

Esercizio 1

```
function [x,errore,stima_c,residuo] = sist_ing(A,b)
```

```
%Function primo esercizio prova intercorso
```

```
%dati input
```

```
%A: matrice nxn triangolare superiore dei coefficienti del  
sistema  $Ax=b$ 
```

```
%b:vettore termini noti
```

```
%dati output:
```

```
%x: vettore nx1 soluzione sistema  $Ax=b$ 
```

```
%stima_c: una stima del numero di cifre significative  
corrette sulla soluzione
```

```
n=size(A,1);
```

```
n1=n/2;
```

```
%definisco i blocchi della matrice e del vettore dei termini  
noti
```

```
%essendo la matrice di input una matrice triangolare  
superiore
```

```
%i blocchi diagonali (A1 e A2) sono matrici triangolari  
superiori,
```

```
A1=A(1:n1,1:n1);
```

```
A12=A(1:n1,n1+1:n);
```

```
A2=A(n1+1:n,n1+1:n);
```

```
b1=b(1:n1);
```

```
b2=b(n1+1:n);
```

```
%essendo le matrici A1 e A2 matrici triangolare  
superiore posso utilizzare
```

```
%l'operatore "\" per la backward substitution
```

```
x2=A2\b2;
```

```
b1=b1-A12*x2;
```

```
x1=A1\b1;
```

```
%soluzione del sistema  $Ax=b$ 
```

```
x=[x1;x2];
```

```
%calcolo residuo
```

```
residuo=norm(b-A*x);
```

```
%calcolo approssimazione errore
```

```
errore=cond(A)*residuo/norm(b);
```

```
%stima numero di cifre
```

```
stima_c=abs(fix(log10(errore)));
```

```
end
```

>>%genero una matrice triangolare superiore di dimensione pari in modo da lavorare con blocchi (A1, A12,A2) quadrati

```
>> A=rand(10,10);
```

```
>> b=rand(10,1);
```

```
>> A=triu(A);
```

```
>> [x,errore,stima_c,residuo] = sist_ing(A,b);
```

```
>> errore =
```

2.400678451118365e-14

La soluzione ha almeno

```
>>stima_c =
```

13

cifre significative corrette

```
>>residuo =
```

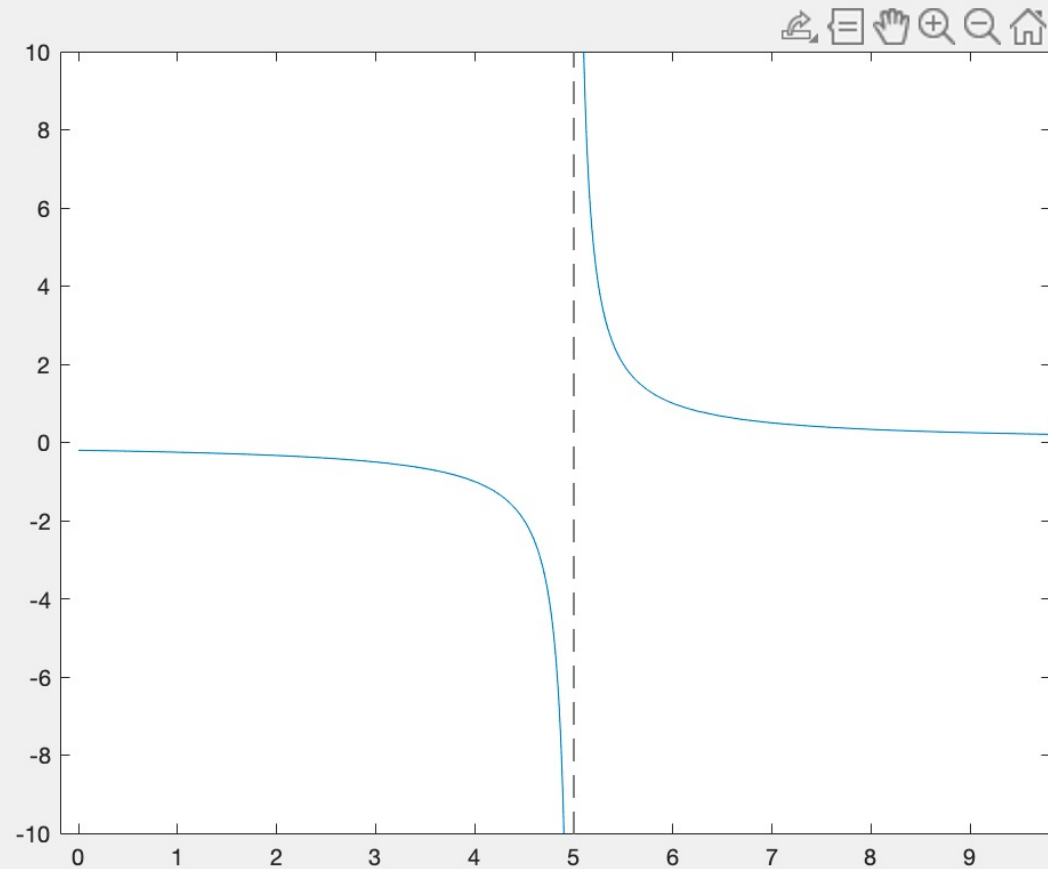
3.865904340312232e-16

```
>> cond(A)
```

1.008323939915839e+02

Esercizio 2

Grafico



Il problema della valutazione della funzione f in x è mal condizionato per valori di x «vicini» a 5, ben condizionata altrove.

```
syms x  
f= 1/(x-5);
```

```
fplot(f,[0,10])
```

Esercizio 2

```
f=@(x) 1/(x-5);  
%esempio di mal condizionamento  
x1=5-10^-12;  
y1=f(x1);  
%esempio di buon condizionamento  
x2=10;  
y2=f(x2);  
% si dia una stima dell'indice di condizionamento senza  
fare uso della derivata
```

```
%per x1
```

```
delta_x=10^-14;  
delta_f=(f(x1+delta_x)-f(x1));  
C_a=abs(delta_f/delta_x);  
C_r=abs(C_a*x1/f(x1));
```

```
%per x2
```

```
delta_f2=(f(x2+delta_x)-f(x2));  
C_a2=abs(delta_f2/delta_x);  
C_r2=abs(C_a2*x2/f(x2));
```

```
>> esercizio2_ing
```

```
>> C_r
```

```
C_r =
```

```
4.9327e+12
```

```
>> C_r2
```

```
C_r2 =
```

```
2.2204
```

Esercizio 3 prova intercorso

```
function [z,flag] = ese3(x)
```

```
%function per esercizio 3 prova intercorso 2020/2021
```

```
%scrivere una function in MATLAB che valuti la funzione
```

```
% $z=1/((x+100.74)^2-x^2)$ ;
```

```
%Dati output
```

```
%z : valore assunto dalla funzione f in x;
```

```
%flag: indicatore: flag=0 non si incorre in situazioni eccezionali
```

```
%          flag=1 si incorre in situazioni eccezionali
```

```
%controllando che il valore di x fornito in input non provochi situazioni  
eccezionali.
```

```
if (eps(x)>= 100.74)
```

```
    flag=1;
```

```
    %per verificare cosa accade in questo caso, calcolo ugualmente z
```

```
     $z=1/((x+ 100.74)^2-x^2)$ ;
```

```
    disp('per il valore dato in input di x si incorre in una situazione  
eccezionale')
```

```
else
```

```
     $z=1/((x+ 100.74)^2-x^2)$ ;
```

```
    %non si incorre in situazioni eccezionali
```

```
flag=0;
```

```
end
```

```
end
```

Esercizio 3 prova intercorso

```
>> x=10^19;
```

```
>> [z,flag] = ese3(x)
```

per il valore dato in input di x si incorre in una situazione eccezionale

```
z =
```

```
Inf
```

```
flag =
```

```
1
```

```
>> x=5;
```

```
>> [z,flag] = ese3(x)
```

```
z =
```

```
8.9638e-05
```

```
flag =
```

```
0
```

```
>>
```

Esercizio 3: Confronto criterio utilizzato dagli studenti nella loro function

Function studenti:

```
function [y, ecc] = func_es3(x)
% FUNC_ES3 valuta la funzione dell'esercizio 3 senza
provocare situazioni
% eccezionali:  $1 / ((x+100.74).^2 - x.^2)$ 
%  $(x + a)^2 - x^2 = x^2 + 2*x*a + a^2 - x^2 = 2*x*a + a^2$ 
%  $x = -a / 2 \rightarrow$  provoca situazioni eccezionali
ecc = 0; % viene settato ad 1 se si verifica una situazione
eccezionale
a = 100.74;%semplificano la funzione
f = @(x) 1 / ((x+a).^2 - x.^2);% scivo la funzione in
variabile x
y = 0; %la funzione parte da 0
% dalla formula calcolata prima si denota che nel
momento in cui andiamo ad
% avvicinarci ad un valore prossimo a -a/2 la funzione
uscirebbe infinito
```

% perch  $1/(2*(-a/2)*a-a^2) = 1/0 =$ infinito quindi
dobbiamo fare in modo
% che la funzione ci dia eccezione per x vicino a que
valore quindi la
% somma di x e a/2 semplicemente deve essere
maggiore dell'epsilon
% relativo a -a/2

```
if (x + a/2) < eps(-a/2)
    ecc = 1;
    y = f(x);
else
    y = f(x);
end
end
```

Criteri di valutazione.

Esercizio 1.

Si: esercizio corretto

Si-: esercizio non del tutto corretto, errore nel calcolo del numero di cifre significative.

Esercizio 2:

Si: esercizio corretto.

No: errore nel calcolo dell'indice di condizionamento e/o nell'individuare esempi in cui la funzione è ben o mal condizionata.

Esercizio 3:

Si: esercizio con il giusto criterio nell'if ($\text{eps}(x) \geq 100.74$) o criterio corretto con l'aggiunta di criterio non corretto. (spiegazione e test prossime slide.)

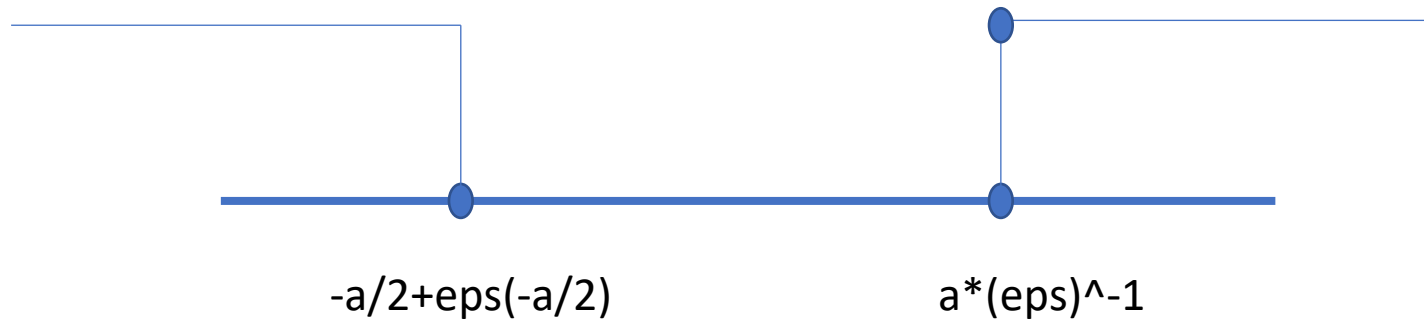
No: esercizio errato: criterio errato o calcolo errato della funzione f (sviluppo del quadrato del binomio $(x+a)^2$), con o senza l'aggiunta del criterio corretto, o solo test senza criterio.

Esercizio 3: Confronto criterio utilizzato da molti studenti nella loro function

Criterio studenti $(x+a/2) < \text{eps}(-a/2)$. -----> $x < -a/2 + \text{eps}(-a/2)$

Criterio function ese3 $\text{eps}(x) \geq a$. -----> $x \geq a * (\text{eps})^{-1}$

I due criteri individuano due insiemi disgiunti, come si può notare dal grafico riportato di seguito.



Esempio function studenti con condizione errata

```
function [y, ecc] = func_es3(x)
% FUNC_ES3 valuta la funzione dell'esercizio 3 senza
provocare situazioni

ecc = 0; % viene settato ad 1 se si verifica una situazione
eccezionale
a = 100.74;%semplificano la funzione
f = @(x) 1 / ((x+a).^2 - x.^2);% scivo la funizione in
variabile x
y = 0;
if (x + a/2) < eps(-a/2)
    ecc= 1;
else
    y = f(x);
end
end
```

Test 1

```
>> x2 = -150  
[y2, ecc2] = func_es3(x2)
```

x2 =

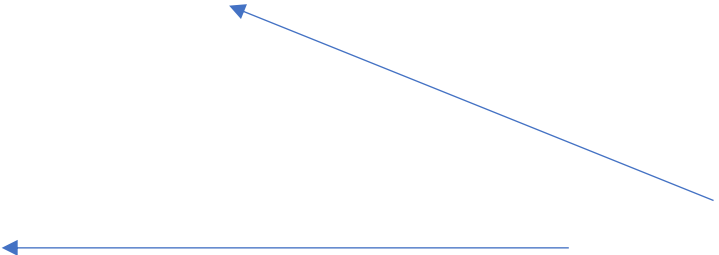
-150

y2 =

-4.981704093910623e-05

ecc2 =

1



Soddisfa il criterio degli studenti ma non fornisce un caso
Eccezionale anche se l'indicatore ci dice di sì. (ecc2=1 caso eccezionale,
ecc2=0 altrimenti)

Test 2

```
x2 = 10^19  
[y2, ecc2] = func_es3(x2)
```

```
x2 =  
1.0000000000000000e+19
```

```
y2 =  
Inf
```

```
ecc2 =  
0
```

Non soddisfa il criterio degli studenti ($\text{ecc2}=0$) ma Fornisce un caso eccezionale, inf.

Soddisfa il criterio nella function ese3 riportata Nella slide 5, ovvero

```
>> x=10^19;  
>> [z,flag] = ese3(x)  
per il valore dato in input di x si incorre  
in una situazione eccezionale
```

```
z =
```

```
Inf
```

```
flag =
```

```
1
```

Oltre al criterio nella function corretta ese3 ($\text{eps}(x) \geq 100.74$), si potevano prendere in considerazione anche i valori di x tali da annullare il denominatore. La radice del polinomio al denominatore è $x = -a/2$, quindi, in aritmetica classica il denominatore si annulla per $x = -a/2$; in aritmetica a precisione finita, per valori di x nell'intervallo $[-a/2 - \text{eps}(a/2), -a/2 + \text{eps}(a/2)]$ (che si traduce nella condizione $\text{abs}((x + (100.74/2))) \leq \text{eps}(a/2) (= \text{eps}(-a/2))$) che risulta essere comunque diverso da quello individuato dal criterio utilizzato dagli studenti: $(x + a/2) < \text{eps}(a/2)$ ovvero $x < -a/2 + \text{eps}(a/2)$.

Valori nell'intervallo nell'intervallo $I=[-a/2-\epsilon(a/2), -a/2+\epsilon(a/2)]$ producono inf

Test 3

a = 100.74;
delta = 1e-17;

Test 4

delta = 1e-15;
x2 = -a/2+ delta

Test 5

delta = -10^-15;
x2 = -a/2+ delta
[y2, ecc2] = func_es3(x2)

x2 = -a/2+ delta
[y2, ecc2] = func_es3(x2)

x2 =

-50.369999999999997

x2 =

-50.369999999999997

x2 =

-50.369999999999997

y2 =

Inf

y2 =

Inf

y2 =

Inf

ecc2 =

1

ecc2 =

1

ecc2 =

1

>>

Valori nell'intervallo nell'intervallo $I = [-a/2 - \epsilon(a/2), -a/2 + \epsilon(a/2)]$ producono inf, se invece considero valori $x < -a/2 - \epsilon(a/2)$, non appartenenti all'intervallo I ciò non accade.

```
delta = -10^-13;
```

```
x2 =
```

```
-50.3700000000000097
```

```
x2 = -a/2+ delta
```

```
[y2, ecc2] = func_es3(x2)
```

```
y2 =
```

```
-4.886718345671111e+10
```

```
ecc2 =
```

```
1
```

Verifica la condizione degli studenti
Ma non otteniamo il caso eccezionale