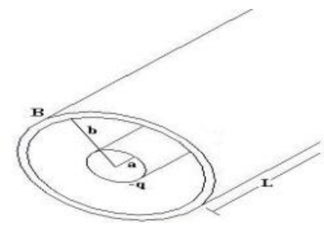
FIS1053 - Projeto de Apoio Eletromagnetismo

3ª Lista de Problemas
Tema: Potencial Elétrico

1ª Questão:

Dado um cilindro isolante muito longo de comprimento 'L' e raio 'a' com carga −q e uma casca cilíndrica condutora concêntrica, também muito longa e de comprimento 'L', com raios'b'(interno) e 'B'(externo) sem carga (neutra), como na figura, calcule:



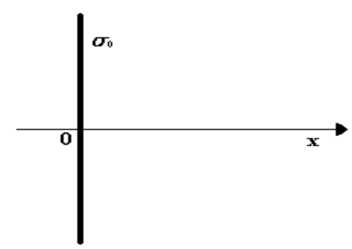
a) O campo elétrico nos seguintes casos: (r < a), (a < r < b), (b < r < B), (r > B).

b) A diferença de potencial $V_b - V_a$ entre os dois cilindros.

Respostas:
a) $\vec{E} = -\dfrac{2k\,q\,r}{L\,a^2}\hat{r}$ [N/C]; $\vec{E} = \dfrac{-2k\,q}{rL}\hat{r}$ [N/C]; $\vec{E} = 0$ [N/C]; $\vec{E} = \dfrac{-2k\,q}{rL}\hat{r}$ [N/C]
b) $\Delta V = \dfrac{2k\,q}{L}\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$ [V]

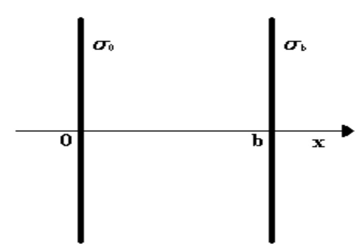
2ª Questão:

Considere um plano infinito situado em x = 0 com uma densidade superficial de carga $\sigma_0 > 0$ como indicado na figura. Tomando x = 0 como o ponto de referencia para o potencial, encontre o potencial V(x) nas seguintes regiões.



a) x < 0
b) x > 0

Supondo que no ponto b colocamos um plano infinito com uma densidade superficial de carga $\sigma_b = -\sigma_0$, como na figura ao lado.



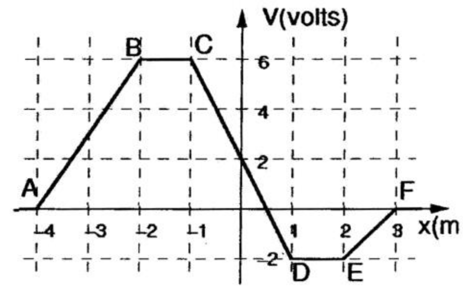
c) Nesta nova situação encontre o potencial V(x) na região entre as duas placas.

d) Considere agora que uma partícula de massa M e carga Q>0 é colocada em repouso em x = b/2. Em que direção e sentido a partícula se move? Encontre a velocidade final ao atingir a placa.

Respostas:
a) $V(x) = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}x$ [V]
b) $V(x) = -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}x$ [V]
c) $V(x) = -\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}x$ [V]
d) Q>0, Mesmo sentido e Direção que o campo elétrico; $Vel = \sqrt{\dfrac{\sigma\,b\,q}{\varepsilon_0\,M}}\ m/s$

3ª Questão:

Um sistema de placas paralelas tem um diagrama de potencial de acordo com a figura abaixo.



a) Faça o gráfico do campo elétrico E(x) indicando claramente os valores do campo em cada região.

b) Uma das placas ocupa o espaço entro os pontos BC. Esta placa é isolante ou condutora? Explique o porquê da sua resposta.

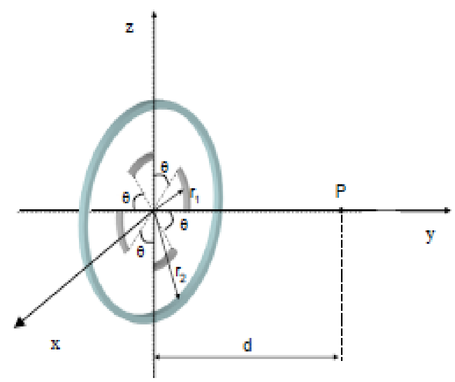
c) Calcule a densidade superficial de carga na interface B.

Respostas:
a) Basta fazer a relação $\vec{E}$ = - ∇V   b) Condutor, pois E = 0.   c) $\sigma = -\,2.7x10^{-11}[Cm^{-2}]$

4ª Questão:

Uma distribuição contínua de cargas é constituída por um anel $r_2 = \sqrt{10}.a$, com densidade linear de carga uniforme $\lambda_2 > 0$ e um anel frqcionado concêntrico de raio $r_1 = a$ e densidade linear de carga uniforme $\lambda_1 > 0$, ambos contidos no plano XZ e com o mesmo eixo Y.

O anel fracionado é constituído de quatro arcos de circunferência idênticos e cada arco é separado do seguinte por um ângulo θ, conforme a figura ao lado.



a) Calcule o potencial elétrico gerado pela distribuição de carga no ponto P que se encontra sobre o eixo y a uma distância $d = \sqrt{15}.a$ da origem.

b) Se o anel fracionado for girado de um ângulo β arbitrário entorno de seu eixo, o resultado mudaria? Justifique suas afirmações.

c) Qual deve ser o valor da razão $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ para o potencial no ponto P ser igual a zero?

d) Trace o gráfico de $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ em função do ângulo θ. Descreva o andamento encontrado justificando suas afirmações.

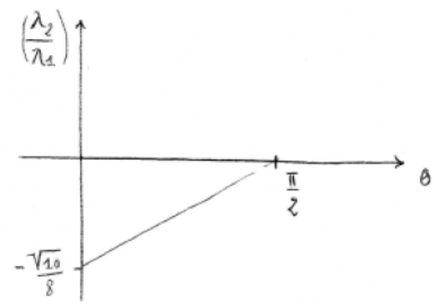
Respostas:

a) $V_{total}(P) = K[\lambda_1 \left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \lambda_2 \frac{2\pi.\sqrt{10}}{5}]$, onde $\theta < \frac{\pi}{2}$.

b) Não, o resultado não mudará porque o ponto P se encontra sobre o eixo que passa pelo centro de simetria da distribuição de carga. Girando o anel quebrado de qualquer ângulo θ, a distância entre os elementos de carga sobre o anel quebrado e o ponto P não muda.

c) $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = -\frac{\sqrt{10}}{8} + \frac{\sqrt{10}}{4\pi}\theta$. Como θ varia de zero a um valor menor que $\frac{\pi}{2}$, então $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ será sempre negativa, não podendo atingir o valor zero.

d) Note que θ varia de zero a um valor menor que $\frac{\pi}{2}$.



5ª Questão:

CASO A:

O anel de raio R mostrado na figura 1 tem a densidade linear de carga:

$\lambda(\varphi) = \lambda_0 + \lambda_1.cos\varphi$ para $(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$.

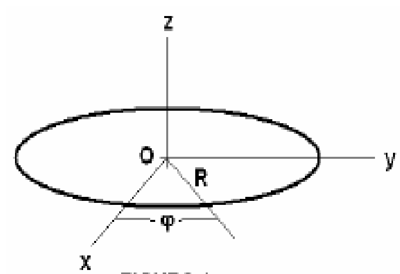


FIGURA 1

a) Determine uma expressão para o potencial elétrico em um ponto arbitrário do eixo z (perpendicular ao plano do anel que contém a origem O).

b) É possível obter uma expressão para o vetor campo elétrico a partir do resultado do item (a)? Justifique sua resposta e determine expressões para as componentes do campo elétrico para as quais a operação proposta seja possível.

CASO B:

Uma esfera de raio R tem densidade volumétrica de carga ρ uniforme.

c) Determine a expressão para o campo elétrico em um ponto arbitrário do espaço em função de sua distância r (r > R) ao centro da esfera e use esse resultado para determinar a expressão do potencial elétrico em função de r (r > R) na mesma região do espaço.

Respostas:

a) $V(0,0,z) = K\frac{2\pi R\lambda_0}{\sqrt{R^2+z^2}}$ [V]

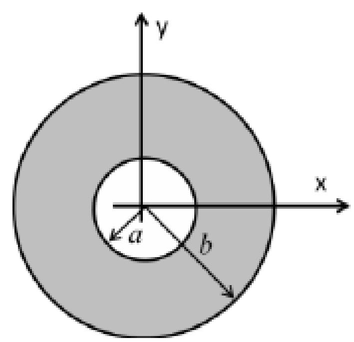
b) A distribuição de cargas no anel não apresenta simetria que assegure que o campo elétrico no eixo tem a direção z. Portanto a expressão anterior, que não explicita a dependência de V(x, y, z) com as três variáveis espaciais, não permite que o campo elétrico seja determinado a partir do gradiente do potencial elétrico.

Entretanto, temos $E_z(0,0,z) = -\frac{\partial V(0,0,z)}{\partial z} = K\frac{2\pi R\lambda_0 z}{(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$ $(\hat{z})$ [N/C]

c) $V(r) = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r}$ [V]

6ª Questão:

A figura ilustra uma coroa circular disposta no plano x-y, centrada na origem, de raio interno a = $\sqrt{3}$ m e raio externo b = $\sqrt{8}$ m. Sua carga está uniformemente distribuída e possui densidade σ = + 18 nC/m^2. Use k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2 ou ε_0 = 9 x 10^{-12} C^2/Nm^2.



a) Considerando a referência para potenciais no infinito, encontre o valor do potencial elétrico V(z) num ponto qualquer do eixo z, à distância z da origem.

b) Calcule o potencial no ponto P(0; 0; 1,0 m) e o valor do trabalho realizado pela força eletrostática no deslocamento de uma cargateste q_0 = - 2 μC desde P até um ponto Q onde o potencial vale V_Q = 820 V.

c) Suponha que o potencial gerado pela coroa circular no ponto P(0; 0; 1,0 m) tenha valor V_P =+1000 V. Queremos anular o potencial em P, e para isso dispomos de uma carga pontual de valor q_1 = -100 nC. Determine todos os pontos do espaço em que podemos posicionar a carga q_1 de modo a tornar nulo o potencial total em P.

Respostas:

a) V(z) = 1000$[\sqrt{8+z^2}$ - $\sqrt{3+z^2}]$[Volt]
b) W_{PQ} = -0,36 [mJ]
c) Todos os pontos que constituem uma esfera de r = 0,9m centrada em P.

Formulário

$$\int\frac{dx}{(a-x)^2} = \frac{1}{(a-x)} \qquad \int\frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int\frac{xdx}{(x^2+a^2)^{1/2}} = \sqrt{x^2+a^2} \qquad \int\frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$