticas con razón de homotecia} \quad -3 \, .$

Si la figura original tiene un área de $b\ cm^2$, ¿cuál es el área de la imagen homotética?

- A) $\frac{b}{3}$ cm²
- B) 3b cm²
- C) $9b^2$ cm²
- D) 9b cm²

40. Considera el triángulo ABC de la figura adjunta, tal que $\rm D$ pertenece al segmento $\rm BC\,.$



Si $AB = p\ cm\ y\ DB = y\ cm$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a la medida del segmento CD, en cm?

A)
$$p \cdot \tan(\alpha - \beta) - y$$

B)
$$p \cdot \tan(90^{\circ} - \beta) - y$$

C)
$$p \cdot \tan(\alpha - \beta) + y$$

D)
$$p \cdot \tan(90^{\circ} - \beta) + y$$

- **41.** ¿Para qué puntos (x, y) en el plano cartesiano se cumple $\frac{3x + y}{3} = x + y$?
 - A) Para los puntos de la forma (x, 0).
 - B) Para los puntos de la forma (x, y).
 - C) Solo para el punto (0, 0).
 - D) Para ningún punto.

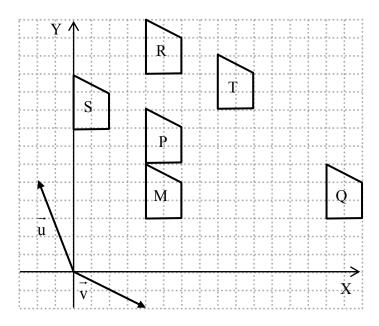
42. Al trasladar el punto (x, y) según el vector (p, q), se obtiene un punto en el segundo cuadrante.

¿Cuál de las siguientes relaciones es verdadera?

- A) x > -p e y < -q
- B) x < -p e y > q
- C) x q
- D) x < -p e y < -q
- $\mathsf{E)} \quad x < -p \ \mathsf{e} \ y > -q$

- 43. ¿Cuántos vectores (a,b) con coordenadas enteras y magnitud $\sqrt{5}$ hay en el plano cartesiano?
 - A) 0
 - B) 2
 - C) 4
 - D) 8
 - E) Infinitos

44. En el plano cartesiano de la cuadrícula de lado $1\,\mathrm{cm}$ de la figura adjunta, los polígonos P, Q, R, S, T y M son congruentes entre sí.



- ¿Cuál de los siguientes polígonos es la imagen de M según la traslación dada por $\vec{\left(2u+v\right)}$?
- A) P
- B) R
- C) Q
- D) S
- E) T

45. El curso A tiene un promedio en biología de $5.8\,$ y una desviación estandar de $0.2\,$ y el curso B tiene un promedio de $5.8\,$ y una desviación estandar de $0.4\,$, tal que las notas van desde $1.0\,$ a $7.0\,$.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es siempre verdadera?

- A) Las notas en ambos cursos son iguales.
- B) La mayoría de las notas en ambos cursos fue de un 5,8.
- C) En el curso A hubo por lo menos un $6,0\,$ y en el curso B hubo por lo menos un $6,2\,$.
- D) Las notas del curso A presentan menor dispersión que las notas del curso B.

46. Considera los datos x_1 , x_2 , x_3 y x_4 cuyo promedio es \overline{x} , tal que $x_1 - \overline{x} = 1$, $x_2 - \overline{x} = -2$ y $x_3 - \overline{x} = 4$.

¿Cuál es la varianza de estos datos?

- A) 30
- B) $\sqrt{30}$
- C) $\frac{15}{2}$
- D) $\frac{85}{4}$

- **47.** En una competencia las normas indican que las puntuaciones recibidas por los participantes se calcularán de la siguiente forma:
 - ✓ cada uno de los 5 jueces dará un puntaje entre 1 y 20.
 - ✓ para estos 5 puntajes se calculará el promedio \bar{x} y desviación estándar θ .
 - \checkmark se eliminarán aquellos puntajes que no estén entre $\overset{-}{x}-\theta$ y $\overset{-}{x}+\theta$.
 - \checkmark se calculará nuevamente el promedio, pero solo con los puntajes que estén entre $\bar{x} \theta$ y $\bar{x} + \theta$, el cual corresponde al puntaje final del participante.

Si los jueces evalúan a Gabriel con 6, 8, 12, 9 y 15 puntos, ¿cuál es el puntaje final obtenido por Gabriel?

- A) 10 puntos
- B) $\frac{35}{4}$ puntos
- C) $\frac{29}{3}$ puntos
- D) $\frac{21}{2}$ puntos

FORMA 193 – 2023

- **48.** Considera el grupo A, cuyos datos son 1, 2, 3, 4, 5 y el grupo B, cuyos datos son 1001, 1002, 1003, 1004, 1005.
 - Si Var(A) y Var(B) son las varianzas de los grupos A y B, respectivamente, ¿cuál de los siguientes argumentos es válido?
 - A) El promedio del grupo A y el promedio del grupo B son distintos, porque Var(A) = Var(B).
 - B) Las varianzas de los grupos A y B son iguales, porque los datos del grupo B se obtienen de sumar 1000 a cada valor del grupo A.
 - C) El rango de los datos del grupo A es igual al rango de los datos del grupo B, porque ambos grupos tienen cinco datos.
 - D) El rango de los datos del grupo A es igual al rango de los datos del grupo B, porque Var(A) = Var(B).
- **49.** Considera los datos de los grupos 1 y 2 de la siguiente tabla:

Grupo 1	p	q	r
Grupo 2	p – 1	q	r + 1

Si p < q < r, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **siempre** verdadera?

- A) La desviación estándar del grupo 1 es mayor que la del grupo 2.
- B) Ambos grupos tienen igual desviación estándar.
- C) El rango de ambos grupos es el mismo.
- D) En ambos casos la desviación estándar es mayor que cero.

50. Una caja M contiene solo 3 bolitas rojas y 2 verdes, todas del mismo tipo y una caja N contiene solo una bolita roja y 3 bolitas verdes, todas del mismo tipo.

Un experimento aleatorio consiste en lanzar un dado común, si sale un número par se extrae una bolita desde la caja M, en caso contrario se extrae una bolita de la caja N.

Si se realiza este experimento, ¿cuál es la probabilidad de extraer una bolita roja?

- A) $\frac{1}{8}$
- B) $\frac{17}{20}$
- C) $\frac{4}{9}$
- D) $\frac{1}{4}$
- E) $\frac{17}{40}$

51. Considera las tiendas A, B y C dedicadas a la venta de relojes. Si un cliente compra un reloj en una de estas tres tiendas, la probabilidad de que compre en A es 0,2; en B es 0,3 y en C es 0,5. Se sabe que la probabilidad de que cualquier reloj que se venda en las tiendas A, B y C tenga fallas es 0,3; 0,5 y 0,6, respectivamente.

Si Teresa compra un reloj que no tiene fallas, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya comprado en la tienda A?

- A) $0,2\cdot0,7$
- B) $0.2 \cdot 0.3$
- C) $\frac{0.2 \cdot 0.3}{0.2 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.6}$
- D) $\frac{0.2 \cdot 0.7}{0.2 \cdot 0.7 + 0.3 \cdot 0.5 + 0.5 \cdot 0.4}$

52. De un grupo de 100 personas, 40 de ellas son fumadores. Un $20\,\%$ de los fumadores no presenta una enfermedad respiratoria. Al seleccionar una persona al azar del grupo total, la probabilidad de que presente una enfermedad respiratoria es 0,35.

Al seleccionar una persona al azar del grupo total, ¿cuál es la probabilidad de que no fume dado que no tiene una enfermedad respiratoria?

- A) $\frac{57}{65}$
- B) $\frac{45}{60}$
- C) $\frac{57}{60}$
- D) $\frac{45}{65}$

- **53.** Se puede determinar el valor numérico de 3^{a+2} , si:
 - (1) se conoce el valor de 2^a .
 - (2) a > 0
 - A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

- **54.** La distancia entre dos números enteros en la recta numérica es 45. Se pueden determinar ambos números, si se sabe que:
 - (1) un número es positivo y el otro es negativo.
 - (2) un número es el sucesor del inverso aditivo del otro.
 - A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

FORMA 193 - 2023

55. Cada uno de los estudiantes de los terceros medios de un colegio lleva una botella individual para hidratarse, ya sea de agua o jugo.

Al seleccionar un estudiante de tercero medio de este colegio al azar, se puede determinar la probabilidad de que sea una mujer que lleva agua, si se sabe que:

- (1) el 60 % de los estudiantes son hombres y de estos $\frac{5}{6}$ llevan agua.
- (2) $\log \frac{2}{3}$ de las mujeres llevan jugo.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

IMPORTANTE

- ESTE FOLLETO ESTÁ PROTEGIDO BAJO REGISTRO DE PROPIEDAD INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DE CHILE.
- ESTÁ PROHIBIDA LA REPRODUCCIÓN, TRANSMISIÓN TOTAL O PARCIAL DE ESTE FOLLETO, POR CUALQUIER MEDIO O MÉTODO.
- ES OBLIGATORIO DEVOLVER ÍNTEGRAMENTE EL FOLLETO ANTES DE ABANDONAR LA SALA.
- S OBLIGATORIO DEVOLVER LA HOJA DE RESPUESTAS ANTES DE ABANDONAR LA SALA.

acceso.mineduc.cl

demre.cl



