

# Relatório 4: Análise da extensão multivariada do modelo Vento&Vazão e novas funcionalidades da versão beta da plataforma de comercialização

Prof. Alexandre Street, *Coordenador*; Prof. Delberis A. Lima, *Gerente*; Prof. Álvaro Veiga; Alexandre Moreira da Silva; Bianca Amaral; Bruno Fânzeres; e Lucas Freire

**Resumo** — Neste relatório, apresentamos as atividades referentes à quarta etapa do projeto *Aumento da competitividade na comercialização de contratos de energia proveniente de fontes renováveis no ACL*. O relatório pode ser dividido em duas partes, que são complementares para o objetivo proposto do projeto: (i) generalização e extensão do modelo bivariado Vento&Vazão, para relacionar o fator de capacidade de usinas eólicas (representando o vento) e a vazão de Pequenas Centrais Hidroelétricas (PCHs) com o preço da liquidação de diferenças (PLD) e (ii) aperfeiçoamento da plataforma de comercialização. Resultados numéricos que atestam a robustez do modelo Vento&Vazão multivariado, além de relevantes análises estatísticas das simulações também fazem parte do documento. Além disso, novas funcionalidades da plataforma de comercialização, bem como um estudo de caso contendo fontes renováveis, também estão presentes no texto. Por fim, apresentamos as próximas tarefas a serem desenvolvidas no projeto.

**Palavras-chave** — Comercialização de energia elétrica, fontes renováveis de energia, modelo estatístico multivariado e plataforma de comercialização.

## I. INTRODUÇÃO

Este projeto, iniciado em fevereiro de 2011, tem como finalidade desenvolver uma plataforma de comercialização de energia renovável no ambiente de contratação livre (ACL). Essa plataforma terá a capacidade de avaliar um conjunto de oportunidades de contratos inseridas pelo comercializador (ver [1] para as formas de contrato consideradas) e ter como resultado o percentual de contratação ótima dessas oportunidades segundo uma métrica definida pelo tomador de decisão [2], além de diferentes análises dos resultados financeiros e energéticos da comercialização em questão. Dois são os principais desafios enfrentados: (i) modelar e especificar as principais modalidades de contrato negociadas no ACL [1] e, (ii) como forma de quantificar de maneira consistente o risco de preço e quantidade enfrentado pelo comercializador em contratos por disponibilidade lastreados em fontes intermitentes no ACL, gerar cenários casados dos fatores de risco que envolvem a comercialização, a saber, vento, vazão e o preço de liquidação de diferenças (PLD). Dessa forma, uma das principais motivações deste projeto é desenvolver uma metodologia estatística capaz de simular séries sintéticas de vento e vazão coerentes com o PLD, proveniente do Newave [1][2].

No primeiro dos seis trimestres previstos para os dois anos de projeto, foram realizadas as seguintes tarefas: (i) a elaboração de um modelo estatístico bivariado para geração de séries sintéticas de vento e vazão coerentes com os cenários de preço de liquidação de diferenças (PLD) do Newave e (ii) o desenvolvimento das expressões de renda dos contratos de compra e venda de energia elétrica no ACL. No segundo relatório, apresentamos: (i) testes para avaliar a robustez do modelo de simulação de cenários de Vento & Vazão; (ii) a definição dos critérios de risco que serão utilizados para auxiliar o usuário na tomada de decisão; (iii) simulações com os contratos de energia elétrica implementados na plataforma; e (iv) uma proposta de interface gráfica a ser utilizada pelo usuário da plataforma. No terceiro trimestre, (i) propusemos a extensão do modelo de Vento & Vazão bivariado para um modelo multivariado e (ii) desenvolvemos uma versão beta da plataforma de comercialização. Além disso, produzimos o artigo "Fostering Wind Power Penetration into the Brazilian Forward-Contract Market" para publicação nos anais do IEEE Power & Energy Society General Meeting 2012. O artigo será apresentado em julho deste ano em San Diego, nos EUA.

Já este relatório (Relatório 4) está dividido em quatro seções: na Seção I, apresentamos uma revisão do trabalho realizado até agora e introduzimos o que será apresentado nas demais seções; na Seção II, revisamos o modelo multivariado e descrevemos os resultados associados à convergência do modelo multivariado. Na seção III, apresentamos as melhorias realizadas na versão beta da plataforma de comercialização, a que foram adicionadas funcionalidades, como os contratos generalizados, para torná-la mais completa. Além disso, ainda na Seção III, apresentamos um estudo de caso de contratação de energia

com três fontes renováveis (PCH, Eólica e Biomassa) sob incerteza. O objetivo desse estudo é analisar os resultados da contratação considerando diferentes níveis de aversão ao risco.

## II. MODELO VENTO&VAZÃO

Problemas de contratação ótima envolvendo fontes renováveis apresentam, essencialmente, dois fatores de risco: incerteza na geração da usina e o PLD. Dessa forma, para tratarmos adequadamente o risco da comercialização lastreada em fontes renováveis, devemos formular modelos capazes de captar a dependência entre esses fatores de risco. A descrição do risco agregado poderá então ser utilizada em modelos de otimização para determinar a contratação ótima. Sabemos que variáveis físicas como vento e vazão exibem um padrão periódico e “bem comportado”. Essas variáveis são próprias, portanto, à modelagem estatística [4] e a sua dinâmica de longo prazo pode ser simulada [5]. O mesmo não ocorre com o PLD. Este é função da operação ótima do sistema hidrotérmico, o NEWAVE. Essa operação, por sua vez, é determinada segundo o estado de um grande número de variáveis, tais como os níveis dos reservatórios, a demanda, a configuração do sistema etc.

Neste projeto, nossa estratégia de modelagem é recorrer aos cenários gerados pelo NEWAVE para PLDs e ENAs e nos servir das ENAs como variáveis de entrada para descrever a produção das usinas de energia renovável, em particular, Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs) e Fazendas Eólicas. Isso permite uma conexão entre o PLD e a produção de renováveis, através das ENAs.

O modelo, daqui em diante denominado V&V (Vento & Vazão), descreve a dinâmica dos insumos vento e vazão de PCHs e usinas eólicas através de uma formulação do tipo VARX (*Vector Autoregression with eXternal variables*) em base mensal. Assim, o conjunto de vento e vazão de um mês é escrito como uma função dos valores de vento e vazão dos últimos 12 meses e das ENAs do próprio mês e do mês anterior dos quatro submercados. A modelagem vetorial, ou multivariada, permite captar não somente a dinâmica de cada série separadamente, mas, principalmente, o comportamento conjunto. É a variabilidade conjunta das receitas dos contratos que vai permitir o tratamento adequado do risco na otimização da contratação.

Nos dois primeiros relatórios [1][2], a fim de nos familiarizarmos com o comportamento dessas variáveis, desenvolvemos um modelo bivariado em que eram consideradas apenas uma usina eólica e uma PCH. Após diversos testes de robustez, análises e comparações com outros modelos, chegamos a uma forma final, apresentada em [2]. Foi também nessa etapa que selecionamos, dentre várias candidatas, a transformação *ln da razão de chances* dos dados.

No último relatório [3], apresentamos uma versão multivariada do modelo. Esse novo modelo estendeu o anterior também em relação à estrutura de correlações da componente aleatória. Enquanto no Relatório 2 as correlações eram constantes ao longo do ano, na versão multivariada as correlações tem a liberdade de variar mês a mês assim como a variância. Essa característica permite perceber, conforme veremos mais adiante neste relatório, que há apenas alguns meses em que a correlação é significativa. Adicionalmente, utilizamos um método de estimação baseado no critério da máxima verossimilhança. O método exato, que garante a obtenção do ótimo, depende do cálculo da inversa de uma matriz cuja dimensão está sujeita ao quadrado do número de usinas do modelo ( $12K^2 + 9K$ ). Infelizmente, levando em conta o número de dados disponível e a capacidade de computadores comuns, ficamos limitados a  $K=9$  usinas, o que suscita grande chance de problemas numéricos.

Nos últimos meses, avançamos a parte algorítmica do processo de estimação e, agora, propomos um método subótimo que tira proveito da estrutura específica do modelo e reduz a dimensão da matriz a inverter para  $12K+9$ , isto é, o tamanho da matriz agora varia linearmente com o número de usinas. Nesta seção do relatório, abordamos primeiro a formulação multivariada para então passar à descrição do método de Máxima Verossimilhança com a solução ótima e a aproximada. Em seguida, repetimos o exercício de modelagem bivariada apresentado no Relatório 2 para comparar com a nova formulação (correlações separadas por mês). Finalmente, apresentamos um exercício com 8 séries comparando os métodos exato e aproximado.

### A. Formulação do Modelo V&V Multivariado

Considere  $Y_t$  um vetor aleatório de dimensão  $K^1$  onde cada componente representa a vazão ( $V_z$ ) de uma PCH ou o fator de capacidade de um parque eólico ( $FC$ ) no período<sup>2</sup>  $t$  com  $t = 1, 2, \dots$  após a transformação

---

1. A dimensão do vetor e, portanto, o número de usinas incluídas no modelo seriam, a princípio, ilimitados. Contudo, como verificaremos mais adiante, o número de parâmetros do modelo cresce com o quadrado de  $K$ , enquanto a quantidade de dados cresce

proposta em [2]<sup>3</sup>. Considere também  $x_t$  um vetor de dimensão 4 contendo as ENAs dos quatro submercados observadas no período  $t$ , também após a mesma transformação, conforme descrito em [2]. Finalmente, considere  $\varepsilon_t$ ,  $t=1, 2, \dots$  uma sequência de vetores aleatórios de dimensão  $K$ , i.i.d., com média nula e matriz de covariâncias dada por uma matriz identidade de dimensão  $K$ . O modelo abrange 12 defasagens de  $Y_t$ , os valores contemporâneos das variáveis externas e uma defasagem dessas variáveis. O modelo pode ser expresso por:

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^{12} \phi_i Y_{t-i} + \sum_{j=1}^2 \theta_j x_{t-j-1} + A_{m(t)} \varepsilon_t, \quad (1)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, I). \quad (2)$$

Na equação acima, aparecem os parâmetros a serem estimados, que estão descritos a seguir:

$c$  é o intercepto do modelo representado por um vetor de dimensão  $K$ ;

$\phi_i$ ,  $i = 1, \dots, 12$  são as matrizes/coeficientes de dimensão  $K \times K$ ;

$\theta_j$ ,  $j = 1, 2$  são as matrizes/coeficientes de dimensão  $K \times 4$ ; e

$A_{m(t)}$  são matrizes  $K \times K$  associadas aos meses do ano. A função  $m(t)$  associa o mês ao período  $t$ .<sup>4</sup> Essas matrizes têm a função de atribuir uma matriz de covariância diferente para cada mês do ano, efeito observado nas séries históricas examinadas em [2].

Verificando a lista de parâmetros a estimar, vemos que há  $K + 12 \cdot K^2 + 2 \cdot K \cdot 4$  coeficientes. A parte da variância, descrita pelas matrizes  $A_k$ ,  $k = 1, \dots, 12$ , contém  $6 \cdot K \cdot (K + 1)$  elementos a serem estimados. Ressaltamos, porém, que para efeito de graus de liberdade, apenas a primeira parte precisa ser levada em conta. A Tabela 1 relaciona o número de usinas com o número de coeficientes a serem estimados:

K	NÚMERO DE COEFICIENTES
1	21
2	66
3	135
4	228
5	345
6	486
7	651
8	840
9	1053
10	1290

Tabela 1 – Relação entre o número de usinas e o de coeficientes

### B. Estimação por máxima verossimilhança condicional

Em [2], apresentamos um método de estimação baseado no critério dos mínimos quadrados ponderados (MQP). O MQP tem a vantagem de não exigir a adoção de uma distribuição específica para a componente aleatória  $\varepsilon_t$ . Por outro lado, a estimação da variância é feita sem uma justificativa teórica. Retomando o que foi feito no relatório anterior, apresentaremos a estimação por *máxima verossimilhança* (MV) proposta para suprir essa deficiência. Para isso, todavia, foi necessário atribuir uma distribuição Normal à

---

linearmente com  $K$ . Portanto, o número de parâmetros cresce mais rapidamente que o número de dados. A diferença entre os dois determina os chamados graus de liberdade do modelo, que, por sua vez, determinam a precisão da estimativa. Quanto mais graus de liberdade, melhor.

2. Lembrando que o modelo é de base mensal e que  $t = 1$ , o primeiro mês do período de análise, não corresponde necessariamente ao primeiro mês do ano.

3. Transformação:  $Y_{t,k} = \ln((y_{t,k} - \min_k)/(max_k - y_{t,k}))$

4. Por exemplo, se  $t = 1$  é o mês de março,  $m(1) = 3$ ,  $m(13) = 3$  e  $m(18) = 8$ .

componente aleatória  $\varepsilon_t$ . Na prática, quando a distribuição escolhida é a Normal, os valores estimados pelos métodos de MQP e MV resultarão os mesmos. Se a distribuição não for Normal, o método é frequentemente chamado de *máxima quasi-verossimilhança* (MQV). É possível provar a consistência dos estimadores MQV para casos bastante gerais, incluindo o modelo apresentado neste texto.

Como em [3], é conveniente reescrever o modelo a fim de lidarmos com um único vetor contendo todos os coeficientes do modelo. Primeiramente, definimos uma matriz  $B$  com dimensão  $K \cdot (1 + 12K + 2K)$ , contendo todos os coeficientes:

$$B = [c \ \phi_1 \dots \phi_{12} \ \theta_1 \theta_2]. \quad (3)$$

Definimos também um vetor com todas as variáveis do lado direito da equação (1),

$$w_{t-1} = \begin{bmatrix} 1 \\ Y_{t-1} \\ \vdots \\ Y_{t-12} \\ x_t \\ x_{t-1} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Com isso o modelo pode ser escrito de forma mais concisa,

$$Y_t = Bw_{t-1} + A_{m(t)}\varepsilon_t. \quad (5)$$

Avançando um pouco mais, chegamos à forma desejada, em que os coeficientes estão todos colocados em vetor. Definimos  $\beta = \text{vec}(B)$  e  $W_{t-1} = (w_{t-1}^T \otimes I)$ . Com isso, o modelo pode ser expresso por:

$$Y_t = W_{t-1}\beta + A_{m(t)}\varepsilon_t, \quad (6)$$

onde o operador  $\text{vec}$  representa uma transformação linear que converte uma matriz em vetor coluna; e o produto de *Kronecker*, representado pelo operador  $\otimes$ , é uma operação em duas matrizes de tamanho arbitrário, resultando em uma matriz de bloco [6], como demonstrado no exemplo abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix},$$

$$\text{vec}(A) = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix},$$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot B & a_{12} \cdot B \\ a_{21} \cdot B & a_{22} \cdot B \end{bmatrix}.$$

Todo esse desenvolvimento é necessário para que seja possível calcular a derivada da função de verossimilhança, apresentada a seguir, com relação ao vetor de coeficientes.

Considere observações históricas de  $t = 1, \dots, T$ . Assim, a função de log-verossimilhança condicional às 12 primeiras observações pode ser expressa por:

$$l(\beta, A_1, \dots, A_{12}) = \text{const} + \frac{1}{2} \sum_{t=13}^T \ln |\Sigma_{m(t)}|^{-1} - \frac{1}{2} \sum_{t=13}^T (Y_t - W_{t-1}\beta)^T (\Sigma_{m(t)})^{-1} (Y_t - W_{t-1}\beta), \quad (7)$$

onde  $\Sigma_{m(t)} = A_{m(t)} A_{m(t)}^T$ . É importante notar que, para estimar  $A_{m(t)}$ , o método da máxima verossimilhança vai estimar primeiramente  $\Sigma_{m(t)}$ . A matriz  $A_{m(t)}$  será a chamada decomposição de Cholesky [7] da matriz  $\Sigma_{m(t)}$ . Outro detalhe operacional se refere ao número de anos de dados necessários

para que a matriz  $\Sigma_{m(t)}$  seja invertível, um pressuposto para a existência da função de verossimilhança. A fim de que tal matriz seja invertível, nenhum de seus autovalores pode ser nulo, isto é, ela deve ser de posto cheio. Para tanto, é necessário que o número dados, neste caso o número de anos de dados, seja maior do que K, como demonstrado em [8]. Assim, T tem que ser maior do que  $12 \times K$ .

A maximização da função de log-verossimilhança expressa no formato acima é um cálculo clássico, presente em inúmeros livros textos [6]. Para estimar, devemos resolver o seguinte sistema de equações:

$$\hat{\beta} = \left[ \sum_{t=13}^T (W_{t-1}^T \hat{\Sigma}_{m(t)}^{-1} W_{t-1}) \right]^{-1} \left[ \sum_{t=13}^T (W_{t-1}^T \hat{\Sigma}_{m(t)}^{-1} Y_{t-1}) \right], \quad (8)$$

$$\hat{\Sigma}_k = \frac{\sum_{t=13, m(t)=k}^T (Y_t - W_{t-1} \hat{\beta})(Y_t - W_{t-1} \hat{\beta})^T}{\text{número de meses } k \text{ na amostra}} \quad k = 1, \dots, 12. \quad (9)$$

Para resolver o sistema acima, podemos utilizar o método do ponto fixo. A partir de um valor inicial para  $\hat{\beta}$ , por exemplo,  $\hat{\beta} = 0$ , calcular a segunda equação, obtendo um valor para as matrizes  $\hat{\Sigma}_k$ , voltar para a primeira a fim de obter  $\hat{\beta}$  e assim por diante até a convergência.

Após a convergência, o estimador das matrizes  $A_k$ ,  $k = 1, \dots, 12$  pode ser obtido pela decomposição de Cholesky da matriz  $\hat{\Sigma}_k$ ,  $k = 1, \dots, 12$ . A decomposição de Cholesky é aquela que expressa uma matriz simétrica como o produto  $\hat{\Sigma}_k = A_k^T A_k$ , onde  $A_k$  é uma matriz triangular inferior. A decomposição só será possível se as matrizes  $\hat{\Sigma}_k$  forem invertíveis, reforçando a exigência colocada anteriormente sobre o valor mínimo de T.

### C. Estimação subótima por máxima verossimilhança condicional

Na Subseção B, reapresentamos o método exato para calcular a verossimilhança. No entanto, ele exige a inversão de uma matriz com dimensão igual ao número total de coeficientes do modelo. Por exemplo, para modelar 10 séries numéricas e afetar a convergência do algoritmo de estimação.

Uma forma de minorar esse problema é estimar o modelo série por série. Nesse caso, apenas a variância será estimada para cada mês do ano e cada série. Com esse enfoque, não é possível obter a solução ótima para os valores das covariâncias mês a mês. Propomos, então, que essas covariâncias sejam estimadas diretamente dos resíduos após a convergência da estimação dos modelos individuais.

O modelo individual para uma usina pode ser escrito como:

$$Y_{k,t} = w'_{t-1} \beta_k + h_{k,m(t)} \sum_{k=1, \dots, K} \quad (10)$$

com  $\beta_k$  sendo a  $k^{\text{ésima}}$  linha da matriz B.

Com isso, o algoritmo de estimação pode ser dividido em duas etapas, conforme descrito a seguir.

#### ETAPA 1

Use o método do ponto fixo para resolver o sistema abaixo para  $k=1, \dots, K$ :

$$\hat{\beta}_k = [\sum_{t=13}^T (w_{t-1} \hat{h}_{k,m(t)}^{-1} w_{t-1}^T)]^{-1} [\sum_{t=13}^T (w_{t-1} \hat{h}_{k,m(t)}^{-1} Y_{k,t-1})], \quad (11)$$

$$\hat{h}_{k,i} = \frac{\sum_{t=13, m(t)=i}^T (Y_{k,t} - w'_{t-1} \hat{\beta}_k)^2}{\text{número de meses } i \text{ na amostra}} \quad i = 1, \dots, 12. \quad (12)$$

## ETAPA 2

Após a convergência da etapa 1, as covariâncias são estimadas por:

$$\hat{\sigma}_{k,s,i} = \frac{\sum_{t=13, m(t)=i}^T (Y_{k,t} - w'_{t-1} \hat{\beta}_k)(Y_{s,t} - w'_{t-1} \hat{\beta}_s)}{\text{número de meses } i \text{ na amostra}} \quad i = 1, \dots, 12. \quad (13)$$

Uma vez montada a matriz de covariância, as matrizes  $A_{m(t)}$  podem ser obtidas pela decomposição de Cholesky, como apresentado na Subseção B.

### D. Experimentos numéricos

Parte da pesquisa realizada neste quadrimestre envolveu analisar o Modelo V&V em termos da sua capacidade preditiva e verificar se está bem especificado, e é isso o que será apresentado ao longo desta subseção.

Para a análise, recorreremos ao exemplo bivariado (uma usina eólica e uma PCH), que tem sido analisado desde o Relatório 1, e obtivemos dois resultados importantes. Primeiramente, re-estimamos o modelo do Relatório 2 [2] através do algoritmo aproximado que propusemos para o caso geral multivariado. Com isso, verificamos que, de fato, o novo algoritmo produz os mesmos resultados do primeiro. Em seguida, utilizamos o algoritmo proposto para estimar a nova formulação, onde as correlações estão livres para variar de mês a mês. Com isso, observamos um fato muito importante: as correlações entre as séries são significativas apenas para alguns meses do ano. Isso afeta a qualidade das simulações e, por conseguinte, a contratação ótima.

A previsão um passo à frente na escala transformada para a  $k^{\text{ésima}}$  usina é dada por:

$$\hat{Y}_{k,t} = w'_{t-1} \hat{\beta}_k \quad \text{para } k = 1, \dots, K \text{ e } t = 13, \dots, T. \quad (14)$$

Todas as medidas de desempenho serão apresentadas em termos da escala transformada. A representação gráfica, porém, será feita na escala original. Para obter as previsões na escala original, é necessário aplicar a transformação inversa, dada por:

$$y_{t,k} = \frac{\max_k e^{\hat{Y}_{k,t} + \min_k}}{e^{\hat{Y}_{k,t+1}}}. \quad (15)$$

#### a) Especificação – Fator de Capacidade Eólico (FC')

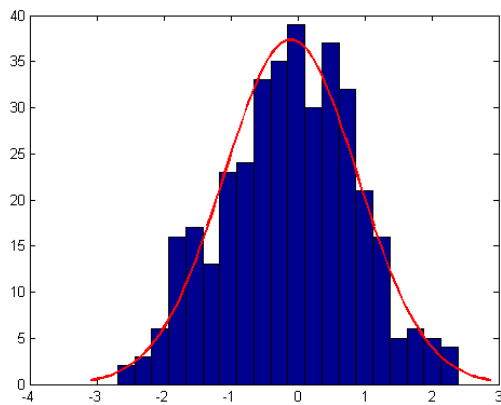


Fig. 1 – FC': Histograma dos resíduos

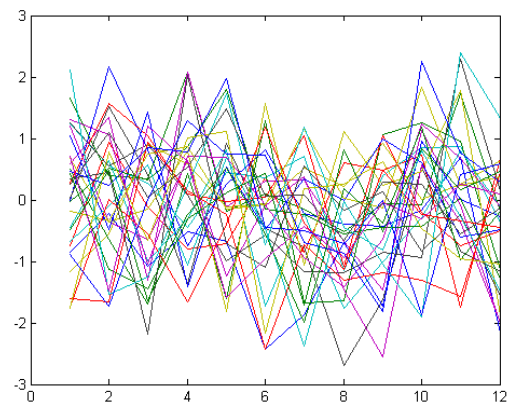


Fig. 2 – FC': Comparativo anual dos resíduos

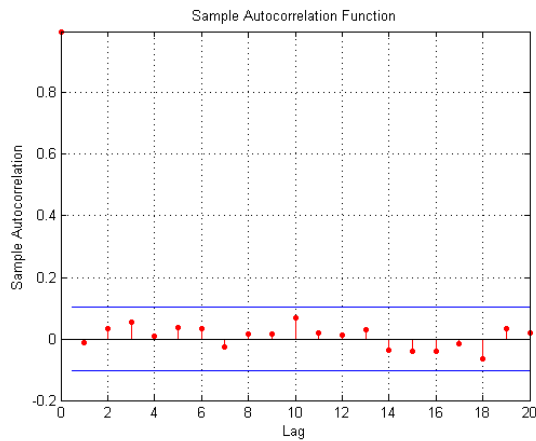


Fig. 3 – FC': Correlograma para os resíduos

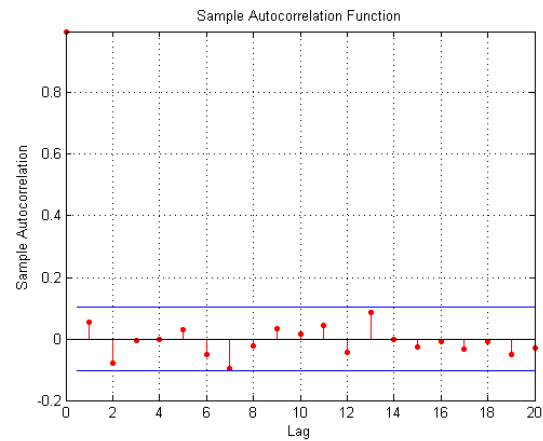


Fig. 4 – FC': Correlograma para os quadrados dos resíduos

Com resíduos Normais e ausência de autocorrelação significativa nas séries de resíduos e de resíduos quadrados, podemos concluir que o modelo está bem especificado. Vamos, portanto, realizar o mesmo procedimento para a variável Vz no próximo item.

#### b) Especificação – Vazão (Vz')

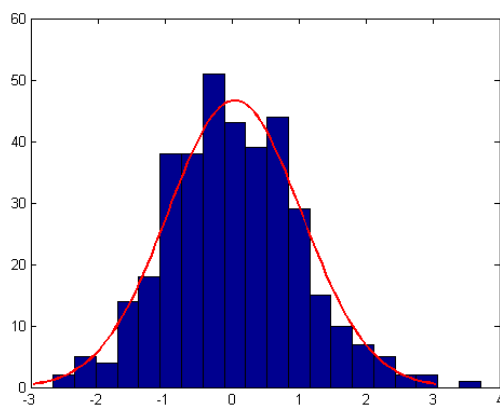


Fig. 5 – Vz': Histograma dos resíduos

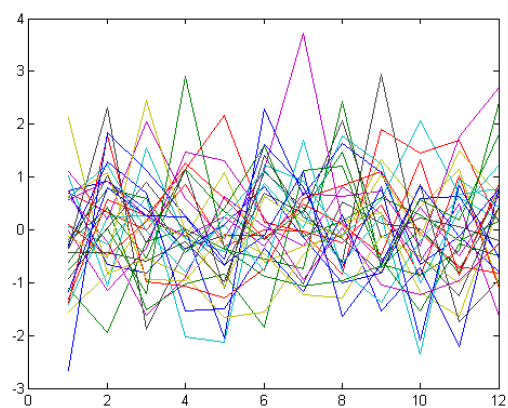


Fig. 6 – Vz': Comparativo anual dos resíduos

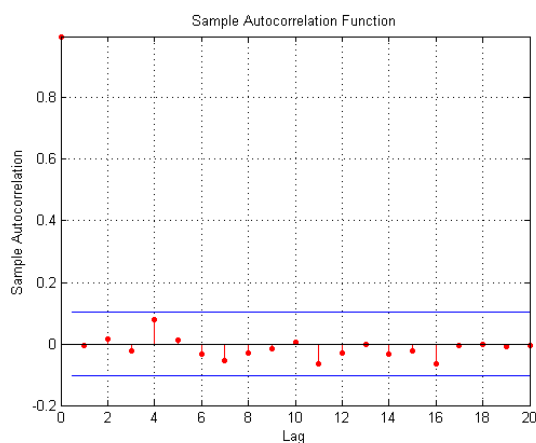


Fig. 7 – Vz': Correlograma para os resíduos

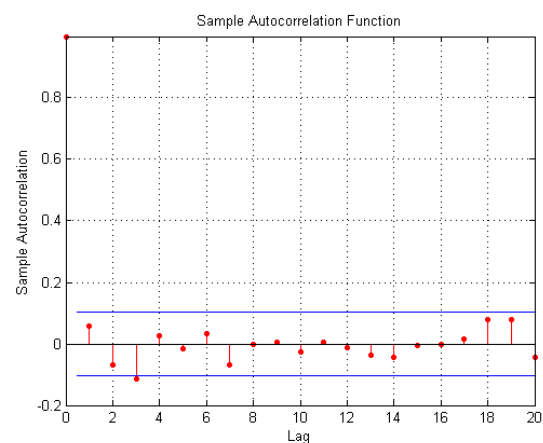


Fig. 8 – Vz': Correlograma para os quadrados dos resíduos

Outra vez, temos um modelo bem especificado com a variância equilibrada e ausência de autocorrelação nos resíduos e nos resíduos quadrados. O teste de normalidade acusou um desvio que atribuímos a um *outlier*.

### c) Análise do modelo

#### ANÁLISE DENTRO DA AMOSTRA

Apresentamos a seguir os gráficos que ilustram o desempenho do modelo dentro da amostra.

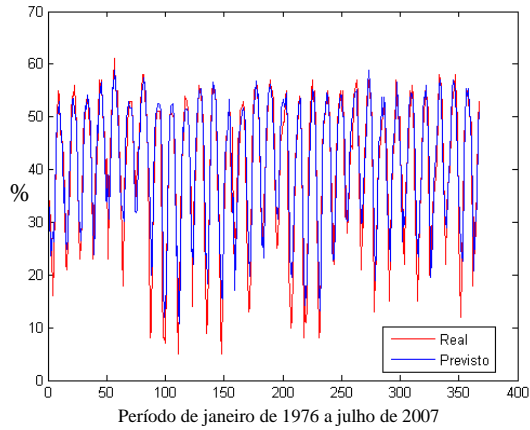


Fig. 9 – FC: Previsão dentro da amostra

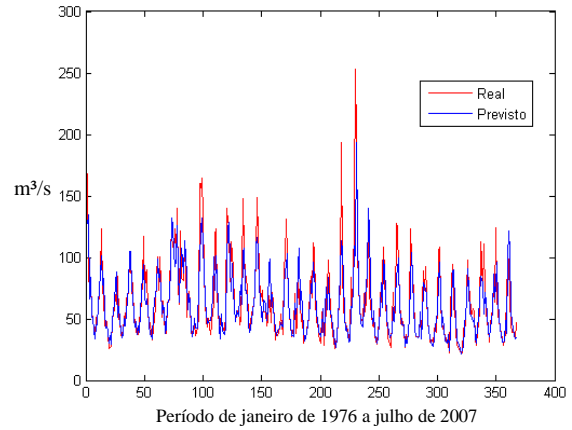


Fig. 10 – Vz: Previsão dentro da amostra

	<b>FC</b>	<b>Vz</b>
<b><math>R^2</math></b>	0,7695	0,7551
<b><math>R^2</math> ajustado</b>	0,7474	0,7316
<b>P-valor JB dos Resíduos</b>	0,3255	0,0335

Tabela 2 – Medidas de aderência – Dentro da amostra

#### CORRELAÇÃO ENTRE AS SÉRIES DE VAZÃO (Vz) E FATOR DE CAPACIDADE (FC)

A complementaridade entre a vazão e o vento é um fato já apontado na literatura. Nesta seção, porém, vamos examinar uma relação menos conhecida que é a correlação entre os desvios dessas séries no que se refere às suas médias. A complementaridade diz respeito ao fato de que o valor médio dessas séries evolui simetricamente ao longo dos meses do ano – quando um está alto o outro está baixo e vice-versa. A correlação entre os desvios, representados pelo erro aleatório  $\epsilon_t$  do modelo, vai um pouco além no que se refere à descrição da estrutura de dependência entre vento e vazão. Sempre que a correlação é negativa, uma das séries tende a ficar abaixo da média quando a outra está acima da média. Já quando a correlação é positiva, a tendência é que ambas fiquem abaixo ou acima da média.

No modelo explorado em [3], a correlação entre as componentes aleatórias foi considerada fixa ao longo do ano. Na extensão multivariada, o modelo permite que os próprios dados determinem a correlação para cada mês do ano. O que observamos nos dados estudados foi que a correlação na verdade oscila ao longo do ano, sendo significativa e negativa de janeiro a março e em julho e quase nula no restante do ano.

As tabelas a seguir exibem a estimativa das matrizes de covariância e de correlação para o ano determinada pelo modelo do Relatório 2. Na Tabela 4 é possível observar uma fraca correlação negativa, de -12%.

	Resíduos $FC'$	Resíduos $Vz'$
Resíduos $FC'$	$\sigma_{1,1}^2 = 0,9919$	$\sigma_{1,2}^2 = -0,1197$
Resíduos $Vz'$	$\sigma_{2,1}^2 = -0,1197$	$\sigma_{2,2}^2 = 1,0008$

Tabela 3 – Matriz de covariância residual  $\epsilon_t$

	Resíduos $FC'$	Resíduos $Vz'$
Resíduos $FC'$	$r_{1,1}^2 = 1,0000$	$r_{1,2}^2 = -0,1201$
Resíduos $Vz'$	$r_{2,1}^2 = -0,1201$	$r_{2,2}^2 = 1,0000$

Tabela 4 – Matriz de correlação residual  $\epsilon_t$



A seguir apresentamos uma tabela com os desvios padrão de cada série e a correlação para cada mês, na escala transformada, obtida pela nova formulação.

MÊS	$\sigma_1$	$\sigma_2$	CORRELAÇÃO
1	0,43	0,38	<b>-50%</b>
2	0,49	0,63	<b>-36%</b>
3	0,66	0,26	<b>-34%</b>
4	0,49	0,33	2%
5	0,19	0,09	-7%
6	0,17	0,17	-9%
7	0,18	0,20	<b>-21%</b>
8	0,11	0,13	-2%
9	0,07	0,17	-3%
10	0,06	0,21	13%
11	0,10	0,26	4%
12	0,18	0,26	-3%

Tabela 5 – Desvio padrão e correlação mensal das séries

Além do fato de que as correlações são significantes apenas em 4 meses do ano (em negrito), é possível notar também que as correlações são significantes principalmente nos meses com maior desvio padrão. Nos próximos quadrimestres, verificaremos se esses fatos podem ser considerados de forma geral para dados de vento e vazão de outros locais.

#### TESTES PRELIMINARES COM O MODELO MULTIVARIADO

O modelo multivariado ainda não pôde ser testado adequadamente, pois não temos dados suficientes para tal. Neste momento, estamos trabalhando para construir uma base de testes para um número de usinas maior do que 10. Por enquanto, realizamos testes preliminares e muitos exercícios com séries simuladas. Verificamos, então, que 8 é o número máximo de usinas para que o método exato de máxima verossimilhança convirja. Esse limite é imposto pelo fato de que uma das dimensões da matriz  $B$ , da equação (3), equivale ao número de coeficientes do modelo.

Testamos o método aproximado com até 9 séries e não houve problemas. A convergência dessas 9 séries está representada na figura a seguir, onde podemos verificar que os modelos convergiram em 4 iterações.

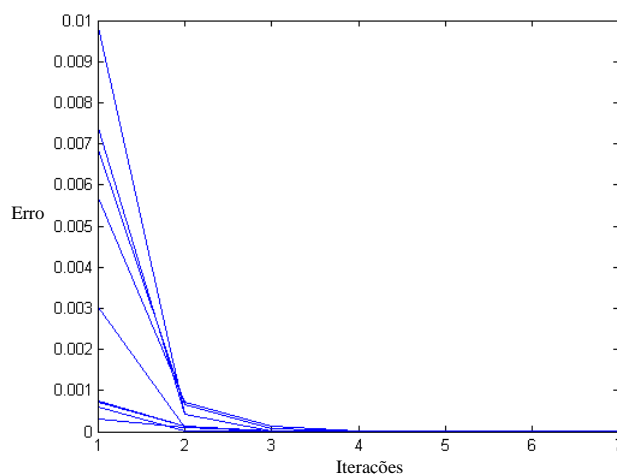


Fig. 11 – Convergência do modelo para 9 usinas

## ANÁLISE FORA DA AMOSTRA

As figuras a seguir apresentam o desempenho da estimação subótima por máxima verossimilhança condicional, descrita na Subseção C, na previsão dos últimos 24 dados da série, correspondentes ao período de agosto de 2007 a julho de 2009, reservados para análise de validação. Os valores real e previsto estão expressos na escala original, após sofrerem a transformação inversa. Assim como em [3], pode-se notar que algumas previsões fora da amostra para *FC* (Fig. 12) não acompanham totalmente as quedas da série real. Por outro lado, as previsões para *Vz* (Fig. 13) acompanham mal algumas subidas da série. Em linhas gerais, as figuras a seguir indicam que a metodologia de estimação descrita neste relatório obteve um desempenho satisfatório.

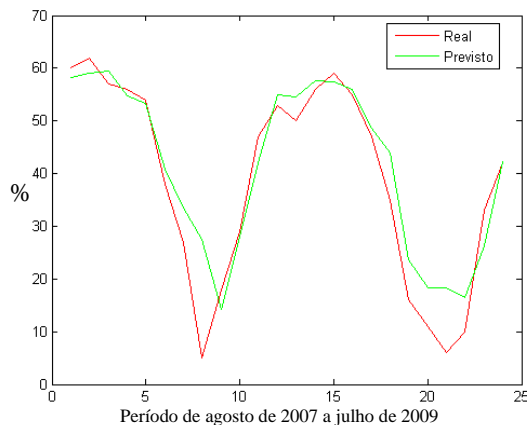


Fig. 12 – Desempenho do modelo fora da amostra para *FC*

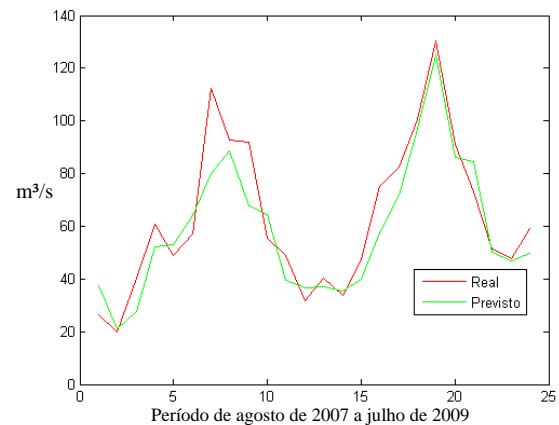


Fig. 13 – Desempenho do modelo fora da amostra para *Vz*

A Tabela 6 exibe as seguintes medidas para *Vz* e *FC* considerando as previsões fora da amostra realizadas e apresentadas nos gráficos acima: *MAPE*, *Mean Absolute Percentage Error* (média dos módulos dos erros percentuais); *MAE*, *Mean Absolute Error* (erro absoluto médio); *RMS*, *Root Mean Square* (raiz do erro quadrático médio); *MPE*, *Mean Absolute Percent Error* (erro percentual médio); *SDPE*, *Standard Deviation Percentage Error* (desvio-padrão da média porcentual dos erros); e *U*, coeficiente de desigualdade de Theil.

	<i>FC</i>	<i>Vz</i>
<b>MAPE</b>	40.8969	14.2813
<b>MAE</b>	4.6564	8.6394
<b>RMS</b>	6.6803	11.3004
<b>MPE</b>	0.3520	-0.0395
<b>SDPE</b>	0,9719	0,1706
<b>U</b>	0,0769	0,0850

Tabela 6 – Medidas de aderência – Fora da Amostra

Ao observar a Tabela 6, verificamos que o *MAPE* para *FC* apresentou um valor consideravelmente alto. Essa medida, no entanto, passa uma falsa impressão, uma vez que um pequeno erro sobre um valor muito pequeno acarreta um erro percentual muito elevado. O *MAE*, a nosso ver, é a medida mais adequada para a nossa situação. Com base no *MAE*, é possível verificar que o modelo erra em média 4,65 na série *FC* que vai de 0 a 100 e 8,6 na série *Vz* que vai de 0 a 140. Ambos os casos são bastante aceitáveis.

As figuras a seguir apresentam os resíduos e os resíduos padronizados contra o valor previsto. Nota-se que os resíduos padronizados exibem comportamento aleatório em torno do eixo, o que indica a eliminação da dependência entre os resíduos e as variáveis explicativas do modelo.

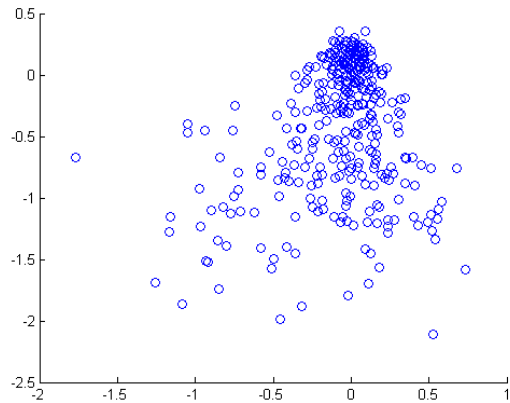


Fig. 14 – Resíduos X valor predito para FC

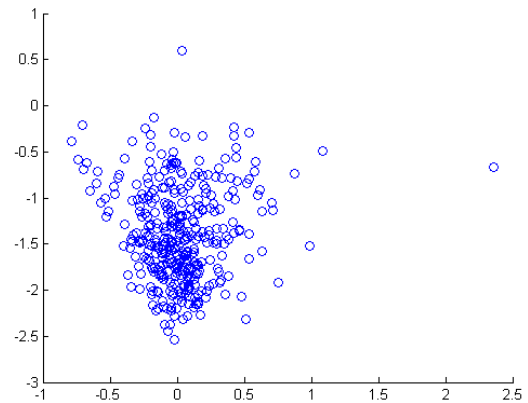


Fig. 15 – Resíduos X valor predito para Vz

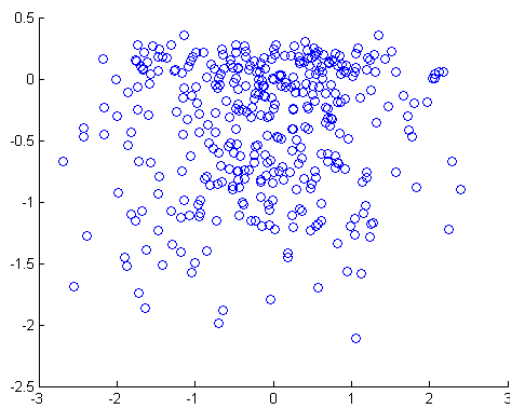


Fig. 16 – Resíduos padronizados X valor predito para FC

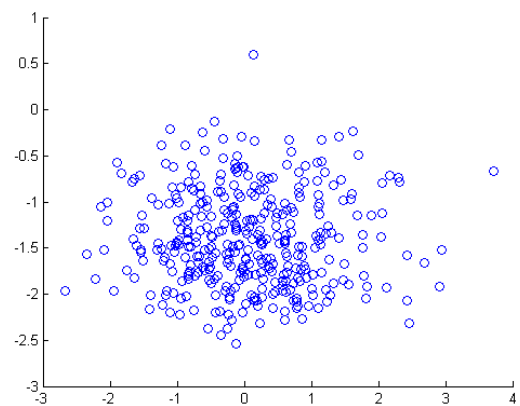


Fig. 17 – Resíduos padronizados X valor predito para Vz

### E. Simulação

Abaixo, apresentamos dois gráficos com 2000 simulações para 24 meses, um de FC (Fig. 18) e outro de Vz (Fig. 19), ambos precedidos de seus respectivos valores observados, representados pela superposição de todos os anos do histórico. Note que os dados simulados reproduzem adequadamente o padrão observado historicamente.

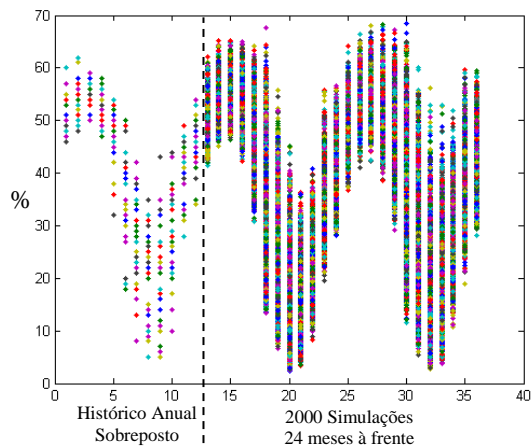


Fig. 18 – FC: 2000 simulações

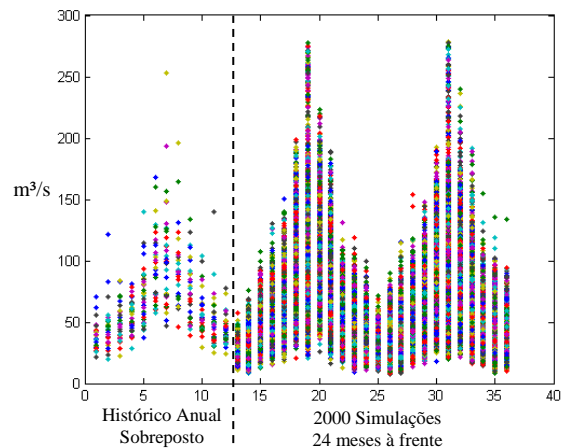


Fig. 19 – Vz: 2000 simulações

P&D UTE Norte Fluminense\PUC-Rio  
Aumento da Competitividade na Comercialização de Contratos de Energia Provenientes de Fontes Renováveis no ACL

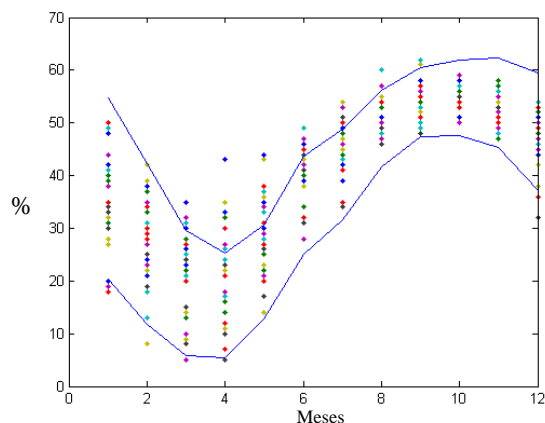


Fig. 20 – FC: Histórico com Intervalo de Confiança de 95% das simulações

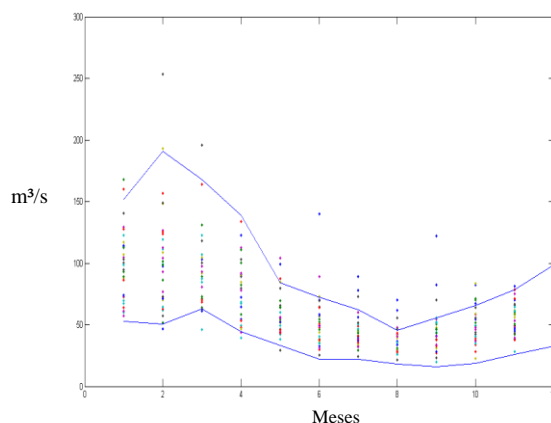


Fig. 21 – Vz: Histórico com Intervalo de Confiança de 95% das simulações

A seguir, encontram-se as estatísticas descritivas mais importantes para avaliação da preservação das características mensais das séries históricas (FC e Vz) no montante de cenários simulados.

Estatísticas Descritivas FC	Período Observado							Simulações						
	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%
Janeiro	35,79	7,76	18,00	50,00	19,15	38,00	48,85	36,94	10,01	11,26	70,23	20,67	37,05	53,82
Fevereiro	26,30	8,93	8,00	42,00	8,75	28,00	38,85	26,50	9,60	6,57	67,29	12,21	25,89	43,32
Março	19,06	8,49	5,00	35,00	5,45	21,00	31,85	16,80	8,36	2,44	54,83	6,24	15,11	33,39
Abril	21,64	9,85	5,00	43,00	6,15	22,00	35,00	16,68	7,69	2,59	51,20	6,12	15,51	31,15
Maio	30,30	8,35	10,00	44,00	14,45	31,00	43,85	25,41	6,54	9,83	52,21	13,85	24,85	37,26
Junho	40,85	5,18	28,00	49,00	31,15	42,00	48,70	36,85	5,98	21,04	63,57	25,70	36,26	47,65
Julho	45,94	5,02	34,00	54,00	35,60	46,00	53,00	42,69	5,35	26,39	58,85	32,14	42,78	51,61
Agosto	52,15	3,47	46,00	60,00	47,15	51,00	57,00	50,29	3,87	36,45	63,40	42,92	50,43	56,60
Setembro	54,45	3,09	48,00	62,00	49,15	55,00	60,55	53,66	3,27	42,92	65,54	48,16	53,67	59,02
Outubro	54,15	2,24	50,00	59,00	50,00	54,00	57,85	54,14	3,33	41,66	66,11	48,83	54,04	59,82
Novembro	52,64	2,69	47,00	58,00	48,15	53,00	56,85	52,38	3,94	39,99	68,16	46,68	52,23	59,03
Dezembro	46,64	4,85	32,00	54,00	36,30	47,00	53,85	46,53	5,89	30,04	67,29	37,59	46,36	56,43

Tabela 7 – Análise de cenários simulados – FC – Escala original

Estatísticas Descritivas FC	Período Observado							Simulações						
	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%
Janeiro	99,03	28,67	57,19	167,81	60,14	98,44	157,36	93,06	31,71	14,17	199,58	48,67	90,49	149,93
Fevereiro	105,09	42,61	46,88	253,13	52,41	101,25	187,64	103,23	46,74	14,02	280,33	45,20	96,77	187,02
Março	89,72	30,62	45,94	195,94	60,94	87,19	159,14	97,24	32,88	24,05	244,92	54,23	93,42	157,73
Abril	74,18	24,48	39,38	134,06	40,08	72,19	121,27	74,51	28,47	15,73	212,39	38,90	70,71	126,26
Maio	56,90	17,12	29,06	104,06	39,00	52,50	97,55	52,15	16,45	12,45	137,46	31,38	50,24	81,79
Junho	50,43	21,06	25,31	139,69	30,14	47,81	86,67	42,97	16,23	7,76	113,17	21,18	41,13	72,32
Julho	43,81	11,59	24,38	77,81	29,48	40,31	71,16	37,11	12,94	8,83	97,34	21,11	35,48	60,87
Agosto	37,78	10,83	21,56	70,31	26,25	35,63	60,89	28,57	8,08	10,24	65,89	17,59	27,61	43,25
Setembro	45,43	18,90	19,69	121,88	24,00	43,13	80,67	32,87	11,78	5,84	82,15	15,05	31,99	54,01
Outubro	49,03	14,36	22,50	83,44	28,97	45,94	80,81	41,62	15,08	7,32	108,22	20,33	39,98	69,22
Novembro	56,11	13,10	28,13	81,56	37,64	56,25	78,19	50,30	17,24	12,82	128,74	27,52	47,96	82,28
Dezembro	72,84	23,10	37,50	139,69	43,26	71,25	113,95	63,78	20,99	13,12	155,84	34,02	62,12	101,35

Tabela 8 – Análise de cenários simulados – Vz – Escala original

Estatísticas Descritivas FC	Período Observado							Simulações						
	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%
Janeiro	-0,60	0,36	-1,52	0,00	-1,44	-0,49	-0,05	-0,57	0,47	-2,01	0,75	-1,34	-0,54	0,16
Fevereiro	-1,10	0,53	-2,44	-0,32	-2,36	-0,94	-0,45	-1,08	0,54	-2,79	0,50	-1,97	-1,06	-0,25
Março	-1,56	0,64	-2,94	-0,62	-2,87	-1,32	-0,76	-1,70	0,62	-3,93	0,15	-2,71	-1,70	-0,69
Abril	-1,41	0,67	-2,94	-0,28	-2,73	-1,27	-0,62	-1,69	0,58	-3,83	0,00	-2,73	-1,68	-0,77
Maio	-0,87	0,45	-2,20	-0,24	-1,78	-0,80	-0,25	-1,10	0,35	-2,29	0,07	-1,83	-1,10	-0,52
Junho	-0,38	0,22	-0,94	-0,04	-0,79	-0,32	-0,05	-0,54	0,26	-1,34	0,42	-1,06	-0,55	-0,08
Julho	-0,16	0,21	-0,66	0,16	-0,59	-0,16	0,12	-0,29	0,22	-1,00	0,45	-0,75	-0,28	0,07
Agosto	0,09	0,14	-0,16	0,41	-0,11	0,04	0,28	0,01	0,16	-0,58	0,66	-0,29	0,02	0,26
Setembro	0,18	0,13	-0,08	0,49	-0,03	0,20	0,43	0,15	0,13	-0,29	0,77	-0,07	0,14	0,37
Outubro	0,17	0,09	0,00	0,36	0,00	0,16	0,32	0,17	0,14	-0,26	0,74	-0,05	0,16	0,40
Novembro	0,11	0,11	-0,12	0,32	-0,07	0,12	0,28	0,10	0,16	-0,40	0,77	-0,13	0,09	0,38
Dezembro	-0,14	0,20	-0,75	0,16	-0,56	-0,12	0,15	-0,14	0,24	-0,90	0,76	-0,51	-0,14	0,27

Tabela 9 – Análise de cenários simulados – FC – Escala transformada

Estatísticas Descritivas FC	Período Observado							Simulações						
	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Mínimo	Máximo	Q.5%	Mediana	Q.95%
Janeiro	-0,74	0,44	-1,45	0,24	-1,38	-0,72	0,10	-0,85	0,53	-2,85	0,80	-1,64	-0,84	0,02
Fevereiro	-0,65	0,66	-1,69	1,69	-1,55	-0,67	0,52	-0,70	0,76	-2,92	2,44	-1,73	-0,72	0,52
Março	-0,89	0,47	-1,71	0,63	-1,37	-0,89	0,12	-0,78	0,53	-2,74	1,48	-1,51	-0,78	0,11
Abril	-1,16	0,44	-1,89	-0,21	-1,87	-1,15	-0,39	-1,17	0,53	-3,31	0,95	-1,90	-1,18	-0,30
Maio	-1,49	0,35	-2,23	-0,63	-1,90	-1,55	-0,73	-1,61	0,40	-3,26	-0,13	-2,15	-1,61	-0,97
Junho	-1,66	0,43	-2,38	-0,14	-2,19	-1,66	-0,90	-1,87	0,47	-3,63	-0,47	-2,58	-1,85	-1,14
Julho	-1,80	0,29	-2,43	-1,05	-2,22	-1,86	-1,17	-2,02	0,40	-3,65	-0,67	-2,58	-2,00	-1,38
Agosto	-1,97	0,31	-2,56	-1,18	-2,34	-2,00	-1,37	-2,30	0,32	-3,80	-1,27	-2,78	-2,29	-1,78
Setembro	-1,79	0,44	-2,66	-0,38	-2,44	-1,78	-1,00	-2,16	0,43	-3,79	-0,81	-2,94	-2,13	-1,50
Outubro	-1,67	0,35	-2,51	-0,95	-2,24	-1,71	-1,00	-1,90	0,44	-3,79	-0,45	-2,62	-1,87	-1,21
Novembro	-1,50	0,30	-2,27	-0,99	-1,94	-1,47	-1,04	-1,66	0,42	-3,28	-0,10	-2,29	-1,67	-0,97
Dezembro	-1,18	0,41	-1,95	-0,14	-1,78	-1,17	-0,49	-1,36	0,44	-3,09	0,13	-2,06	-1,35	-0,67

Tabela 10 – Análise de cenários simulados – Vz – Escala transformada

O gráfico quantil-quantil plot, ou QQplot, é utilizado para determinar se dois conjuntos de dados pertencem à mesma distribuição de probabilidades. É um meio gráfico de comparar duas distribuições de probabilidade traçando seus quantis uns contra os outros. Se as duas distribuições são similares, os pontos no QQplot estarão aproximadamente sobre a linha  $y = x$ .

Também recorreremos ao QQplot para comparar a distribuição dos dados históricos com a das séries sintéticas geradas pelos modelos citados, pois ele fornece uma representação gráfica de semelhanças e diferenças entre essas duas distribuições no que diz respeito a propriedades como localização, escala e assimetria. Esse é o caso dos gráficos a seguir. O principal objetivo dessa validação é garantir que os pressupostos e as simplificações adotadas no sistema real sejam razoáveis e resultem em cenários simulados confiáveis.

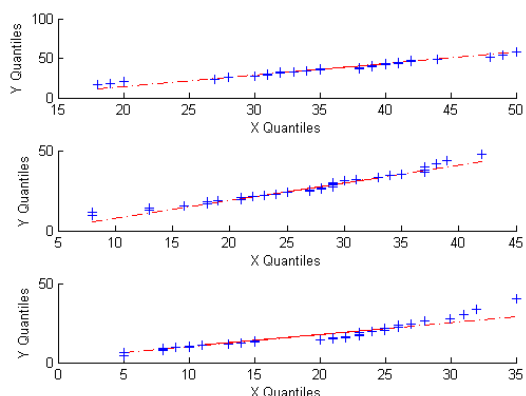


Fig. 22 – FC: QQplot (janeiro, fevereiro e março) – Variáveis originais

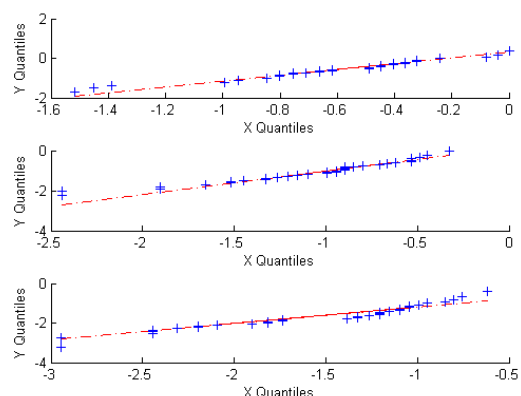


Fig. 23 – FC: QQplot (janeiro, fevereiro e março) – Variáveis transformadas

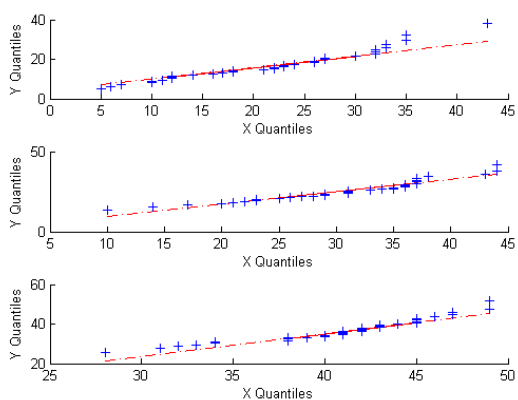


Fig. 24 – FC: QQplot (abril, maio e junho) – Variáveis originais

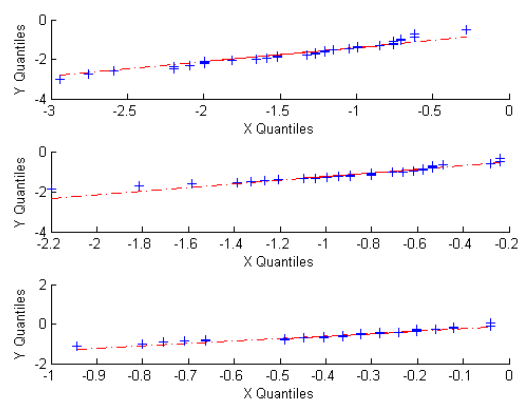


Fig. 25 – FC: QQplot (abril, maio e junho) – Variáveis transformadas

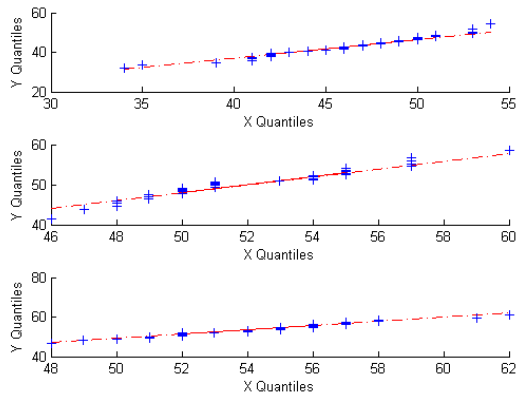


Fig. 26 – FC: QQplot (julho, agosto e setembro) – Variáveis originais

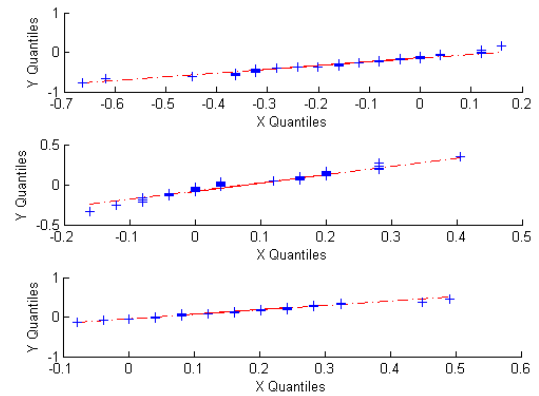


Fig. 27 – FC: QQplot (julho, agosto e setembro) – Variáveis transformadas

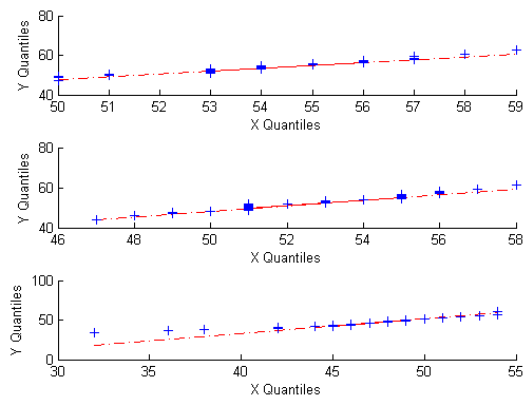


Fig. 28 – FC: QQplot (outubro, novembro e dezembro) – Variáveis originais

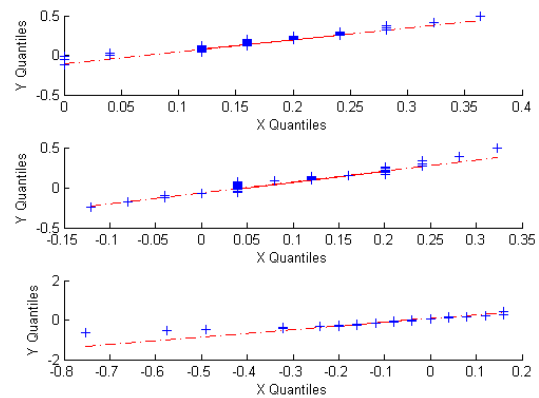


Fig. 29 – FC: QQplot (outubro, novembro e dezembro) – Variáveis transformadas

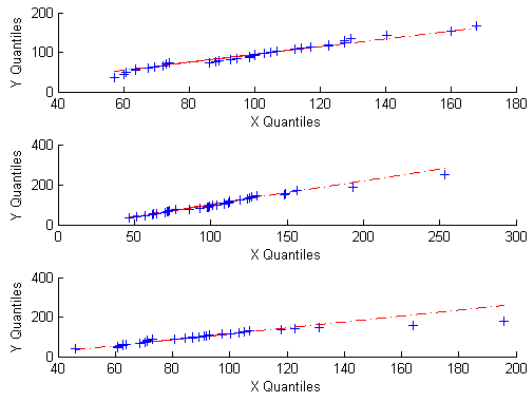


Fig. 30 – FC: QQplot (janeiro, fevereiro e março) – Variáveis originais

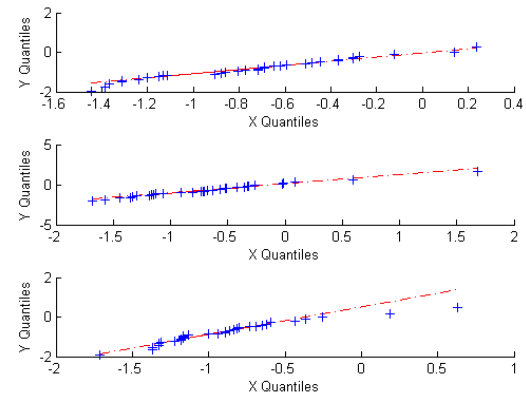


Fig. 31 – FC: QQplot (janeiro, fevereiro e março) – Variáveis transformadas

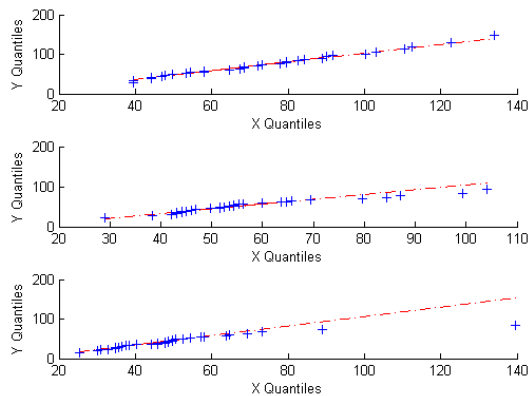


Fig. 32 - Vz: QQplot (abril, maio e junho) - Variáveis originais

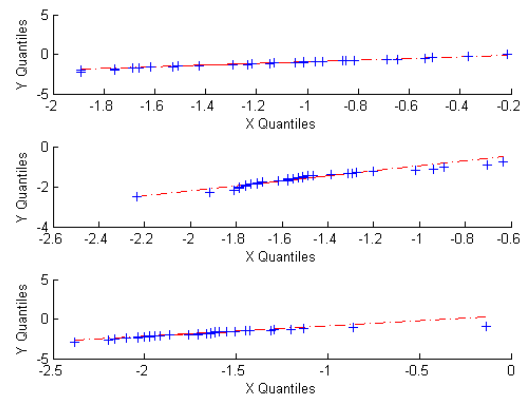


Fig. 33 - Vz: QQplot (abril, maio e junho) - Variáveis transformadas

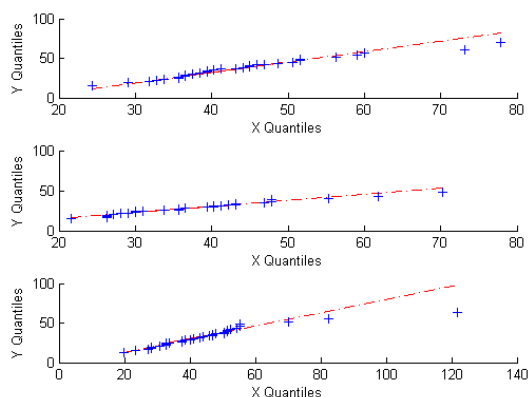


Fig. 34 - Vz: QQplot (julho, agosto e setembro) - Variáveis originais

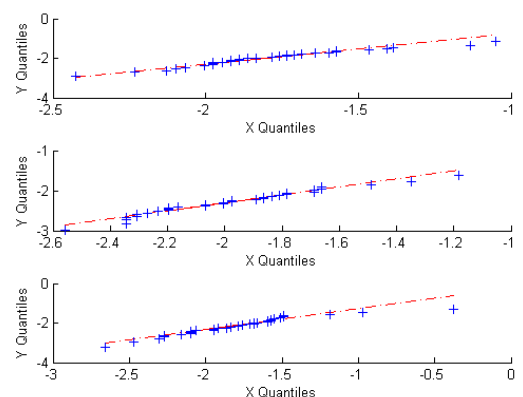


Fig. 35 - Vz: QQplot (julho, agosto e setembro) - Variáveis transformadas

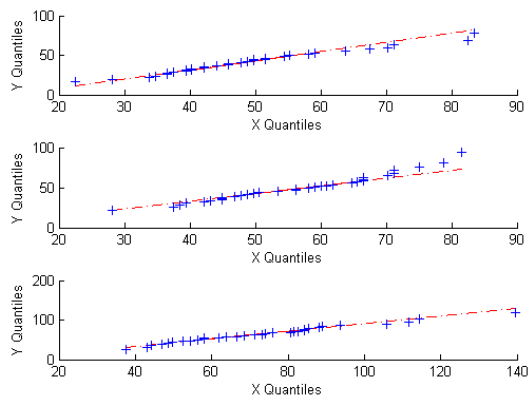


Fig. 36 - Vz: QQplot (outubro, novembro e dezembro) - Variáveis originais

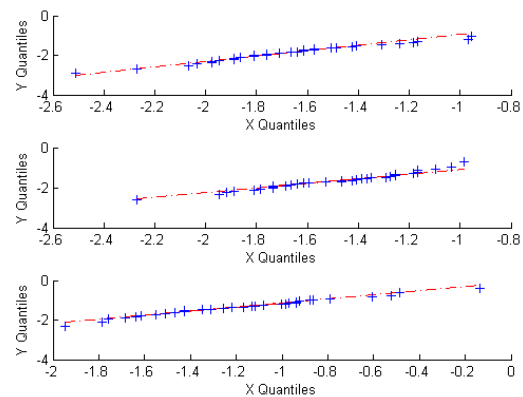


Fig. 37 - Vz: QQplot (outubro, novembro e dezembro) - Variáveis transformadas

### III. PLATAFORMA DE COMERCIALIZAÇÃO

Ao longo do 4º quadrimestre, a versão beta da plataforma, apresentada em [3], recebeu algumas melhorias. Dentre elas, a mais importante foi a inclusão de contratos generalizados, candidatos e existentes, tanto para a modalidade compra quanto para a modalidade venda. Além disso, desenvolvemos uma nova tela inteiramente dedicada aos parâmetros de critérios de risco, antes situados na tela inicial, que também ganhou um quadro de resumo dos contratos do projeto aberto com o intuito de oferecer uma visão geral desse projeto de forma mais rápida e simples. Em termos de navegação, incluímos novos

botões tanto na tela inicial quanto nas telas de dados de PLD e de critérios de risco. Tais botões vêm acompanhados de alterações nos seus respectivos formulários, com interface mais amigável e interativa, facilitando criar um novo projeto, salvar o projeto aberto, salvar como, abrir ou excluir outros projetos anteriormente criados. A seguir, apresentamos cada uma dessas alterações.

#### A. Melhorias na Tela Inicial

As principais alterações na tela inicial da ferramenta foram a remoção dos dados de restrições de CVaR mínimo por período e a inclusão do quadro de resumo dos contratos. Esse quadro contabiliza em tempo real o número de contratos do projeto em análise, ou seja, conforme o usuário adiciona ou exclui novos contratos em seu estudo, o quadro é atualizado automaticamente. A mesma contabilização aparece também nas telas de contratos candidatos e contratos existentes. Clicando em um contrato qualquer do quadro de resumo, a ferramenta direciona o usuário diretamente para a tela relacionada ao item clicado. Caso ele clique em **Contratos Candidatos**, por exemplo, será direcionado para a tela de contratos candidatos (tal como se clicasse no botão da barra superior de navegação da tela); caso clique em **Compra**, abaixo de **Generalizados**, ele será direcionado para a tela de contratos generalizados de compra. A tela inicial agora possui a interface vista na Fig. 38.

Gerenciamento de Contratos								
Contratos Candidatos	Contratos Existentes	PLD	Crítérios de Risco	Otimizar Contratos	Resultados da Otimização			
<div style="text-align: right;">      </div>								
Diretório do projeto:		.\Projetos\Relatório 4						
Descrição do projeto:		Exemplo desenvolvido para apresentação das melhorias realizadas na ferramenta durante o quadrimestre 4.						
<b>Contratos Candidatos</b> <u>Generalizados</u> Compra: 1 Contrato(s) Venda: 1 Contrato(s) <u>Quantidade Padrão</u> Compra: 1 Contrato(s) Venda: 1 Contrato(s) <u>Disponibilidade</u> Compra: 1 Contrato(s)		<b>Contratos Existentes</b> <u>Generalizados</u> Compra: 0 Contrato(s) Venda: 0 Contrato(s) <u>Quantidade Padrão</u> Compra: 0 Contrato(s) Venda: 0 Contrato(s) <u>Disponibilidade</u> Compra: 0 Contrato(s)						
Quantidade ToP Compra: 1 Contrato(s) Venda: 1 Contrato(s)	Quantidade PLD Compra: 1 Contrato(s) Venda: 1 Contrato(s)							
Número de Meses em Análise: 12 Número de Cenários: 200	Data Inicial da Análise: <table border="1"> <tr> <th>Mês</th> <th>Ano</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>2013</td> </tr> </table>	Mês	Ano	1	2013	Taxa de Desconto a.a.: 5%	Perdas: 10%	
Mês	Ano							
1	2013							

Fig. 38 – Tela inicial do gerenciador de contratos

#### B. Novos Botões

Os botões agora têm um comportamento mais amigável, e os formulários vinculados a eles também. Na tela inicial ficam dispostos os seguintes botões:



Fig. 39 – Botões da tela inicial



Ao passar o mouse sobre esses botões, a ferramenta exibe a legenda (o nome) de cada um deles. A seguir, explicamos como funcionam esses botões.

- Botão **Novo Projeto**: Acessa um formulário cujos campos devem ser todos preenchidos para que a ferramenta abra um novo projeto.



Fig. 40 – Botão **Novo Projeto**

O formulário 'Novo Projeto' é dividido em três abas: 'Dados do projeto', 'Dados da Análise' e 'Critérios de Risco'. A aba 'Dados do projeto' contém campos para 'Nome do Novo Projeto', 'Taxa de Desconto (% a.a.)' e 'Perdas na Geração (%)'. A aba 'Dados da Análise' contém campos para 'Número de Meses da Análise', 'Número Cenários', 'Mês' e 'Ano'. A aba 'Critérios de Risco' contém campos para 'Lambda ( $\lambda$ )' e 'Alpha ( $\alpha$ )'. Cada aba possui botões 'OK' e 'Cancelar'.

Fig. 41 – Formulário de dados de novo projeto

Os campos desse formulário são os mesmos que já existiam na tela inicial antiga (ver [3] para mais detalhes). São eles:

- **Nome do Projeto**;
- **Taxa de Desconto (% a.a.)**;
- **Perdas na Geração (%)**;
- **Número de Meses da Análise**;
- **Número de Cenários**;
- **Mês e Ano iniciais da análise**;
- **Lambda ( $\lambda$ ) e Alpha ( $\alpha$ )**.

Depois que o usuário insere todos os dados e clica em **OK**, um novo projeto é criado/aberto. Caso um ou mais campos estejam vazios ou apresentem valores incorretos, a ferramenta exibe uma mensagem de erro e marca de vermelho o campo a ser corrigido.

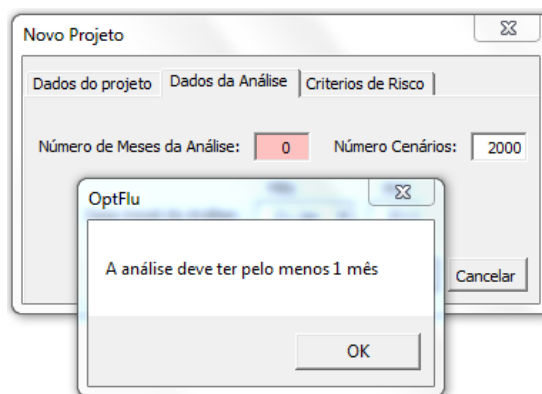


Fig. 42 – Erro na inserção de dados de novo projeto

- Botão **Salvar Projeto**: Salva as alterações do projeto em análise, sobrescrevendo o projeto aberto.



Fig. 43 – Botão **Salvar Projeto**

- Botão **Salvar Como**: Permite que o usuário salve o projeto em análise com outro nome, sem sobrescrever o projeto aberto.



Fig. 44 – Botão **Salvar Como**

- Botão **Abrir Projeto**: Permite que o usuário abra um projeto salvo anteriormente.



Fig. 45 – Botão **Abrir Projeto**

- Botão **Excluir Projeto**: Permite que o usuário exclua um projeto salvo anteriormente.



Fig. 46 – Botão **Excluir Projeto**

Quando o usuário clica em **Salvar Como**, **Abrir** ou **Excluir Projeto**, a ferramenta exibe um formulário com a lista de todos os projetos salvos anteriormente. Ao selecionar apenas um deles, o usuário tem a opção de visualizar a descrição do projeto selecionado. Ainda, no caso de **Excluir Projeto**, ele pode selecionar quantos e quais projetos da lista desejar. Para selecionar projetos consecutivos, ele deve acionar a tecla SHIFT; para selecionar projetos alternados, a tecla CTRL.

A screenshot of a Windows-style dialog box titled "Salvar Como...". It contains a list box with the following items: "Relatório 4", "Teste 2000", "Teste 2000 - teste salvar como", "Teste CaixaInput 3", and "Teste Plataforma - Xpress - Bruno". Below the list box is a text area labeled "Descrição do Projeto:" containing the text "Exemplo desenvolvido para apresentação das melhorias realizadas na ferramenta durante o quadrimestre 4.". Below the text area is a text box labeled "Nome do Projeto:" containing the text "Relatório 4". At the bottom are three buttons: "Descrição do Projeto", "Salvar", and "Cancelar".

Fig. 47 – Formulário Salvar Como / Abrir / Excluir Projeto com descrição do projeto selecionado

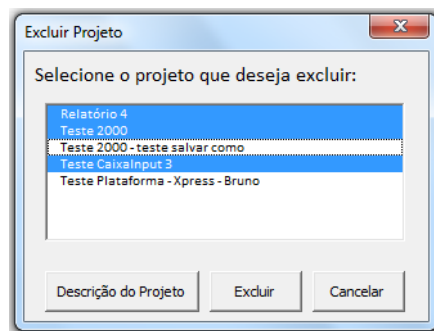


Fig. 48 – No caso de **Excluir Projeto**, o usuário pode escolher mais de um projeto por vez

Na tela do PLD ficam dispostos os seguintes botões:



Fig. 49 – Botões da tela do PLD

- Botão **Importar CSV**: Abre a tela do Windows para que o usuário escolha um arquivo .csv com os dados de PLD. A ferramenta, então, importa os dados do arquivo indicado pelo usuário para a tela do PLD.



Fig. 50 – Botão **Importar CSV**

- Botão **Limpar Dados**: Limpa todos os dados de PLD da tela.



Fig. 51 – Botão **Limpar Dados**

### C. Nova Tela de Critérios de Risco

A migração dos dados de critérios de risco para uma nova tela desafogou a tela inicial, possibilitando a entrada do novo quadro de resumo dos contratos.

Perfil de Risco e Restrições de CVaR mínimo por período							
Menu Inicial		Contratos Candidatos		Contratos Existentes		PLD	
Parâmetros	$\lambda$	$\alpha$	Perfil de Risco		$\lambda$ $\alpha$ $E[-J]$ $CVaR$		
	50%	95%	Moderado				
Restrições de CVaR mínimo (MMR\$)				Jan-13	Feb-13	Mar-13	Nov-13 Dec-13
<input checked="" type="checkbox"/>	Lucro Mínimo Mensal			-5.00	-5.04	-5.09	-5.44 -5.49
<input type="checkbox"/>	Lucro Acumulado Mínimo Mensal						
2013							
<input type="checkbox"/>	Lucro Mínimo Anual						
<input type="checkbox"/>	Lucro Acumulado Mínimo Anual						

Fig. 52 – Nova tela de critérios de risco

A nova tela tem o botão **Definir Parâmetros**, que acessa o formulário de definição de parâmetros, onde o usuário ajusta os valores de  $\lambda$  e  $\alpha$  dos critérios de risco [2], além das já existentes restrições de CVaR mínimo por período, que antes faziam parte da tela inicial.

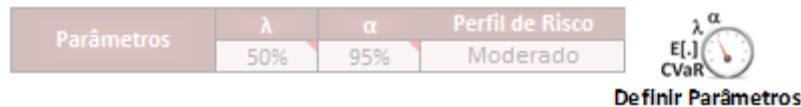


Fig. 53 – Botão **Definir Parâmetros** de critérios de risco

O formulário "Critérios de Risco" apresenta a seguinte estrutura:

- Grau de Aversão ao Risco: Moderado**
- Pré-definidos:**
  - ☐ Forte
  - ☒ Moderado
  - ☐ Leve
  - ☐ Neutro ao Risco
- Personalizados:**
  - $\lambda$ : 50%
  - $\alpha$ : 95%
- Fórmula:**  $EC(\tilde{R}) = \lambda \cdot CVaR_{(1-\alpha)}[\tilde{R}] + (1-\lambda) \cdot E[\tilde{R}]$
- Botões: OK, Cancelar

Fig. 54 – Formulário de definição de parâmetros de critérios de risco

Nesta nova versão da plataforma, o usuário pode escolher perfis de risco previamente definidos, a saber: forte, moderado, leve e neutro ao risco. Cada um desses perfis está associado a um valor de  $\lambda$ . Caso o usuário prefira personalizar esse valor, a plataforma indica o grau de aversão a risco associado ao  $\lambda$  escolhido. Veja os parâmetros que determinam os 4 patamares de risco na Tabela 11.

Grau de aversão a risco	Pré-Definidos	Personalizados
<b>Forte</b>	$\lambda = 99\%$	$\lambda \geq 90\%$
<b>Moderado</b>	$\lambda = 50\%$	$50\% \leq \lambda < 90\%$
<b>Leve</b>	$\lambda = 25\%$	$0\% < \lambda < 50\%$
<b>Neutro à Risco</b>	$\lambda = 0\%$	$\lambda = 0\%$

Tabela 11 – Parâmetros de aversão a risco

Vale ressaltar que  $\alpha$  não interfere na definição do patamar de aversão a risco.

#### D. Novos Contratos Generalizados

A ideia básica dos contratos generalizados, que passaram a ser contemplados pela ferramenta neste quadrimestre, é permitir que o usuário modele qualquer contrato através de regras personalizadas que não podem ser incorporadas aos outros tipos de contrato. Para tanto, basta reproduzir as regras de preço e quantidade do contrato em questão, dispô-las na forma de um arquivo .csv e associá-lo ao contrato generalizado.

As telas dos Contratos Generalizados podem ser acessadas tanto pelas telas dos Contratos Candidatos e dos Contratos Existentes quanto pelo novo quadro de resumo dos contratos, na tela inicial.

Veja a seguir a tela dos Contratos Candidatos e note as alterações que sofreu devido à entrada dos contratos generalizados e da contabilização dos contratos do projeto (quanto à tela dos Contratos Existentes, podemos omiti-la, já que a sua estrutura é análoga à dos Contratos Candidatos).

Fig. 55 – Nova tela de contratos candidatos

A tela dos Contratos Generalizados é bem simples, contudo trouxe muito mais versatilidade à ferramenta. Para cada contrato, existem apenas dois campos: **Arquivo de Preços** e **Arquivo de Quantidades**.

Fig. 56 – Nova tela de contratos candidatos generalizados, modalidade compra

Para associar um arquivo ao contrato generalizado, basta clicar no campo **Associar Arquivo**. A ferramenta abrirá uma janela do windows para que o arquivo seja selecionado. Caso não haja nenhum conflito, após a escolha do arquivo, a ferramenta o copia para dentro da pasta do projeto. Se já houver um arquivo de mesmo nome na pasta do projeto, a ferramenta pergunta se o usuário deseja sobrescrever o arquivo existente. Caso o arquivo selecionado não esteja no formato .csv ou não possua o número correto de linhas e colunas (iguais ao número de meses da análise e de cenários, respectivamente), uma mensagem de erro será exibida e o processo deverá ser refeito. A Fig. 57 mostra a tela de Contratos Generalizados com arquivos de preço e quantidade associados.

Fig. 57 – Nova tela de contratos candidatos generalizados, com arquivos associados

## E. Estudo de Caso

Neste relatório, como estudo de caso, mostraremos o ganho gerado por um portfólio ótimo composto de três fontes renováveis: PCH, Biomassa e Eólica. Vamos comparar o resultado ótimo da venda da energia através de um contrato de quantidade padrão para cada uma das fontes (individualmente) e para o portfólio que combina essas fontes de maneira ótima. Serão realizados, ainda, estudos com diferentes graus de aversão ao risco (diversos valores de  $\lambda$ ) para avaliar o impacto dessas escolhas na solução ótima da contratação. Além disso, mostraremos como modelar um contrato candidato padrão, modalidade venda, por meio de um contrato candidato generalizado, também de venda, a fim de exemplificar como funcionam os contratos generalizados na plataforma.

Para esse estudo de caso, utilizaremos os seguintes dados e parâmetros da análise:

- Dados de geração de usinas renováveis com 2000 cenários, cujo período vai de janeiro a dezembro de 2013;
- Perdas na geração = 0%;
- Taxa de desconto = 0%;
- Fator de aversão a risco igual a 99% (Forte), 50% (Moderado), 25% (Leve) e 0% (Neutro à Risco);
- Preço dos contratos de compra por disponibilidade iguais a 90 R\$/MWm;
- Preço do contrato candidato de venda igual a 200 R\$/MWh;
- Quantidade do contrato candidato de venda igual 10 MWm;
- Lastro das usinas PCH, Biomassa e Eólica respectivamente iguais a 18,2, 17,5 e 11,9 MWmédios;
- 2000 cenários de PLD (média de 90,95 R\$/MWh) casados com os cenários de geração da PCH e da usina eólica.

A seguir apresentamos os gráficos com média, mediana e quantis de 5% e 95% das distribuições dos 2000 cenários de geração.

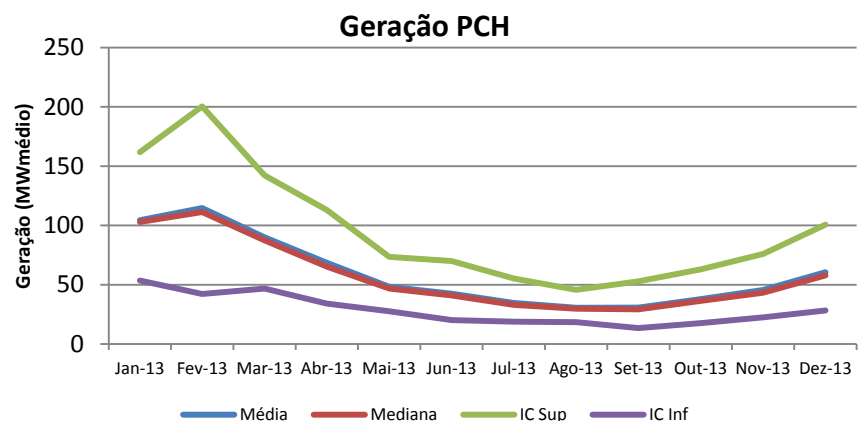


Fig. 58 – Perfil de geração – PCH

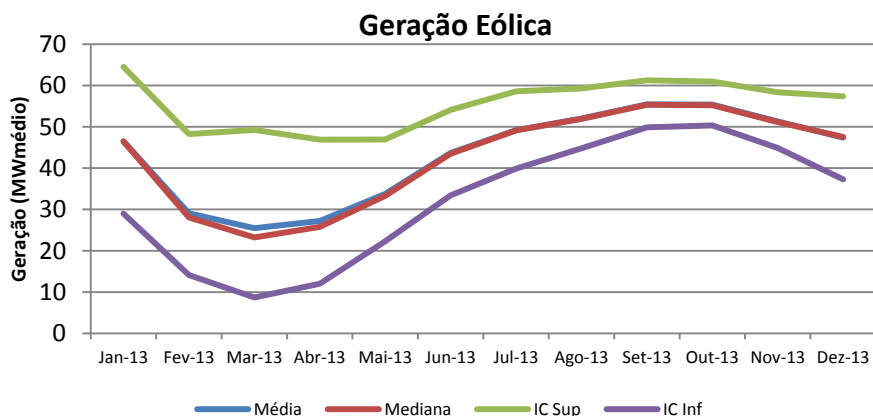


Fig. 59 – Perfil de geração – Eólica

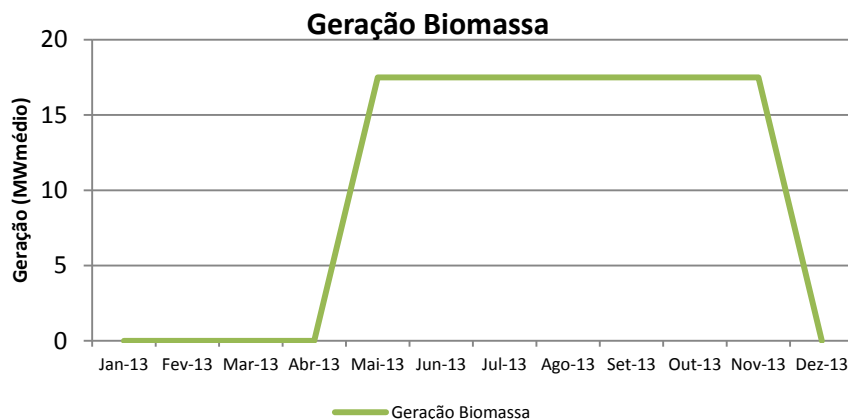


Fig. 60 - Perfil de geração - Biomassa (determinístico)

a) Comercialização Individual - Perfil PCH

Para a usina PCH, adicionamos o seguinte contrato de disponibilidade:

Contratos Candidatos de Disponibilidade (Compra)		
Menu Inicial   Contratos Candidatos   PLD		Adicionar Contrato   Excluir Contrato
Período	Contrato 1	
	Teto Ger. (%Lastro)	800%
	Piso Ger. (%Lastro)	0%
	CVU (R\$/MWh)	0.00
	Cenários de Ger. (GSF)	\\GSF\Vazao_Relatorio_4.csv
	Preço (R\$/MWh)	Quantidade (MWméd)
Jan-13	90.00	18.20
Feb-13	90.00	18.20
Mar-13	90.00	18.20
Apr-13	90.00	18.20
May-13	90.00	18.20
Jun-13	90.00	18.20
Jul-13	90.00	18.20
Aug-13	90.00	18.20
Sep-13	90.00	18.20
Oct-13	90.00	18.20
Nov-13	90.00	18.20
Dec-13	90.00	18.20

Fig. 61 - Contrato de disponibilidade - PCH

Ou seja, a usina tem um lastro de 18,2 MWmédio e o otimizador indicará a quantidade a contratar.

Os resultados, para diferentes graus de aversão a risco foram:

Grau de Aversão ao Risco		CVaR (MMR\$)	Média (MMR\$)	EC (MMR\$)	% PCH	% Venda
Forte	( $\lambda = 99\%$ )	0	0	0	0%	0%
Moderado	( $\lambda = 50\%$ )	-3,50017	4,12	0,310175	100%	80,5%
Leve	( $\lambda = 25\%$ )	-6,78492	6,38	3,092199	88,78%	100%
Neutro ao Risco	( $\lambda = 0\%$ )	-11,507	7,59	7,591686	54,95%	100%

Tabela 12 - Resultados da comercialização individual - PCH

Dado o perfil sazonal da PCH, que produz menos em época de seca, justamente quando o PLD tende a estar mais alto, o otimizador indica a não contratação do contrato de disponibilidade quando  $\lambda = 99\%$  e,

portanto, apenas os piores cenários de renda são considerados. À medida que o grau de aversão ao risco diminui, percebemos uma alteração na estratégia ótima de comercialização. Quanto maior a neutralidade ao risco, isto é, quanto menor o  $\lambda$ , menor também é o CVaR, indicando que o comercializador está exposto a cenários de perdas maiores. Em contrapartida, na média, aumenta a probabilidade de uma receita maior. Sendo assim, cabe ao tomador de decisão conhecer o seu perfil de risco e ajustar os parâmetros conforme esse perfil.

#### b) Comercialização Individual – Perfil Biomassa

Para a usina de biomassa, adicionamos o seguinte contrato de disponibilidade:

Contratos Candidatos de Disponibilidade (Compra)		
Menu Inicial   Contratos Candidatos   PLD		
Adicionar Contrato   Excluir Contrato		
Período	Contrato 1	
	Teto Ger. (%Lastro)	800%
	Piso Ger. (%Lastro)	0%
	CVU (R\$/MWh)	0.00
	Cenários de Ger. (GSF) .\GSF\Cana_Relatorio_4.csv	
	Preço (R\$/MWh)	Quantidade (MWméd)
Jan-13	90.00	17.50
Feb-13	90.00	17.50
Mar-13	90.00	17.50
Apr-13	90.00	17.50
May-13	90.00	17.50
Jun-13	90.00	17.50
Jul-13	90.00	17.50
Aug-13	90.00	17.50
Sep-13	90.00	17.50
Oct-13	90.00	17.50
Nov-13	90.00	17.50
Dec-13	90.00	17.50

Fig. 62 – Contrato de disponibilidade – Biomassa

Ou seja, a usina tem um lastro de 17,5 MWmédio e o otimizador indicará a quantidade a contratar.

Os resultados para diferentes graus de aversão a risco foram:

Grau de Aversão ao Risco		CVaR (MMR\$)	Média (MMR\$)	EC (MMR\$)	% BIO	% Venda
Forte	( $\lambda = 99\%$ )	6,9	10,3	6,9	61%	100%
Moderado	( $\lambda = 50\%$ )	6,9	10,3	8,6	63,2%	100%
Leve	( $\lambda = 25\%$ )	6,9	10,3	9,43	64,5	100%
Neutro ao Risco	( $\lambda = 0\%$ )	6,9	10,3	10,3	100%	100%

Tabela 13 – Resultados da comercialização individual – Biomassa

Dado o perfil determinístico da biomassa, os resultados dos cenários de renda são sempre os mesmos, logo o CVaR e a Média não mudam conforme a variação do  $\lambda$ ; muda apenas o valor do EC (função de  $\lambda$ ).



c) Comercialização Individual – Perfil Eólica

Para a usina Eólica adicionamos o seguinte contrato de disponibilidade:

Contratos Candidatos de Disponibilidade (Compra)							
Menu Inicial		Contratos Candidatos	PLD	Adicionar Contrato		Excluir Contrato	
Período	Contrato 1						
	Teto Ger. (%Lastro)		800%				
	Piso Ger. (%Lastro)		0%				
	CVU (R\$/MWh)		0.00				
	Cenários de Ger. (GSF)		\\GSF\Vento_Relatorio_4.csv				
	Preço (R\$/MWh)		Quantidade (MWméd)				
Jan-13	90.00		11.90				
Feb-13	90.00		11.90				
Mar-13	90.00		11.90				
Apr-13	90.00		11.90				
May-13	90.00		11.90				
Jun-13	90.00		11.90				
Jul-13	90.00		11.90				
Aug-13	90.00		11.90				
Sep-13	90.00		11.90				
Oct-13	90.00		11.90				
Nov-13	90.00		11.90				
Dec-13	90.00		11.90				

Fig. 63 – Contrato de disponibilidade – Eólica

Ou seja, a usina tem um lastro de 11,9 MWmédio e o otimizador indicará a quantidade a contratar.

Os resultados para diferentes graus de aversão a risco foram:

Grau de Aversão ao Risco		CVaR (MMR\$)	Média (MMR\$)	EC (MMR\$)	% EOL	% Venda
Forte	( $\lambda = 99\%$ )	8,0	10,1	8,0	92%	100%
Moderado	( $\lambda = 50\%$ )	8,0	10,1	9,0	92,7%	100%
Leve	( $\lambda = 25\%$ )	7,9	10,1	9,6	95,4%	100%
Neutro ao Risco	( $\lambda = 0\%$ )	7,8	10,1	10,1	100%	100%

Tabela 14 – Resultados da comercialização individual – Eólica

Com uma lógica análoga ao do caso da PCH, dado o perfil sazonal da eólica, que produz mais em período seco, justamente quando o PLD tende a estar mais alto, o otimizador indica a contratação praticamente completa do contrato de disponibilidade, mesmo quando  $\lambda = 99\%$ .

d) Comercialização do Portfólio – PCH, Biomassa e Eólica

Para o portfólio, adicionamos os seguintes contratos de disponibilidade:

Contratos Candidatos de Disponibilidade (Compra)							
Menu Inicial		Contratos Candidatos		PLD			
				Adicionar Contrato		Excluir Contrato	
Período	Contrato 1		Contrato 2		Contrato 3		
	Teto Ger. (%Lastro)	800%	Teto Ger. (%Lastro)	800%	Teto Ger. (%Lastro)	800%	
	Piso Ger. (%Lastro)	0%	Piso Ger. (%Lastro)	0%	Piso Ger. (%Lastro)	0%	
	CVU (R\$/MWh)	0.00	CVU (R\$/MWh)	0.00	CVU (R\$/MWh)	0.00	
	Cenários de Ger. (GSF)	.\GSF\Vazao_Relatorio_4.csv	Cenários de Ger. (GSF)	.\GSF\Cana_Relatorio_4.csv	Cenários de Ger. (GSF)	.\GSF\Vento_Relatorio_4.csv	
	Preço (R\$/MWh)	Quantidade (MWméd)	Preço (R\$/MWh)	Quantidade (MWméd)	Preço (R\$/MWh)	Quantidade (MWméd)	
Jan-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Feb-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Mar-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Apr-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
May-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Jun-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Jul-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Aug-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Sep-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Oct-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Nov-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	
Dec-13	90.00	18.20	90.00	17.50	90.00	11.90	

Fig. 64 – Contratos de disponibilidade do portfólio

Os resultados para diferentes graus de aversão a risco foram:

Grau de Aversão ao Risco		CVaR (MMR\$)	Média (MMR\$)	EC (MMR\$)	% PCH	% BIO	% EOL	Q <sub>total</sub> Compra	% Venda
Forte	( $\lambda = 99\%$ )	8,2	10,0	8,2	2%	12,4%	69,1%	10,8	100%
Moderado	( $\lambda = 50\%$ )	8,2	10,1	9,13	0%	14,2%	69,0%	10,7	100%
Leve	( $\lambda = 25\%$ )	8,1	10,2	9,6	0%	19,7%	64,2%	11,1	100%
Neutro ao Risco	( $\lambda = 0\%$ )	-3,7	11,3	11,3	0%	100%	100%	29,4	100%

Tabela 15 – Resultados da comercialização do portfólio

Pode-se perceber que, para o mesmo contrato de venda (de 10 MWmédio), o EC do portfólio é sempre maior ou igual ao dos perfis de quando as usinas negociam sozinhas. Isso evidencia o benefício do portfólio.

#### e) Exemplo de Contrato Generalizado

Agora, a fim de exemplificar como funcionam os contratos generalizados na plataforma, vamos substituir o contrato de quantidade padrão, modalidade venda, do exercício anterior por um contrato candidato generalizado, também de venda. Para que este seja equivalente àquele, é necessário criar dois arquivos, um de preços e outro de quantidades, que sirvam de fonte de dados. Assim, o arquivo de preços do contrato generalizado deve ter 12 períodos (linhas) por 2000 cenários (colunas), todos com o valor igual a 200 (R\$/MWh, preço do contrato candidato padrão de venda). O arquivo de quantidades deve ter esse mesmo tamanho, com todos os valores iguais a 10 (MWmédios), conforme fizemos para o contrato de quantidade padrão.

Com esses arquivos em mãos, acessamos a tela de contratos candidatos generalizados de venda e adicionamos um novo contrato, associando em seguida os arquivos de preços e quantidades montados. Não podemos esquecer também de excluir o contrato candidato de quantidade padrão de venda utilizado nas análises anteriores desse estudo de caso.

A tela de contratos candidatos generalizados de venda ficará com a seguinte aparência:

A interface apresenta o título 'Contratos Candidatos Generalizados (Venda)' em uma barra superior marrom. Abaixo, há uma barra de navegação com 'Menu Inicial', 'Contratos Candidatos' (destacado) e 'PLD'. À direita, há dois botões: 'Adicionar Contrato' e 'Excluir Contrato'. O conteúdo principal mostra a configuração de 'Contrato 1' com o campo 'Contratos' selecionado. Abaixo, há dois campos de texto: 'Arquivo de Preços:' com o caminho '\Ps\P\_Gen\_Relatorio\_4.csv' e 'Arquivo de Quantidades:' com o caminho '\Qs\Q\_Gen\_Relatorio\_4.csv'.

Fig. 65 – Contrato candidato generalizado, modalidade venda

Sendo **P\_Gen\_Relatório\_4.csv** e **Q\_Gen\_Relatório\_4.csv** os arquivos de preço e quantidade, respectivamente, montados especialmente para o estudo.

Os resultados são os mesmos da Tabela 15, como não poderia deixar de ser.

#### IV. PRÓXIMOS PASSOS

No próximo quadrimestre, nosso principal foco será integrar o modelo Vento&Vazão aos dados de entrada e saída do Newave. Além disso, testaremos o modelo V&V multivariado com diferentes combinações de usinas para verificar sua robustez e seu desempenho frente a diferentes combinações de fontes renováveis. Em relação à plataforma de comercialização, implementaremos um módulo de análise de sensibilidade da solução ótima de contratação levando em conta a variação dos parâmetros de entrada.

A seguir, veja o cronograma detalhado do quinto quadrimestre:

ATIVIDADES		MESES DE 2012			
		6	7	8	9
5	<b>Quadrimestre 5: Testes do modelo multivariado e estudos de integração com a plataforma de comercialização</b>				
5.1	Adequação das configurações para os cálculos das ENAs no Newave.				
5.2	Testes de robustez do modelo V&V: análise com diferentes combinações de usinas recorrendo ao modelo multivariado integrado à saída do Newave.				
5.3	Análise de contratação de energia considerando os resultados obtidos com o modelo V&V multivariado.				
5.4	Ampliação de possibilidades do modelo V&V (diferenciação dos contratos de disponibilidade entre renováveis e térmicas, por exemplo)				
5.5	Elaboração de novas funcionalidades da plataforma de comercialização (inclusão do parametrizador e do graficador, por exemplo)				
5.6	Ampliação de possibilidades do modelo V&V (criação de uma estrutura de dados em que apareçam as condições iniciais, por exemplo)				
5.5	Versão beta da Integração do modelo V&V com a plataforma de contratação de energia.				
5.6	Apresentação do trabalho em congressos internacionais: GM 2012 e ISMP 2012: Nos artigos serão apresentados os resultados obtidos com a integração dos modelos V&V e de comercialização de energia.				
5.6	Elaboração do Relatório 5				
	<b>ENTREGA DE PRODUTO: Relatório 5</b>				

Fig. 66 – Cronograma de atividades do quinto e do sexto quadrimestre

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] P&D UTE Norte Fluminense\PUC-Rio - Relatório 1: Modelo Estatístico de Vento e Vazão e Especificação de Contratos de Energia.
- [2] P&D UTE Norte Fluminense\PUC-Rio - Relatório 2: Testes do Modelo Vento\Vazão, Definição de Critérios de Risco e Desenvolvimento da Plataforma de Comercialização.
- [3] P&D UTE Norte Fluminense\PUC-Rio - Relatório 3: Extensão Multivariada do Modelo Vento&Vazão e Apresentação da Versão Beta da Plataforma de Comercialização.
- [4] JARAMILL, O.A.; BORJA, M.A.; e HUACUZ, J.M. "Using Hydropower to Complement Wind Energy: a Hybrid System to Provide Firm Power", *Renewable Energy*, n. 29, 2004, pp. 1887-1909.
- [5] COSTA, J.P.; OLIVEIRA, G.C.; e LEGY, L.F.L. "Reduced Scenario Tree Generation for Mid-term Hydrothermal Operation Planning", *Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, 2006. International Conference on PMAPS, junho de 2006, pp. 1-7.
- [6] LÜTKEPOHL, H. *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer-Verlag, 1993.
- [7] HAMILTON, J.D. *Time Series Analysis*. New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- [8] JOHNSON, R. e WICHERN, D. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Prentice Hall, 1992.