Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2011/12

Compito del 29/05/2012

Cognome: ______________________ Nome: ______________________

Matricola: ______________________ E-mail: ______________________

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Discutere qual è il caso ottimo di Quicksort e determinarne la complessità. Scrivere esplicitamente la ricorrenza.

2. Per un certo problema sono stati trovati due algoritmi risolutivi (A_1 e A_2) con i seguenti tempi di esecuzione:

   A_1 : $T(n) = 5\ T(n/6) + 2n^2$

   A_2 : $T(n) = 7\ T(n/6) + n$

   Si dica, giustificando tecnicamente la risposta, quale dei due algoritmi è preferibile per input di dimensione sufficientemente grande.

3. Si definisca formalmente la relazione di riducibilità polinomiale tra problemi decisionali ($\leq_P$) e si spieghi (tecnicamente) perché se fosse simmetrica si avrebbe $P = NP$.

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2011/12

Compito del 29/05/2012

Cognome: ______________________ Nome: ______________________

Matricola: ______________________ E-mail: ______________________

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. Sia T un albero generico i cui nodi hanno chiavi intere e campi: **key**, **left-child**, **right-sib**. Scrivere un algoritmo che calcoli l'altezza di tale albero.

   Discutere brevemente la complessità della soluzione trovata.

2. Dato un array di **n** interi, progettare un algoritmo **efficiente** che costruisca un albero binario di ricerca di altezza **Θ(log n)** che contenga gli interi dell'array come chiavi, e analizzarne la complessità.

   Devono essere definite esplicitamente eventuali funzioni/procedure ausiliarie. Si consideri la rappresentazione dell'albero binario che utilizza i campi **left**, **right** e **key**.

3. Si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false, fornendo una dimostrazione nel primo caso e un controesempio nel secondo:

   a) « Sia $G = (V, E, w)$ un grafo orientato e pesato, e sia $G' = (V, E, w')$ il grafo pesato ottenuto da G aggiungendo una costante k ai pesi (in altri termini, G' ha gli stessi vertici e gli stessi archi di G, e $w'(u,v) = k + w(u,v)$, per ogni arco (u,v) di $E'=E$). Allora, $p = \langle x_0,\ldots,x_q\rangle$ è un cammino minimo in G se e solo se p è un cammino minimo in G'. »

   b) « Sia $G = (V, E, w)$ un grafo connesso non orientato e pesato, e sia $G' = (V, E, w')$ il grafo pesato ottenuto da G aggiungendo una costante k ai pesi (in altri termini, G' ha gli stessi vertici e gli stessi archi di G, e $w'(u,v) = k + w(u,v)$, per ogni arco (u,v) di $E'=E$). Allora, T è un albero di copertura minimo di G se e solo se T è un albero di copertura minimo di G'. »

4. Si scriva l'algoritmo di Floyd-Warshall, si dimostri la sua correttezza, si fornisca la sua complessità computazionale e si simuli accuratamente la sua esecuzione sulla seguente matrice:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 4 & \infty & 3 \\ 2 & 0 & 8 & \infty & 1 \\ 6 & 2 & 0 & 4 & 3 \\ 1 & \infty & \infty & 0 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & 1 & 0 \end{bmatrix}$$