MODELO NUMÉRICO DE CORRIENTES EN PLAYAS

Dentro del movimiento del fluido, las corrientes que se generan en la costa influyen de forma importante en la conformación morfológica de las playas, siendo este sistema de corrientes, en muchos de los casos, de notable complejidad. Johnson, 1919, distinguió los siguientes tipos de corrientes que pueden contribuir al desarrollo de la línea de costa: corrientes debidas al oleaje, corrientes de marea, corrientes hidráulicas asociadas a oscilaciones de bahías, corrientes debidas al viento, corrientes planetarias asociadas a sistemas oceánicos circulatorios, corrientes debidas a ríos, etc. De todas ellas, en la mayoría de los casos, son las corrientes debidas al oleaje las más importantes en el desarrollo de la línea de costa.

El sistema circulatorio en la zona de rompientes está dominado por las fuerzas inducidas por el oleaje y asociadas a la rotura del mismo. El modelado del sistema circulatorio en la zona de rompientes es necesario para resolver el transporte de sedimentos y las variaciones morfológicas en la línea de costa.

Estos modelos se basan, fundamentalmente, en la resolución de las ecuaciones promediadas del movimiento y la ecuación de la continuidad. Sin embargo, estas ecuaciones pueden ser resueltas con diferentes grados de complejidad. En cualquier caso, la utilización de las ecuaciones promediadas precisa unas expresiones para las tensiones tangenciales y turbulentas que obligan a introducir una serie de ecuaciones de cierre.

El modelo más completo es el tridimensional (3-D) que resuelve las ecuaciones en una malla tridimensional y, por tanto, las características del sistema circulatorio en toda la columna de agua, a lo largo y perpendicularmente a la costa. Este tipo de modelos en la actualidad requiere de un gran espacio computacional, debido al tamaño del sistema a resolver, y tiene grandes dificultades de calibración, dadas sus características tridimensionales.

Con el fin de simplificar el modelo circulatorio, se reduce una dimensión, pasando a los modelos bidimensionales (2-D). La técnica de resolución numérica más comúnmente utilizada es diferencias finitas y, especialmente, esquemas de tipo implícito, dado que éstos reducen las inestabilidades numéricas.

Existen dos aproximaciones diferentes a estos modelos, los puramente 2-D (2-DV) y los modelos integrados en vertical (2-DH). En el primer caso (2-DV), (Dally y Dean (1984), Stive y Battjes (1984)), se asume que las velocidades y gradientes en la dirección paralela a la costa son nulos y los resultados obtenidos son velocidad y niveles. Los modelos (2-DH), (Basco (1983), de Vriend (1987)) resuelven las ecuaciones del movimiento y de continuidad integradas en vertical sobre una malla y como resultado se obtiene niveles y las dos componentes horizontales de la velocidad; sin embargo, presentan el inconveniente de perder la estructura vertical del flujo. Toda la estructura vertical del flujo queda embebida en la expresión de la fricción en el fondo.

1.1 Modelo de Corrientes en la Zona de Rompientes

1.1.1 Planteamiento del Problema

Shepard e Inman (1950) propusieron una justificación de la existencia de corrientes inducidas por el oleaje en un análisis bidimensional de la propagación y rotura del oleaje. Este análisis fue completado por otro tridimensional por los mismos investigadores, donde se puso de manifiesto por primera vez el concepto de un sistema circulatorio de corrientes en la zona litoral.

En los últimos años se ha presentado diversas teorías que han permitido contestar algunas cuestiones planteadas, pero siempre con carácter parcial y con fuertes limitaciones en su aplicación a casos muy concretos y particulares. Pero estas teorías han presentado un mundo más complejo que el descrito en el modelo de Shepard e Inman. Uno de los grandes avances en este área surgió a partir de la introducción del concepto de tensión de radiación, Longuet-Higgins y Stewart (1962), concepto que puede ser explicado de la siguiente manera:

Con el paso de una onda, se puede considerar dos movimientos: el movimiento instantáneo de las partículas y el movimiento neto de las partículas o transporte de masa. En profundidades indefinidas e incluso intermedias, este transporte de masa es pequeño; sin embargo, en profundidades reducidas, donde la onda se propaga a través de un talud, como es el caso de la Playa, la celeridad de la onda decrece, la velocidad instantánea crece, lo mismo que la velocidad de transporte de masa, en el momento de romper la ola, se igualan las velocidades instantáneas, de masa y celeridad, en magnitud y dirección; en la rotura, se inyecta un exceso de masa de agua que genera un exceso de cantidad de movimiento dentro de la zona de rompientes, denominados tensores de radiación, los cuales son los generadores de corrientes en playas debidos únicamente al oleaje.

El modelo de corrientes en playas se deduce a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, con base en las siguientes hipótesis:

· *Con respecto al fluido*:

- Fluido homogéneo
- Incompresible
- Densidad constante

· *Con respecto al movimiento*:

- La variación del fondo del mar con respecto a la horizontal es lenta (aceleraciones verticales muy pequeñas), lo que implica que las prinicipales caracterísitcas del sistema de corrientes en playas estén contenidos en la variación horizontal de las propiedades integradas en la profundidad, por lo que la velocidad de corriente (u, v) es independiente de la profundidad.

- Los movimientos asociados a las corrientes de playa son permanentes, permitiendo esto promediar las ecuaciones que los representan en el tiempo (período del oleaje), lo cual significa que para períodos de tiempo mayores al del período del oleaje las variaciones temporales son despreciables. Cada tren de ondas incidente crea su propio sistema circulatorio de corrientes.

- Los efectos de viscosidad molecular son débiles, excepto en contornos, en consecuencia, se puede admitir que el movimiento oscilatorio es esencialmente irrotacional, Longuet-Higgins y Stewart (1962).

- Las fluctuaciones turbulentas debidas al oleaje son despreciables.

- Se rechaza la fuerza de Coriolis.

- Las corrientes son suficientemente débiles como para considerarse su interacción con el tren de ondas.

1.1.2 Modelo de Corrientes

El modelo bidimensional de corrientes en playa se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes. Si se integra estas ecuaciones en la profundidad y se promedian en un período de tiempo en un sistema de coordenadas localizado en el nivel medio del mar (x = dirección transversal a la playa; y = dirección longitudinal a la playa; z = dirección vertical) bajo las hipótesis anteriormente planteadas, se obtiene las siguientes ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento:

Continuidad:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (UH)}{\partial x} + \frac{\partial (VH)}{\partial y} = 0$$

Momentum:

Dirección x (transversal a la playa)

$$\frac{DU}{Dt} + g\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho H}\left(\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y}\right) + \frac{gU}{C^2 H}(U^2 + V^2)^{1/2} - \varepsilon\left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right] = 0$$

Dirección y (longitudinal a la playa)

$$\frac{DV}{Dt} + g\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{\rho H}\left(\frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y}\right) + \frac{gV}{C^2 H}(U^2 + V^2)^{1/2} - \varepsilon\left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right] = 0$$

donde:

$$H = \eta + h$$

$$S_{xx} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\int_{-h}^{\eta}(\rho u^2 + p)\, dz\, dt - \frac{1}{T}\int_{-h}^{t+T}\int_{-h}^{0} p_0\, dz\, dt$$

$$S_{xy} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\int_{-h}^{\eta}\rho uv\, dz\, dt$$

$$S_{yy} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\int_{-h}^{\eta}(\rho v^2 + p)\, dz\, dt - \frac{1}{T}\int_{0}^{t+T}\int_{-h}^{0} p_0\, dz\, dt$$

$$\overline{\eta} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\xi(x,y,t')\, dt' \quad U = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\int_{-h}^{\eta} u(x,y,z,t)\, dt \quad V = \frac{1}{T}\int_t^{t+T}\int_{-h}^{\eta} v(x,y,z,t)\, dt$$

Aplicando la teoría lineal de ondas, se obtiene las expresiones para los tensores de radiación al 2° orden:

$$S_{xx} = E\left(n\cos^2\theta + n - \frac{1}{2}\right) \quad S_{yy} = E\left(n\,sen^2\theta + n - \frac{1}{2}\right) \quad S_{xy} = E\,sin\theta\cos\theta$$

donde:

$$E = \frac{\rho g H_1^2}{8};\quad n = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh}\right);\quad k = \frac{2\pi}{L}$$

Las variables dependientes del problema son η, U, V, que representan la elevación de la superficie libre sobre el nivel de referencia y las velocidades de las corrientes promediadas en vertical en un período de tiempo en las direcciones x e y, respectivamente.

Las otras variables de la ecuación son:

h	=	calado hasta el nivel de referencia
H	=	calado total
t	=	tiempo
T	=	período del oleaje
S_{xx}	=	tensor de radiación en la dirección x
S_{xy}	=	tensor de radiación combinado
S_{yy}	=	tensor de radiación en la dirección y
$\eta(x,y,t)$	=	elevación de la superficie libre a partir del nivel medio del mar
u	=	velocidad instantánea en dirección x
v	=	velocidad instantánea en dirección y
E	=	energía del oleaje
k	=	número de onda
θ	=	ángulo del vector número de onda con el eje x
c	=	coeficiente de Chézy
ε	=	coeficiente de "Eddy viscosity" o viscosidad de remolino
P	=	presión total (dinámica mas estática)
P_0	=	presión estática a partir del nivel medio de referencia
H_1	=	altura de ola
g	=	aceleración de la gravedad
ρ	=	densidad del flujo.

1.1.3 Discusión de Parámetros

Dos parámetros importantes que influyen en el movimiento de las corrientes son: la rugosidad del fondo, expresada por el número de Chézy, $c\ (m^{1/2}/s)$ y la viscosidad de remolino "Eddy viscosity", ε .

Rugosidad del Fondo

El término de fricción es un término consumidor de cantidad de movimiento debido a la fricción del flujo (interacción oleaje - corriente) con el fondo. Gran cantidad de modelos de rugosidad en la zona de rompiente se ha planteado en la literatura, como es el caso de Longuet-Higgins (1970), Thornton (1970), Jonsson (1966), Grant y Madsen (1979), Tanaka y Shuto (1981), donde plantean sistemas combinados de oleaje-corriente. El principal problema de estas formulaciones a nivel numérico, es la dificultad de su calibración, debido a la cantidad de parámetros que intervienen y la dificultad en algunos casos para medirlos. En el COPLA se emplea una expresión análoga a la de flujo en ríos y estuarios; que en este tipo de modelos ha funcionado apropiadamente:

En x:

$$\frac{gU}{c^2H}(U^2+V^2)^{1/2}$$

En y:

$$\frac{gV}{c^2H}(U^2+V^2)^{1/2}$$

Como puede observarse, el término de rugosidad depende de la profundidad; a menor profundidad, mayor resistencia al flujo, consumiendo mayor cantidad de movimiento, también depende de las velocidades medias y a un coeficiente denominado de Chezy, c.

Debido a que, c, es un parámetro de calibración, el modelo permite dos posibilidades: (1) que sea constante para todos los puntos de la malla o (2) que pueda ser definido en cada punto.

El rango de variabilidad recomendado en playas para este tipo de formulación de fricción con, c, está entre (5 y 20 $m^{1/2}/s$). éste es un valor mucho mayor que el típico en zonas de estuarios y ríos (30 a 50 $m^{1/2}/s$), debido a la gran fricción que genera el oleaje.

Viscosidad de Remolino

Este parámetro se emplea para describir la "turbulencia" en la zona de rompientes. Asumiendo que la turbulencia en esta zona es isotrópica, el término de turbulencia es usualmente escrito de la siguiente forma:

En x:

$$\varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\right]$$

En y:

$$\varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)\right]$$

Esta expresión se basa en la analogía al flujo laminar, donde los esfuerzos cortantes se asumen proporcionales al gradiente de la velocidad media.

La intensidad de turbulencia causada por las olas rompiendo está distribuida en toda la zona de rompientes. El actual conocimiento sobre la difusión de la turbulencia todavía no es suficiente y una discusión en detalle con respecto a este parámetro es imposible hoy en día; han sido propuestas muchas expresiones para ε Bowen (1969), Thornton (1970), Longuet-Higgins (1979). Sawaragi (1992) presenta un resumen de formulaciones hechas para este parámetro en corrientes de playas, pero ninguna de ellas deja de ser más que una hipótesis.

La turbulencia, al igual que la fricción, es consumidora de cantidad de movimiento y comienza a ser más importante que el término de fricción a mayores profundidades, del orden del tamaño de los elementos de la malla.

En este modelo se permite al igual que con, c, definir, ε, como constante en toda la malla o definirlo por nodos.

Un valor típico para ε en playas varía entre 5 y 25.

1.2 Método de Resolución

1.2.1 Técnica de Solución Numérica

Para resolver el sistema de ecuaciones bidimensional de movimiento, se emplea un método implícito de dirección alterna usado por Leendertse (1970), método utilizado en el modelo H2D de propagación de ondas largas y el cual es la base numérica de este modelo (para más detalles del método numérico, consultar Manual H2D).

Las ecuaciones linealizadas del movimiento se pueden escribir en forma de matriz y el método para su resolución emplea un esquema centrado con dos niveles de tiempo, resultando tener una aproximación de segundo orden en espacio y tiempo. El primer paso en el procedimiento computacional consiste en un barrido de la malla en el eje x para, posteriormente, hacer un barrido en el eje y. Una vez concluidos los dos barridos, se ha avanzado un paso de tiempo. El método de resolución es bastante eficiente.

La aplicación de la apropiada ecuación a una fila o columna de la malla transforma el sistema en uno de ecuaciones lineales cuyo coeficiente matricial es tridiagonal. Los problemas de matrices tridiagonales pueden ser resueltos directamente, sin ser necesaria la inversión de matrices.

A medida que se resuelve cada paso de tiempo, se va obteniendo los valores de la velocidad (U, V) y de la superficie libre (η) en cada uno de los puntos de la malla.

El resultado final resulta ser el campo de velocidades y niveles para cada punto y a lo largo del tiempo.

El modelo tiene la posibilidad de incluir dentro los cálculos, los términos convectivos no lineales y los términos asociados a la turbulencia.

Hay dos parámetros fundamentales para la estabilidad del modelo: el primero es el intervalo de tiempo para ejecutar los cálculos, y el segundo la discretización espacial del tamaño de malla.

Intervalo de Tiempo, Δt:

El intervalo de tiempo para los cálculos debe cumplir la relación de estabilidad de Courant, definida por la siguiente expresión:

$$\Delta t = \frac{c_U \, \Delta x}{\sqrt{gh} + U}$$

donde:

Δt	=	intervalo de tiempo de cálculo
Δx	=	discretización espacial del tamaño de la malla
h	=	profundidad máxima del dominio
U	=	orden de magnitud de la velocidad media esperada
c_U	=	número de Courunt, donde $c_U = 10$ cuando no se tienen en cuenta los términos no lineales, $c_U = 2$ con términos no lineales
g	=	aceleración de la gravedad.

Discretización Espacial, Δx:

Este parámetro es seleccinado anteriormente como limitante del modelo de propagación de oleaje, el cual necesita definir, por lo menos, 8 puntos por una longitud de onda de la ola propagada.

Para resolver el sistema, una estimativo del tamaño de los elementos de la malla, se puede obtener mediante la relación:

$$\Delta x = \frac{L}{8} - \frac{\sqrt{gh}\, T}{8}$$

donde T es el período de la onda y h una profundidad característica.

1.2.2 Condiciones Iniciales y de Contorno

Condiciones Iniciales

Las condiciones iniciales al modelo de corrientes, se obtienen de los archivos de salida del programa REF/DIF 1, el cual es ejecutado previamente dadas unas características de altura de ola, dirección, período y nivel de marea.

Con estos valores de oleaje, el modelo evalúa los gradientes de los tensores de radiación, elementos generadores de corrientes.

Es importante resaltar que el modelo parte de un estado de reposo en el tiempo cero; inmediatamente después, se introducen unos esfuerzos en el flujo de agua, necesitando un tiempo para llegar a una estabilización del sistema, donde U, V y η son constantes en el tiempo.

Condiciones de Contorno:

· Batimetría del fondo

La batimetría debe cumplir una relación de pendiente máxima 1:3 para que se cumplan las hipótesis del modelo de corrientes en playas. La batimetría corresponde a las profundidades en cada uno de los nodos de la malla y es una entrada al programa de propagación del oleaje; el programa COPLA lee la batimetría directamente del archivo de salida del programa REF/DIF 1.

· Condiciones laterales

Las cuatro condiciones de contorno laterales están definidas de la siguiente manera:

$x = 0$ Corresponde al contorno de mar abierto; ésta debe cumplir una condición de nivel medio nulo ($\eta = 0$) y contorno absorbente para evitar ondas estacionarias atrapadas.

$x = x_{max}$ Corresponde a la playa, la cual es una condición reflejante de flujo nulo $U = 0$. La playa siempre se localiza en este contorno.

$y = 0,\ y = y_m$ Corresponde a los contornos laterales, que en el caso de ser fronteras abiertas, la condición es absorbente con flujo $V \neq 0$. Para el caso de un muro impermeable, la condición es reflejante, con $V = 0$.

1.2.3 Archivos de Entrada y Salida del Programa COPLA

Los casos de ejecución se identifican por una palabra [CLAVE] de cuatro caracteres alfanuméricos:

Ficheros de Entrada:

[clave]OUT.DAT → Fichero de salida del programa de propagación de oleaje REF/DIF 1, con la batimetría, altura de ola, direcciones, tamaño de malla, Δx, Δy.

[clave]DAT → Fichero con la información de la malla y coeficientes de calibración:

- Intervalo de tiempo en segundos
- Coeficiente de fricción de Chézy
- Tiempo de duración de la ejecución
- Viscosidad de remolino
- Opción de términos no lineales
- Generación de ficheros de evolución de U, V, η,en el tiempo de diferentes puntos de la malla, para verificar que el sistema alcance un estudio de equilibrio.

Un ejemplo de este archivo se da al principio de las figuras en los casos de aplicación del modelo.

Ficheros de Salida:

[clave]VEL.### → Archivo con las velocidades promediadas en el tiempo y la vertical: (U, V), en cada uno de los nodos de la malla, en un instante dado de tiempo.

[clave]SUP.### → Archivo con los valores del nivel medio (η).

El programa presenta una salida gráfica: primero, un diagrama de flechas, donde la longitud de la flecha se asocia con la velocidad y la dirección de la flecha con la dirección del flujo; y segundo, la distribución espacial del nivel medio, representada por isolíneas de igual elevación.