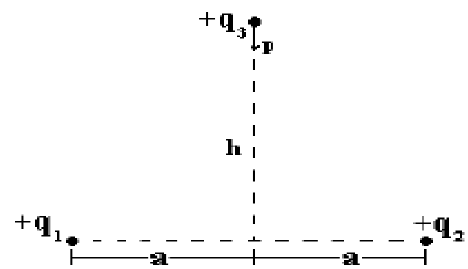
FIS1053 - Projeto de Apoio Eletromagnetismo

1ª Lista de Problemas
Tema: Lei de Coulomb e Campo elétrico.

1ª Questão:

Três partículas de cargas q_1, q_2 e q_3 positivas iguais, estão em equilíbrio como mostrado na figura ao lado.



a) Calcule o vetor $\vec{E}$ do campo elétrico gerado pelas cargas q_1 e q_2 sobre o ponto **P**, onde se encontra a carga q_3.

b) Calcule a massa da carga q_3 para que este sistema fique em equilíbrio.

Respostas:

a) $\boxed{\vec{E}_{q_y} = 2\frac{k\,q_1 \mathrm{h}}{(h^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\hat{y} \ \text{[N/C]}}$

b) $\boxed{m = \frac{2k\,q_1 q_3 \mathrm{h}}{g(h^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \ \text{Kg}}$

2ª Questão:

A questão é constituída de três problemas independentes.

I) Este problema aborda o processo de eletrização por contato. Suponha quatro esferas maciças metálicas (condutoras) e idênticas identificadas como A, B, C e D. Dentre estas esferas a única inicialmente carregada é a esfera A com uma carga Q. Considere três fases sucessivas:

Fase 1: esfera A em contato somente com a esfera B.

Fase 2: esfera B separada da esfera A e, em seguida, a esfera A em contato somente com a esfera C.

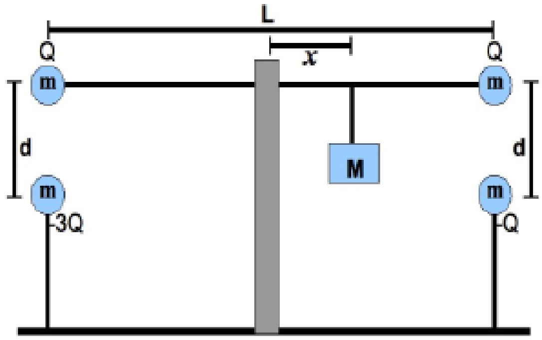
Fase 3: esfera C separada da esfera A e, em seguida, a esfera A em contato somente com a esfera D.

a) Encontre a carga de cada esfera após todo o processo, e mostre que a lei de conservação da carga elétrica não é violada.

II) Considere uma barra de comprimento L de massa e raio desprezíveis, presa pelo centro a um suporte fixo, como mostrado na figura abaixo. Nas extremidades da barra são colocadas duas cargas puntiformes de massa *m* e carga Q. Suponha que duas outras cargas puntiformes de mesma massa *m, mas* com cargas -3Q e -Q são fixadas a uma distância *d* das cargas nas extremidades da barra, como mostrado na figura.

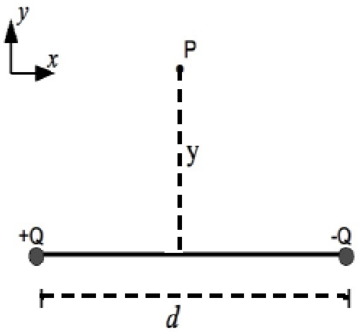
Para estabelecer o equilíbrio do sistema deve-se colocar um bloco de massa *M* em uma posição x do centro da barra, como mostra a figura abaixo.

b) Encontre o valor de x.



III) Considere um sistema composto por duas partículas com cargas de mesmo módulo |Q| e sinais opostos. As partículas estão separadas por uma distância d, como mostrado na figura ao lado.

c) Encontre o vetor campo elétrico resultante no ponto P situado a uma distância y do ponto médio entre as duas cargas.



Respostas:

a) $Q_A = Q_D = \frac{Q}{8}$ [C]; $Q_C = \frac{Q}{4}$ [C]; $Q_B = \frac{Q}{2}$ [C]   b) $x = \frac{LkQ^2}{Mgd^2}$ [m]

c) $\overrightarrow{E_R} = \frac{kQd}{(y^2+\frac{d^2}{4})^{\frac{3}{2}}} \ (\hat{x})$ [N/C]

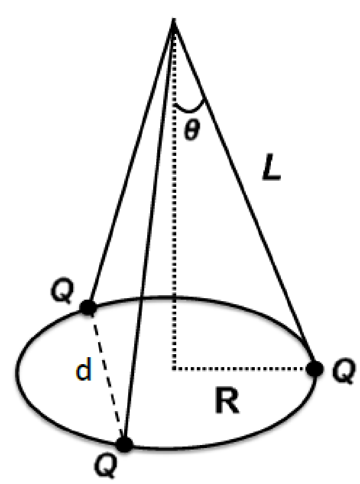
<u>3ª Questão:</u>

Três cargas puntiformes de igual valor **Q** e idênticas massas **M**, são penduradas de um ponto comum por fios isolantes, todos de comprimento *L*. Na situação de equilíbrio, o arranjo fica como ilustrado na Figura ao lado (considere a força de gravidade *g* conhecida).

a) Calcule a distância, *d,* de equilíbrio entre as cargas em função de R (veja o desenho).

b) Calcule o valor da **força elétrica** resultante sobre cada uma das cargas devida à ação das demais. Expresse seu resultado em termos do ângulo ***θ*** e do comprimento L.

c) Calcule o valor de cada carga **Q** em função de **M**, ***θ*** e *L*.

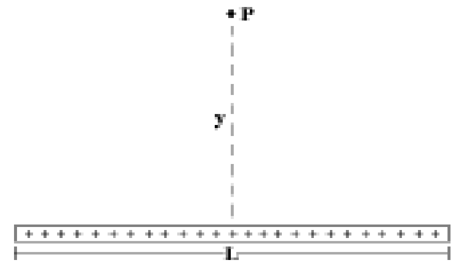


<u>Respostas:</u>

a) $d = R\sqrt{3}$ [m]   b) $F_e = \frac{kQ^2\sqrt{3}}{3L^2 sen^2(\theta)}$ [N]   c) $Q = Lsen(\theta)\sqrt{\frac{Ptan(\theta)\sqrt{3}}{k}}$ [C]

4ª Questão:

A barra da figura está carregada uniformemente com carga total "+Q".



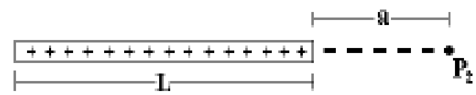
a) Encontre o vetor campo elétrico no ponto "P".

Resposta:

$$\boxed{\vec{E}_y = \frac{k\,\lambda\,L}{y\sqrt{L^2/_4 + y^2}}\,\hat{y}\ \text{[N/C]}} \qquad \boxed{\vec{E}_x = \vec{0}\ \text{[N/C]}}$$

5ª Questão:

Calcule o vetor intensidade do campo elétrico para o ponto 'P' no eixo de simetria da barra a uma distância 'a' da extremidade.



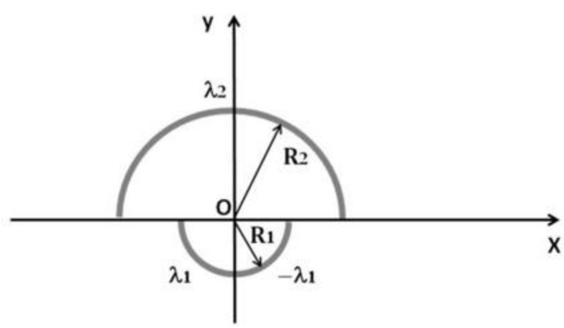
Resposta:

$$\boxed{\vec{E} = k\,\lambda\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{(L+a)}\right)\hat{x}\ \text{[N/C]}}$$

6ª Questão:

Considere os dois semicírculos concêntricos de material isolante representados na figura ao lado. O semicírculo com raio R_2 tem densidade linear de carga positiva λ_2, enquanto o semicírculo menor tem raio R_1 e duas densidades lineares de carga: λ_1 (positiva) para pontos com coordenada x negativa e $-\lambda_1$ (negativa) para pontos com coordenada x positiva. Os raios e as densidades lineares das duas distribuições de carga são tais que

vale a relação: $\left|\dfrac{\lambda_1}{R_1}\right| = \left|\dfrac{\lambda_2}{R_2}\right|$.



a) Calcule o vetor campo elétrico gerado pelo semicírculo menor no ponto O (origem dos eixos e centro dos semicírculos).

b) Calcule o vetor campo elétrico gerado pelo semicírculo maior no ponto O.

c) Calcule o vetor do campo elétrico resultante no ponto O e escreva seu módulo.

d) Calcule as coordenadas da posição na qual deve ser colocada uma carga puntiforme negativa de valor $q = -2\sqrt{2}\lambda_2 R_2$, para que o campo elétrico total resultante no ponto O seja nulo.

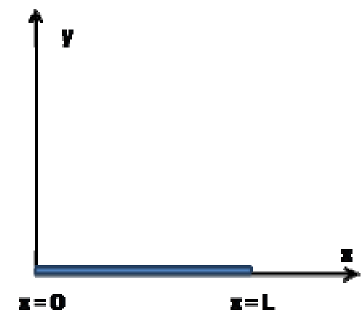
Respostas:

a) $\boxed{\vec{E} = \frac{2.k.\lambda_1}{R_1}\,\hat{x}\ \text{[N/C]}}$ b) $\boxed{\vec{E} = \frac{2.k.\lambda_2}{R_2}\,\text{-}\hat{y}\ \text{[N/C]}}$

c) $\boxed{\vec{E}_{tot} = \frac{2.k.\lambda_1}{R_1}\left(\hat{i}\right) + \frac{2.k.\lambda_2}{R_2}\left(-\hat{j}\right);\ |E_{tot}| = \frac{2\sqrt{2}.k.\lambda_2}{R_2}}$ d) $\boxed{\vec{r} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}.R_2,\ \frac{\sqrt{2}}{2}.R_2\right)}$

<u>7ª Questão:</u>

Uma barra isolante, de espessura desprezível e comprimento L = 40 cm, repousa sobre o eixo x desde x = 0 até x = L. Ela recebe uma carga total Q_{TOTAL} que se distribui de modo não uniforme de acordo com a densidade linear de carga dada pela função λ(x)= Ax, onde $A=2\cdot10^{-4}$ é uma constante com dimensões apropriadas. O sistema de coordenadas está indicado na figura.



a) Calcule o valor da carga total na barra, Q_{TOTAL}, e a unidade SI (Sistema Internacional) da constante A.

b) Calcule o valor E_y (componente y apenas) do vetor campo elétrico $\vec{E}$ no ponto de coordenadas (x, y, z) = (0, 30 cm, 0).

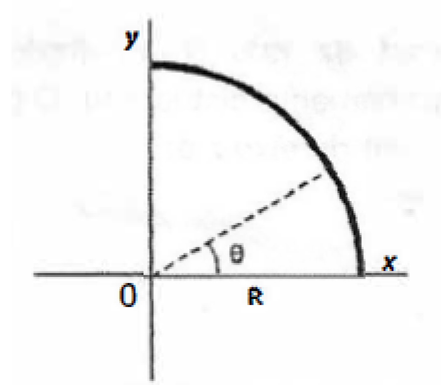
c) O campo elétrico produzido por toda a barra no ponto P, de coordenadas (1.0m, 0, 0), vale $\vec{E}$ = $2{,}8\cdot10^5$ (x) [N/C]. Em que ponto do espaço se deveria colocar a carga pontual Q = - 0,7 μC, para que o campo total resultante fosse nulo em P?

Respostas:

a) $\boxed{Q_{TOTAL} = 16\mu C \qquad [A] = \frac{C}{m^2}}$ b) $\boxed{E_y = 7{,}2 \times 10^5\ \text{[N/C]}}$ c) $\boxed{(0.85m\ ,\ 0\ ,\ 0)}$

<u>8ª Questão:</u>

O arco de um quarto de circunferência de raio R, mostrado na figura ao lado, possui uma distribuição de carga não uniforme dada por λ(θ) = αθ, sendo α uma constante positiva.



a) Calcule a carga total Q presente no arco, em função de α e de R.

b) Calcule (em função de α, de R e da constante de Coulomb K) as componentes E_x e E_y com os respectivos sinais, do vetor campo elétrico criado pelo arco sobre o ponto O localizado na origem.

Considere agora que o arco gere, em um ponto P qualquer, um campo elétrico $\vec{E}_P$ = -1,14 $\hat{x}$ – 2,00 $\hat{y}$ [N/C] e que neste mesmo ponto P seja colocada uma carga puntiforme q = 5 nC.

c) Encontre o vetor da força elétrica F exercida pelo arco sobre a carga.

Respostas:

a) $Q = \frac{\alpha R \pi^2}{8}$ [C]

b) $E_x = \frac{-K\alpha(\frac{\pi}{2}-1)}{R}$ [N/C] ; $E_y = \frac{-K\alpha}{R}$ [N/C]

c) $\vec{F} = 5{,}70\cdot 10^{-9}\,(-\hat{x}) + 1{,}00\cdot 10^{-8}\,(-\hat{y})$ [N]

<u>9ª Questão:</u>

Um anel isolante delgado de raio R com densidade linear de carga λ uniforme encontra-se no plano XZ. O Eixo Y passa pelo centro do anel, coincidente com a origem dos eixos (Figura 1).

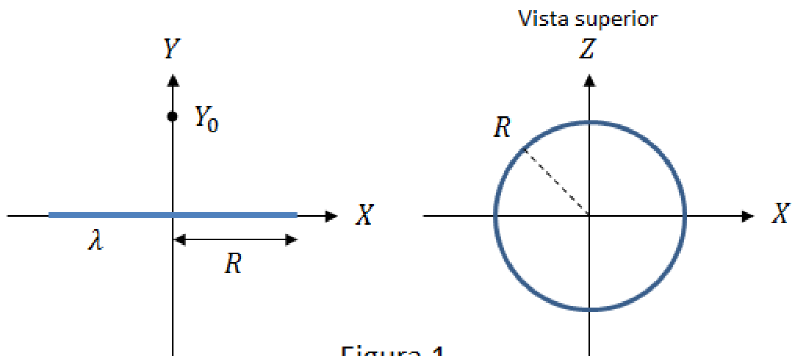


Figura 1

a) Calcule o vetor campo elétrico (módulo, direção e sentido) gerado pelo anel delgado num ponto qualquer sobre o eixo Y. Chame de Y_0 a coordenada desse ponto ao longo do eixo Y.

Considere agora que o anel delgado é substituído por uma calha cilíndrica com base circular de raio R, altura 2L e densidade superficial de carga σ(Y) não uniforme. Como indicado na figura 2, o plano XZ corta a calha no plano mediano dela.

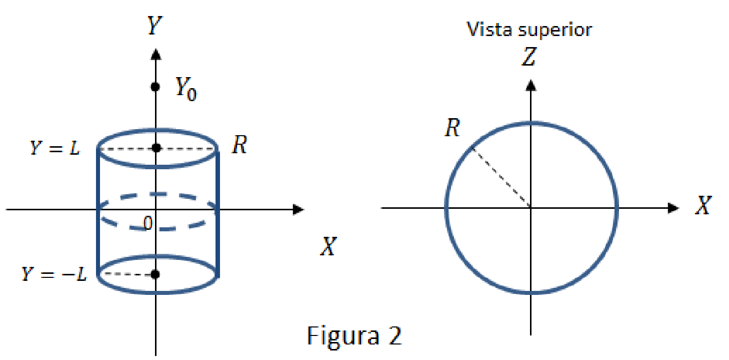


Figura 2

b) A partir do resultado do item (a) calcule o campo elétrico (módulo, direção, sentido) gerado pela calha no ponto P (0, Y_0, 0), considerando $Y_0 > L$.

Respostas:

a) $$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda R Y_0}{2\epsilon_0 \left(R^2 + Y_0^2\right)^{3/2}}\,\hat{y}\ \ [\mathrm{N/C}]}$$

b) $$\boxed{\vec{E} = \frac{R}{2\epsilon_0}\int_{-L}^{L}\frac{(Y_0 - y)\sigma(y)}{\left[R^2 + (Y_0 - y)^2\right]^{\frac{3}{2}}}\,dy\,\hat{y}\ \ [\mathrm{N/C}]}$$

(Deixe o resultado em função dos símbolos das grandezas e parâmetros físicos)

Formulário

$$\int \frac{dx}{(a-x)^2} = \frac{1}{(a-x)}$$

$$\int \frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int x\,sen\,x\,dx = -x\cos x + sen\,x$$

$$\int \frac{xdx}{\left(x^2+a^2\right)^{1/2}} = \sqrt{x^2+a^2}$$

$$\int \frac{xdx}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\int x\cos x\,dx = x\,sen\,x + \cos x$$