

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2012/13

Compito del 30/05/2013

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte I

(30 minuti; ogni esercizio vale 2 punti)

1. Quali sono il numero minimo e il numero massimo di elementi in un heap di altezza h ? Giustificare brevemente la risposta.

2. Utilizzando la definizione di O , e nient'altro, si stabilisca se le seguenti affermazioni sono vere o false:

a) $f(n) = O(n)$

b) $f(n) = O(n^2)$

dove $f(n) = n(n+1)/2$.

3. Si definiscano le classi di complessità P, NP, NPC, e si dica quali delle seguenti affermazioni è vera (giustificando le risposte):

(a) $NP = P$ (b) $NPC \cap NP = NPC$ (c) $P \cup NPC = NP$ (d) $P \cap NPC \neq \emptyset$

Algoritmi e Strutture Dati

a.a. 2012/13

Compito del 30/05/2013

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

E-mail: _____

Parte II

(2.5 ore; ogni esercizio vale 6 punti)

1. In una tabella Hash di $m = 17$ posizioni, inizialmente vuota, devono essere inserite le seguenti chiavi numeriche nell'ordine indicato:

101, 50, 20, 72, 3, 14, 25, 121, 115, 22, 73

La tabella è a indirizzamento aperto e la scansione è eseguita per doppio Hashing:

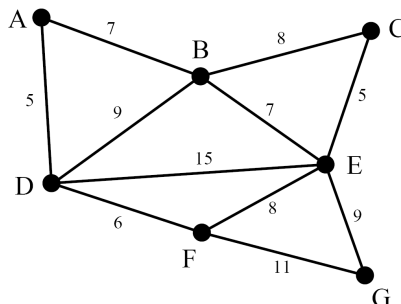
$$h(k, i) = (k \bmod m + i * 2^{k \bmod 5}) \bmod m$$

Indicare per ogni chiave le posizioni scandite nella tabella e la posizione finale dove viene allocata.

2. Dato un array non ordinato di n interi, eventualmente ripetuti, e un intero positivo k , progettare un algoritmo **efficiente** che restituisca **1** se esiste un valore nell'array che occorre **esattamente** k volte, **0** altrimenti. Analizzarne la complessità in tempo.

L'algoritmo deve utilizzare spazio aggiuntivo costante e devono essere definite esplicitamente eventuali funzioni/procedure ausiliarie.

3. Si scriva l'algoritmo di Kruskal per determinare gli alberi di copertura minimi, si discuta la sua complessità computazionale, se ne dimostri la correttezza e si simuli accuratamente la sua esecuzione sul seguente grafo:



4. L'*arbitraggio* è un'operazione finanziaria per lucrare dalla differenza di prezzi tra le varie piazze e mercati. Sia $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ un insieme di n valute e si indichi con C_{ij} il tasso di cambio tra le valute v_i e v_j (cioè, vendendo 1 unità di valuta v_i si ottengono C_{ij} unità di valuta v_j). Un arbitraggio è possibile se esiste una sequenza di azioni elementari di cambio (*transazioni*) che inizi con 1 unità di una certa valuta e termini con più di 1 unità della stessa valuta. Per esempio, se i tassi di cambio sono: 1.53 franchi svizzeri per 1 euro, 0.94 dollari americani per 1 franco svizzero, e 0.77 euro per 1 dollaro americano, possiamo convertire 1 euro in 1.1 euro, realizzando un guadagno del 10%. Si formuli il problema dell'arbitraggio come un problema (noto) di ricerca su grafi e si sviluppi un algoritmo efficiente per la sua risoluzione, discutendone correttezza e complessità.