Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2012/13

Compito del 13/06/2013

Cognome: ______________________________ Nome: ______________________________

Matricola: ______________________________ E-mail: ______________________________

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

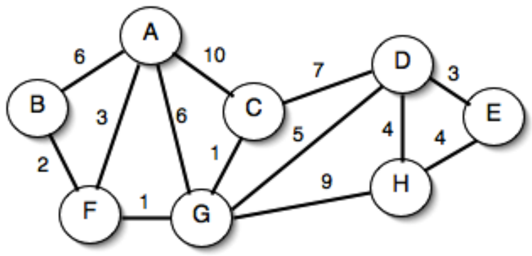
1. Si vuole ordinare in senso crescente un array di lunghezza *n*. Indicare il tempo di esecuzione dei seguenti algoritmi di ordinamento nei casi specificati nelle due colonne:

	Array già ordinato in senso crescente	**Array già ordinato in senso decrescente**
Insertion sort		
Quicksort		
Heapsort		

2. Si mostri, utilizzando la definizione, che la relazione O soddisfa la proprietà transitiva, ovvero:

   "Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$, allora $f(n) = O(h(n))$"

3. Si determini un albero di copertura minimo nel seguente grafo:



Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2012/13

Compito del 13/06/2013

Cognome: ___________________________ Nome: ______________________________

Matricola: ___________________________ E-mail: ______________________________

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

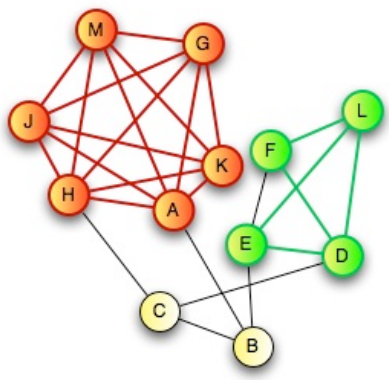
1. Dato un albero binario, i cui nodi contengono chiavi intere, progettare un algoritmo **efficiente** che stabilisca se le chiavi nei nodi soddisfano la proprietà del **max-heap**, e analizzarne la complessità.

   Per l'esame da **12 CFU**, deve essere fornita **una funzione C** e si deve dichiarare il tipo **Node** utilizzato per rappresentare l'albero binario.
   Per l'esame da 9 CFU, è sufficiente specificare lo pseudocodice.

2. Dato un array A di n elementi, progettare un algoritmo **efficiente** che costruisca **ricorsivamente** un albero binario **bilanciato** tale che $A[i]$ sia l'*(i+1)-esimo* campo *u.key* in ordine di visita posticipata (postordine).

   Discutere la complessità al caso pessimo indicando, e risolvendo, la corrispondente relazione di ricorrenza.

3. Si scriva un algoritmo di complessità $O(n^2)$ per determinare una clique massimale all'interno di un grafo non orientato con n vertici. Si discuta la sua complessità e la sua correttezza e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo:



   L'algoritmo è in grado di determinare anche clique massime? In caso negativo si fornisca un controesempio.

4. Si definisca formalmente la relazione di riducibilità polinomiale tra problemi decisionali ($\leq_P$) e si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false:

   1) La relazione $\leq_P$ è transitiva
   2) La relazione $\leq_P$ è riflessiva
   3) Se $\leq_P$ è simmetrica, allora P = NP
   4) Se $\mathcal{P} \leq_P \mathcal{Q}$ e $\mathcal{Q} \in$ P, allora $\mathcal{P} \in$ P
   5) Se $\mathcal{P}, \mathcal{Q} \in$ NPC, allora $\mathcal{P} \leq_P \mathcal{Q}$ se e solo se $\mathcal{Q} \leq_P \mathcal{P}$

   Nel primo caso si fornisca una dimostrazione rigorosa, nel secondo un controesempio.
   (Nota: in caso di discussioni poco formali l'esercizio non verrà valutato pienamente.)