

문제은행

과목 : 수학(상)

종류 : 고3 모의(03-21), 수능(94-22) 기출

단원 : 3. 복소수

문항수 : 15문항

유형 분류 : X

박스 수정 : X

비고 :

수정사항 기록(수정일/수정자/수정 내용 순)

샘플 페이지

1. 2018 고 1 9 월 교육청 17 번(4 점) [학교 2 번]

자연수 전체의 집합의 부분집합 X 가 상수 p 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $n(X) = 3$
(나) $x \in X$ 일 때,
수이면 $\frac{x+p}{2} \in X$,
 x 가 짝수이면 $\frac{x}{2} \in X$ 이다.

$5 \in X$ 일 때, 모든 자연수 p 의 값의 합을 구하시오.

[보 기]
ㄱ. $\{A(x)-B(x)\}$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 $(a-d)+(b-c)$ 이다.
ㄴ. $\{A(x)+B(x)\}$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지는 $(a+c)x+b+d$ 이다.
ㄷ. $A(x)B(x)$ 를 x^2-1 로 나누었을 때의 나머지는 $(ad+bc)x+(ac+bd)$ 이다.

[증 명]
두 양의 실수 a, b 가 $a+b=1$ 을 만족하므로
 $1 = a+b \geq 2\sqrt{ab}$
따라서 $\frac{1}{ab} \geq$ (가) ㉠
그러므로 $a^2+b^2 \geq \frac{1}{2}$ ㉡
 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2 = \left(a^2+\frac{1}{a^2}\right) + \left(b^2+\frac{1}{b^2}\right) + 4$
 $= (a^2+b^2) \times$ (나) 4
이므로 ㉠과 ㉡으로부터
 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq$ (다)
(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립)
그러므로 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2$ 의 최솟값은 (다) 이다.

번(점)

고 1 월 교육청 번(점)

[출제의도] 집합의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 값을 추론한다.