P&D UTE Norte Fluminense\PUC-Rio

Relatório 2: Testes do Modelo Vento\Vazão, Definição de Critérios de Risco e Desenvolvimento da Plataforma de Comercialização

Prof. Alexandre Street, *Coordenador*, Prof. Delberis A. Lima, *Gerente*, Prof. Álvaro Veiga, Bianca Amaral, Bruno Fânzeres, Lucas Freire.

Resumo — Os objetivos deste segundo documento são (i) relatar a continuidade dos estudos sobre o modelo Vento\Vazão, que está sendo desenvolvido por meio de diversos testes de robustez e da comparação com modelos usuais, (ii) descrever os critérios de risco que serão implementados como medidas de aversão ao risco na plataforma de comercialização, (iii) mostrar a primeira versão da plataforma com um esquema geral do modelo, algumas funcionalidades básicas e exemplos e (iv) apresentar o programa do curso que será ministrado aos funcionários da Norte Fluminense com o intuito de contextualizá-los acerca da teoria por trás do projeto.

Palavras-chave — contratos de energia, energia renovável, modelagem estatística, otimização, critérios de aversão ao risco.

I. Introdução

Este projeto, iniciado em fevereiro de 2011, tem como finalidade desenvolver uma plataforma de comercialização de energia elétrica no ambiente de comercialização livre. Para isso, consideramos uma modelagem estatística a fim de gerar cenários de vento e vazão correlacionados com o PLD (Preço de Liquidação das Diferenças) que utiliza como variável explicativa a Energia Natural Afluente (ENA) dos reservatórios.

O primeiro dos seis relatórios previstos para os dois anos de projeto versou sobre o trabalho elaborado entre fevereiro e maio de 2011. Nesse período, foram realizadas as seguintes tarefas:

- i) elaboração de um modelo estatístico bivariado para geração de séries sintéticas de vento e vazão;
- ii) desenvolvimento das expressões de renda dos contratos de compra e venda de energia elétrica, para o ambiente de comercialização livre.

Neste segundo relatório, apresentamos testes para avaliar a robustez do modelo Vento\Vazão, os critérios de risco que serão utilizados para auxiliar a tomada de decisão do usuário e simulações com os contratos de energia elétrica implementados na plataforma. Apresentaremos também uma proposta de interface gráfica a ser utilizada pelo usuário da plataforma. O Relatório 2 está dividido em quatro partes: esta seção (Seção I) resume as atividades desenvolvidas no Relatório 1 [7] e introduz as atividades descritas nas próximas seções; na Seção II, voltamos a falar sobre o modelo Vento\Vazão; na Seção III, apresentamos a primeira versão da plataforma de comercialização de energia elétrica; na Seção IV, fazemos uma pequena conclusão do trabalho e descrevemos as próximas etapas do projeto; e, finalmente, em anexo, apresentamos o programa do curso de comercialização.

Na Subseção A da Seção II deste relatório, descrevemos um modelo VARX para vento e vazão ajustado sobre as variáveis transformadas. O modelo apresentado no Relatório 1, ajustado com as variáveis na escala original, apresentou o problema de gerar cenários com valores inválidos. Especificamente, valores negativos para a vazão e para o vento (representado pelo fator de capacidade, *FC*). Uma transformação do tipo "log-razão" foi então utilizada para garantir que os cenários estejam dentro dos intervalos válidos. Na Subseção B, apresentamos o processo de modelagem VARX para essas variáveis. Na subseção C, apresentamos os resultados da simulação e os comparamos com as séries históricas de *FC* e *Vz* através de diversas estatísticas. A Subseção D encerra a Seção II com uma comparação entre a modelagem adotada e três modelos concorrentes: VARX para as variáveis originais e com transformação logarítmica e o modelo tradicional PAR(*p*) adotado pelo Newave da ONS.

Na Subseção A da Seção III, discorremos sobre os critérios de risco a serem utilizados no modelo de otimização de portfólio de contratos, que será alimentado pelo modelo Vento\Vazão. Os critérios de risco apresentados nessa subseção permitirão que usuários com diferentes perfis de aversão ao risco possam utilizar a ferramenta proposta. Em seguida, na Subseção B, falamos sobre como os critérios de risco serão

utilizados no modelo de otimização de contratos, considerando os tipos de contratos, a quantidade de energia disponível para cada tipo de contrato e o balanço de energia da comercializadora na CCEE. Já na Subseção C dessa mesma seção, apresentamos alguns testes do modelo de otimização.

II. MODELO VENTO\VAZÃO

O primeiro relatório apresentou o VARX ajustado para as variáveis vento (representado por FC) e vazão (representado por Vz) na sua escala original, com FC assumindo valores no intervalo [0,1] e Vz no intervalo $[0,\infty)$. Apesar do modelo obtido estar corretamente ajustado sob o aspecto econométrico, ele gera valores inválidos quando utilizado para simular cenários futuros. Claramente, após uma sequência de FCs ou Vzs muito pequenos, há um alta probabilidade da simulação Monte Carlo gerar valores subsequentes negativos.

Para o presente relatório foram analisadas duas transformações. A transformação logarítmica e a transformação Logaritmo da Razão de Chance de forma a gerar valores dentro de um intervalo prédeterminado. A transformação logarítmica resolve o problema da geração de cenários com valores negativos. Porém, acaba por gerar uma maior proporção de valores altos do que a observada na amostra. Em especial, este modelo gera muitos valores acima de 1 para *FC*, o que é tão indesejável quanto o são os valores negativos.

O modelo ajustado com os dados transformados pelo Logaritmo da Razão de Chance foi o que se revelou mais adequado. A qualidade do ajuste é aproximadamente a mesma dos outros dois modelos. Porém, os cenários simulados apresentam uma aderência bastante adequada ao histórico. Além disso, a transformação é tal que os cenários estão sempre dentro do intervalo válido.

Na Subseção A, descrevemos as transformações que serão aplicadas às variáveis, enquanto na Subseção B, desenvolvemos a mesma modelagem que aplica a lei de variância na estimação dos parâmetros, selecionada em [7], para as variáveis transformadas. Já a seção C ilustra os cenários simulados. A seção D apresenta um comparativo entre as principais metodologias aplicadas no desenvolvimento do modelo estatístico.

A. Transformações das variáveis dependentes: Vz e FC

As transformações da escala original das variáveis podem ser bastante úteis na obtenção de resultados estatísticos satisfatórios ou para incorporar ao modelo algumas restrições dos dados. No entanto, deve-se tomar cuidado com algumas mudanças de escala na variável dependente do modelo. As transformações que potencializam as variáveis (quadrado, cubo etc.) devem ser evitadas na variável dependente. Para esta, são recomendadas transformações [3] que, ao contrário, reduzam a variação total, tais como logaritmo ou raiz quadrada.

Uma das nossas variáveis de interesse, o fator de capacidade (*FC*), está representada em valores percentuais e, portanto, é restrita ao intervalo [0,1]. Assim, a transformação deve respeitar essa restrição e gerar um modelo capaz de simular valores consistentes.

A transformação selecionada, para o nosso caso, é conhecida como Logaritmo da Razão de Chance [3]. No seu uso original, a Razão é de Chance é a probabilidade de um evento ocorrer dividida pela probabilidade de não ocorrer. Tipicamente, ela se expressa como, por exemplo, '3 contra 1', querendo dizer que há 3 vezes mais chance de ocorrer algo do que de não ocorrer. Claramente a Razão de Chance é um número no intervalo $[0, \infty)$. Usa-se então logaritmo para obter uma medida no intervalo $(-\infty, +\infty)$.

Neste trabalho, adaptamos essa ideia para o caso de variáveis com valor no intervalo (Min, Max). Seja X uma variável e seja X' a sua transformada. Então,

$$X' = ln\left(\frac{X - Min}{Max - X}\right)$$

Como o fator de capacidade é um percentual da potência nominal, FC deverá ficar entre Min=0 e Max= 100. Logo, a variável FC transformada, denotada FC_t' , será expressa da seguinte forma:

$$FC'_t = \ln\left(\frac{FC_t}{100 - FC_t}\right) \quad ; \quad \forall \ t \in T$$
 (1)

A transformação da variável Vazão (Vz) seguirá o mesmo conceito, porém com um limite diferente. A vazão é uma variável que mede a quantidade de água escoada em m^3/s . Teoricamente não há limite máximo para essa variável; contudo, há algumas considerações físicas que devemos respeitar. Observando os dados históricos, percebemos que a vazão máxima registrada foi igual a 270 [m^3/s]. Dessa forma, atribuímos que há uma vazão máxima de 300 [m^3/s] para o rio que estamos considerando. Assim, a variável Vz transformada será expressa da seguinte forma:

$$Vz'_t = ln\left(\frac{Vz_t}{300 - Vz_t}\right) \quad ; \quad \forall \ t \in T$$
 (2)

Como o que motivou o uso da Razão de Chance nas variáveis dependentes é o fato de termos obtido problemas na simulação, resultando em valores não realistas dessas variáveis, e como as *ENA*s são variáveis exógenas ao modelo, sendo a simulação apenas condicional a elas, essas variáveis sofrerão apenas uma simples transformação logarítmica.

$$SE_t^{'} = ln(SE_t)$$
 ; $S_t^{`} = ln(S_t)$; $NE_t^{`} = ln(NE_t)$; $N_t^{`} = ln(N_t)$; $\forall t \in T$

B. Modelagem estatística - Variáveis Transformadas

O modelo selecionado em [7] produziu resultados superiores em comparação a outras metodologias examinadas, conforme descrito na Subseção D. O modelo com ênfase na heterocedasticidade sazonal identificada, que utiliza o método de mínimos quadrados ponderados (*MQP*) para estimação dos parâmetros, foi selecionado como o mais adequado e será analisado com as variáveis transformadas.

Recordando a estrutura do modelo, cada variável em um mês t, FC ou Vz, representadas a seguir por y_t , é escrita como uma função linear das ENAs dos subsistemas (SE, S, NE e N) de dois meses passados e das variáveis FC e Vz para 12 meses passados.

$$y_{t} = c + \delta_{1,1}SE'_{t} + \delta_{1,2}S'_{t} + \delta_{1,3}NE'_{t} + \delta_{1,4}N'_{t} + \delta_{2,1}SE'_{t-1} + \delta_{2,2}S'_{t-1} + \delta_{2,3}NE'_{t-1} + \delta_{2,4}N'_{t-1} + \cdots \dots + \varphi_{1}FC'_{t-1} + \dots + \varphi_{12}FC'_{t-12} + \theta_{1}Vz'_{t-1} + \dots + \theta_{12}Vz'_{t-12} + a_{t}$$

$$(3)$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t \tag{4}$$

$$h_t = \sigma_{jan}^2 d_{jan} + \sigma_{fev}^2 d_{fev} + \sigma_{mar}^2 d_{mar} + \dots + \sigma_{nov}^2 d_{nov} + \sigma_{dez}^2 d_{dez}$$

$$\tag{5}$$

onde:

 y_t é um vetor que representa a variável transformada FC'_t ou a variável transformada Vz'_t no tempo t; c é uma constante;

 SE'_t , S'_t , NE'_t , N'_t são os logaritmos dos 4 subsistemas ENAs – variáveis exógenas – no tempo t; $\delta_{1\,i}$ são os respectivos coeficientes dos logaritmos das ENAs para $i=1,\ldots,4$, no tempo t; e

 $\phi_m F C'_{t-m} e \; \theta_m V z'_{t-m}$ representam os coeficientes com suas respectivas defasagens da variável dependente transformada e da variável (transformada) cuja relação com a variável dependente será estudada.

De acordo com a equação analisada, essas definições se invertem. Em ambas as equações, as variáveis são inseridas como variáveis independentes ou exógenas onde:

$$m = 1, ..., 12;$$

 σ^2_i é a variância observada nos resíduos no mês $i, \forall i = jan, ..., dez$; e d_i são dummies que identificam o mês $i, \forall i = jan, ..., dez$.

As especificações do modelo incluem, entre outros testes, a avaliação da significância das variáveis e a análise dos resíduos. Como no relatório anterior, mantivemos a especificação mais geral, a despeito de alguns coeficientes não serem significantes. Para o objetivo de gerar cenários, elas causam pouco impacto. Ao mesmo tempo, uma estrutura mais geral para o modelo facilita sua aplicação a outros conjuntos de dados.

a) Especificação – Fator de Capacidade Eólico (FC')

Para ajusta o modelo com as variáveis transformadas, utilizamos o procedimento de estimação descrito no relatório 1. Após 10 iterações, o modelo alcançou a estabilidade dos coeficientes definindo a matriz de pesos formada pelos termos h_t . As estatísticas do modelo apresentaram valores satisfatórios, uma vez que 63% ($R^2 = 0,6311$) das variações ocorridas no log da Razão de Chance (FC') são explicadas pelo modelo. O R^2 ajustado é 0,5958.

A análise dos resíduos se baseia principalmente em três fatores: (i) no resultado do teste de Normalidade de Jarque-Bera realizado sobre os resíduos padronizados, que teve p-valor 0,3278, o que indica que eles podem ser provenientes de uma distribuição Normal (ver Figura 1); (ii) no comparativo anual das sequências de resíduos, mostrando que as variâncias mensais estão equilibradas pelo ajuste do modelo (Figura 2); e, por fim, (iii) nos correlogramas dos resíduos (Figura 3) e dos resíduos ao quadrado (Figura 4), mostrando que os resíduos gerados não possuem autocorrelações significativas e que a série não mais apresenta heterocedasticidade condicional.

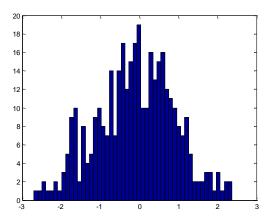


Figura 1: Histograma dos Resíduos - FC'.

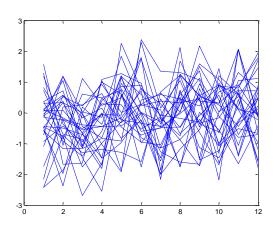


Figura 2: Comparativo Anual dos Resíduos - FC'.

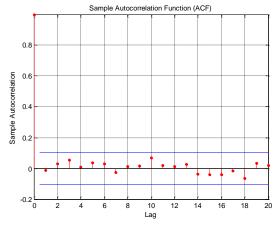


Figura 3: Correlograma para os Resíduos – FC'.

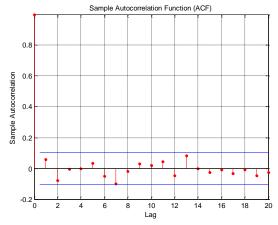


Figura 4: Correlograma para os Quadrados dos Resíduos - FC'.

Com resíduos Normais e ausência de autocorrelação significativa nas séries de resíduos e de resíduos quadrados, podemos concluir que o modelo está bem especificado. Vamos, portanto, realizar o mesmo procedimento para a variável *Vz* no próximo item.

b) Especificação - Vazão (Vz')

Após 9 iterações, a matriz de pesos formada pelos termos h_t foi definida, e 74% ($R^2 = 0.7360$) das variações ocorridas no logaritmo da Razão de Chance (Vz') foram explicadas pelo conjunto das variáveis independentes. $O(R^2)$ ajustado é 0,7108.

O teste de Jarque-Bera realizado sobre os resíduos padronizados teve p-valor 0,0132, portanto, rejeitamos a hipótese de normalidade. Com base na Figura 5, nota-se que possivelmente a cauda mais alongada para a direita não permite que os dados se aproximem de uma distribuição normal. Como melhor descrito em [7], esses dados são *outliers*.

O comparativo anual das sequências de resíduos mostra que as variâncias mensais estão equilibradas (Figura 6). O correlograma dos resíduos (Figura 7) mostra que os resíduos gerados não possuem autocorrelações significativas, e o correlograma dos resíduos ao quadrado (Figura 8) mostra que o efeito de heterocedasticidade condicional não é significativo com o uso da transformação na variável, possivelmente porque amenizou os valores extremos (*outliers*) contidos na série de dados.

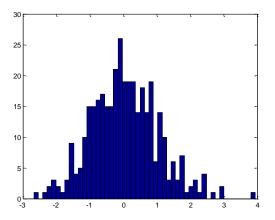


Figura 5: Histograma dos Resíduos - Vz'.

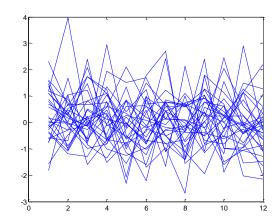


Figura 6: Comparativo Anual dos Resíduos - Vz'.

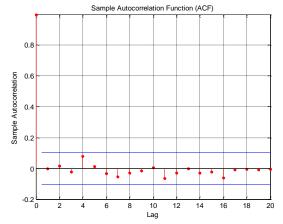


Figura 7: Correlograma para os Resíduos - Vz'.

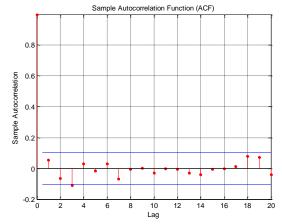


Figura 8: Correlograma para os Quadrados dos Resíduos - Vz'.

Outra vez, temos um modelo bem especificado com a variância equilibrada e ausência de autocorrelação no resíduos e nos resíduos quadrados. O teste de normalidade acusou um desvio que atribuímos a um *outlier*.

c) Análise do modelo conjunto

Para considerar a relação entre as séries, é necessário avaliar também a relação entre os resíduos (Tabela 1 e Tabela 2), pois esse resultado será utilizado mais adiante na geração de cenários conjuntos de FC e Vz.

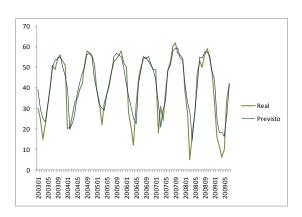
	Resíduos FC'	Resíduos Vz'
Resíduos FC'	$\sigma_{1,1}^2 = 0.9919$	$\sigma_{1,2}^2 = -0.1194$
Resíduos Vz'	$\sigma_{2,1}^2 = -0.1194$	$\sigma_{2,2}^2 = 1.0007$

Tabela 1: Matriz de Covariância Residual ε_t .

	Resíduos FC'	Resíduos Vz'
Resíduos FC'	$r_{1,1}^2 = 1.0000$	$r_{1,2}^2 = -0.1198$
Resíduos Vz'	$r_{21}^2 = -0.1198$	$r_{2a}^2 = 1.0000$

Tabela 2: Matriz de Correlação Residual ε_t .

As figuras a seguir apresentam os últimos 24 dados da série, correspondentes ao período de agosto de 2007 a julho de 2009, reservados para análise de validação. Os valores real e previsto estão expressos na escala original, após sofrerem a transformação inversa. Pode-se notar que algumas previsões fora da amostra para *FC* (Figura 9) não acompanham totalmente as quedas da série real. Inversamente, as previsões para *Vz* (Figura 10) acompanham mal algumas subidas da série.



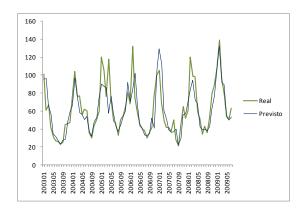


Figura 9: Desempenho do Modelo para FC (a partir de jan/03).

Figura 10: Desempenho do Modelo para Vz (a partir de jan/03).

A média dos módulos dos erros percentuais (MAPE) é alta para *FC*, 40,9%. Esse valor é fortemente influenciado pela observação de março de 2008, que apresenta valor muito abaixo do esperado. Excluída essa observação, o MAPE cai para 23,1%. Para a série *Vz*, o MAPE corresponde a 14,3%. O *R*² no conjunto de validação (Fora da Amostra) para *FC* é 71,5%, enquanto que para *Vz* é 78,1%. Outras medidas de aderência encontram-se na Tabela 3 a seguir. São elas: *MAE – Mean Absolute Error* (erro absoluto médio), *RMS – Root Mean Square* (raiz do erro quadrático médio), *MPE – Mean Absolute Percent Error* (erro percentual médio), *SDPE – Standard Deviation Percentage Error* (desvio-padrão da média porcentual dos erros) e *U* – coeficiente de desigualdade de Theil.

	FC	Vz
MAE	4,663395	9,318308
RMS	6,681527	12,156318
MPE	0,351309	-0,040865
SDPE	0,971123	0,170502
U	0,076903	0,085844

Tabela 3: Medidas de Aderência - Fora da Amostra

As figuras a seguir apresentam os resíduos e os resíduos padronizados contra o valor previsto. Nota-se que os resíduos padronizados apresentam comportamento aleatório em torno do eixo, o que indica que a dependência entre os resíduos e as variáveis explicativas do modelo foi eliminada. Nota-se também que o modelo para Vz concentra os maiores valores do resíduo não padronizado em intervalos de previsão alta, destacando-se o resíduo gerado em fevereiro de 1996. Este comportamento era esperado em função da lei de variância imposta ao modelo, atribuindo uma variância diferente para cada mês. Porém, o interessante é notar que é justamente nos meses mais 'molhados' que a variância é maior com um crescimento praticamente linear. Este fato poderá ser explorado mais tarde neste projeto.

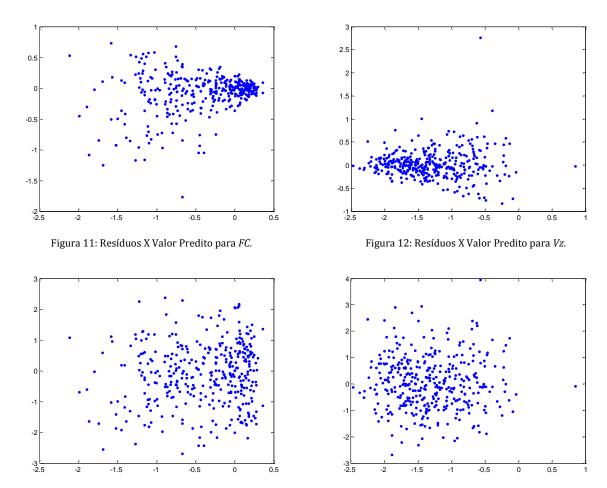


Figura 13: Resíduos Padronizados X Valor Predito para FC.

Figura 14: Resíduos Padronizados X Valor Predito para Vz.

C. Simulação

Para gerar cenários de *FC* e *Vz* integrados às séries de PLD, recorremos a um conjunto de *ENA*s simuladas pelo programa Newave da ONS baseadas nas mesmas séries históricas utilizadas no ajuste do modelo. O Newave gera igualmente cenários de PLD associados aos cenários de *ENA*s que serão utilizadas em análises posteriores. Esse conjunto de dados tem como data inicial o início do horizonte de planejamento do caso relacionado, agosto de 2011, e é composto por 2000 cenários mensais com duração de 4 anos (2012 a 2015) para cada subsistema.

O comportamento anual das series pode ser analisado através do histórico empilhado, onde cada linha representa a trajetória da grandeza ao longo dos 12 meses. As figuras a seguir apresentam o comparativo anual (histórico empilhado da energia afluente) seguida pelas simulações realizadas no Newave dentro do período citado.

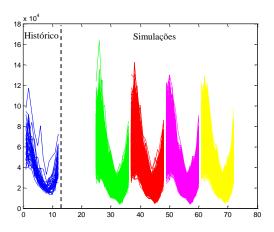


Figura 15: Comparativo Anual + Simulações (2011 a 2015) $\it ENA$ -SE.

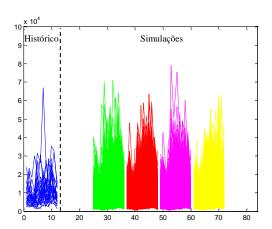


Figura 16: Comparativo Anual + Simulações (2011 a 2015) $\it ENA$ -S.

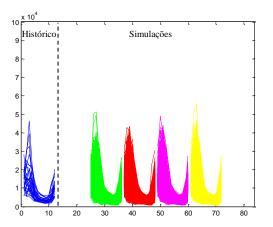


Figura 17: Comparativo Anual + Simulações (2011 a 2015) $\it ENA$ -NE.

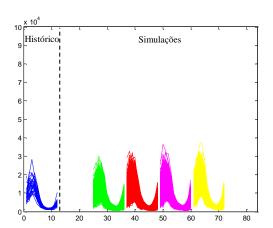


Figura 18: Comparativo Anual + Simulações (2011 a 2015) $\it ENA$ -N.

Utilizando as simulações geradas pelo Newave, e respeitando a correlação entre os resíduos das equações para FC e Vz observada no processo de modelagem, obtivemos as séries sintéticas de FC e Vz dependentes entre si. Graças à transformação utilizada na modelagem, os cenários geram apenas valores válidos após sofrerem a transformação inversa, o que soluciona o problema identificado em [7], por exemplo. Além disso, o diagnóstico do modelo foi bastante satisfatório, seus índices de desempenho serão especificados na seção D em um comparativo mais detalhado.

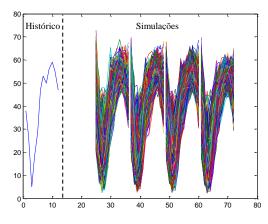


Figura 19: 2000 Simulações - FC.

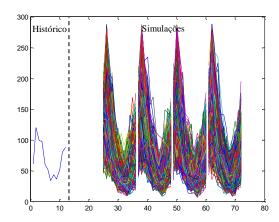
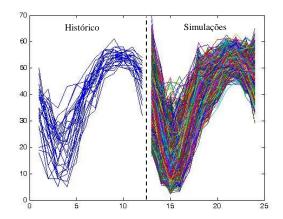


Figura 20: 2000 Simulações - Vz.

Para uma análise mais aproximada, seguem os gráficos que apresentam o comparativo anual entre o histórico empilhado (FC e Vz) e as simulações para o ano de 2015. É possível notar que os cenários simulados conservam as características da evolução anual observada no histórico.



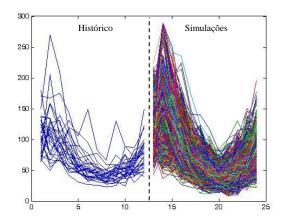


Figura 21: Comparativo anual + Simulação 2015 para FC.

Figura 22: Comparativo anual + Simulação 2015 para $\it Vz$.

D. Comparação entre Metodologias

O modelo NEWAVE é composto por quatro módulos de desenvolvimento: (1) módulo de cálculo de energia do subsistema equivalente; (2) módulo gerador de séries sintéticas; (3) módulo de cálculo da política de operação hidrotérmica; e (4) módulo de simulação da operação. O modulo gerador de séries sintéticas (2) utiliza uma generalização do modelo autorregressivo (AR), o modelo autorregressivo periódico PAR(p). Esse modelo é caracterizado pela variação dos parâmetros no tempo e é capaz de captar a correlação periódica da série. A estrutura dessa metodologia consiste basicamente em orientar um modelo para cada período da série; neste caso, os períodos são descritos pelos meses do ano. O modelo PAR(p) é a forma mais utilizada para processos periódicos, onde a ordem p escolhida varia de acordo com o mês analisado (p_m). Essa metodologia, quando aplicada ao conjunto de dados em avaliação, apresentou resultados inferiores, como demonstrado na tabela a seguir.

			ORDI	EM: p = 1					ORD	EM: p = 2		
	F	С	V	z		s Residuos: rrelação	F	С	V	z	Análise dos Residuos: Autocorrelação	
	R ²	R ² ajustado	\mathbb{R}^2	R ² ajustado	FC	Vz	R ²	R ² ajustado	\mathbb{R}^2	R ² ajustado	FC	Vz
jan	0.114	-0.0564	0.2784	0.1396	não	não	0.1225	-0.0881	0.2829	0.1108	não	não
fev	0.0564	-0.1251	0.2165	0.0658	não	não	0.0858	-0.1336	0.2197	0.0324	não	não
mar	0.3805	0.2613	0.1961	0.0415	não	indicios em res ²	0.4915	0.3695	0.1961	0.0031	não	indicios em res
abr	0.1438	-0.0209	0.2577	0.1149	não	não	0.1438	-0.0617	0.2957	0.1266	não	não
mai	0.4485	0.3424	0.4085	0.2948	indicios em res ²	não	0.4485	0.3161	0.446	0.313	indicios em res ²	não
jun	0.1954	0.0407	0.7504	0.7024	não	não	0.2461	0.0652	0.7743	0.7202	não	indicios em res
jul	0.2255	0.0766	0.2804	0.142	não	não	0.238	0.0552	0.3901	0.2437	não	não
ago	0.1554	-0.007	0.4939	0.3966	indicios em res	não	0.2026	0.0113	0.5136	0.3969	não	não
set	0.2176	0.0671	0.7739	0.7304	não	não	0.2227	0.0362	0.7741	0.7199	não	não
out	0.333	0.2048	0.5964	0.5187	não	não	0.3508	0.195	0.598	0.5015	não	não
nov	0.3428	0.2165	0.479	0.3788	não	não	0.3793	0.2303	0.505	0.3862	indicios em res ²	não
dez	0.3566	0.2328	0.4927	0.3951	não	não	0.3621	0.209	0.5069	0.3886	não	não

Tabela 4: Resultados PAR(p).

Uma vez que o modelo PAR(p) é um conjunto de submodelos, um para cada mês do ano, a quantidade de dados para ajuste de cada um desses submodelos corresponde à quantidade total dividida por doze. No nosso caso, isso significa que temos disponíveis cerca de 30 dados, um para cada ano. Os testes iniciais fixaram a ordem p=1 para todos os meses e, em seguida, p=2. As medidas de ajustes apontam modelos com pouco poder preditivo, com exceção apenas para os modelos desenvolvidos para os meses de junho, setembro e outubro. Também foram encontrados alguns problemas na análise dos resíduos gerados, principalmente na indicação de resíduos autocorrelacionados e indícios de heterocedasticidade condicional autorregressiva, ou efeito ARCH.

A escolha da metodologia teve forte influência da heterocedasticidade sazonal encontrada na análise dos dados. Uma vez selecionada a metodologia, buscou-se a solução para o problema de simulação de valores negativos a partir da avaliação da transformação mais adequada para os dados. Essa etapa

demandou alguns testes empíricos, como é o caso da aplicação da transformação puramente logarítmica nas variáveis de entrada, que restringe os valores simulados a valores estritamente positivos. Essa transformação, porém, pode provocar distorções no comportamento dos cenários simulados, pois gera valores excessivamente altos e a cauda superior fica sobrerrepresentada. A seguir, as medidas de ajuste no período de validação foram calculadas para o modelo com transformação Log e posicionadas ao lado das medidas de ajuste dos modelos analisados anteriormente a fim de facilitar a comparação.

			Modelo com L	ei de Variância	1			
	Variáveis	Originais		ansformadas: og	Variáveis Transformadas: Log Razão			
	FC	Vz	FC	Vz	FC	Vz		
MAE	6,830595	14,461550	4,768410	9,201879	4,663395	9,318308		
RMS	9,715246	17,502270	7,109503	11,762510	6,681527	12,156318		
MPE	0,559295	-0,120447	0,382526	-0,024465	0,351309	-0,040865		
SDPE	12,913005	0,200275	1,036302	0,180772	0,971123	0,170502		
U	0,111025	0,131214	0,081717	0,08184	0,076903	0,085844		

Tabela 5: Comparação entre as Medidas de Aderência - Fora da Amostra.

A tabela a seguir apresenta o comparativo entre os principais modelos desenvolvidos e reforça a escolha do modelo proposto na Subseção B, que ainda apresenta resultados satisfatórios e atende aos requisitos de modelagem e simulação.

		F	С	V	⁷ z		s Residuos: rrelação	Análise de Simulaçã Valores <0	
		\mathbb{R}^2	R ² ajustado	\mathbb{R}^2	R ² ajustado	FC	Vz	FC	Vz
Variávais Originais	Modelo VARX	0.8493	0.8349	0.7225	0.6959	não	indicios em res ²	sim	sim
Variáveis Originais	Modelo com Lei de Variância	0.8404	0.8251	0.7031	0.6747	não	indicios em res ²	sim	sim
Variáveis Transformadas: Log	Modelo com Lei de Variância	0.5109	0.464	0.8289	0.8125	indicios em res ²	não	não	não
Variáveis Transformadas: Log Razão	5: Modelo com Lei de Variância 0.6311 0.5958 0.736 0.7108		não	não	não	não			

Tabela 6: Comparativo entre os principais modelos.

Os modelos também podem ser comparados em relação ao seu desempenho na geração de cenários. A seguir, encontram-se as estatísticas descritivas mais importantes para avaliação da preservação das características mensais das séries históricas ($FC \ e \ Vz$) no montante de cenários simulados. Em um primeiro momento, as estatísticas foram calculadas a partir das séries geradas pelo modelo com lei de variância que utiliza as variáveis em sua forma original. Em seguida, o mesmo procedimento foi aplicado nas séries sintéticas geradas pelo modelo com lei de variância desenvolvido a partir das variáveis transformadas. Dessa forma, os cenários simulados podem ser examinados segundo suas variações mensais entre os modelos propostos.

Estatísticas Descritivas			Período C	Observado (1	976-2008)			Simulações FC 2015 Variáveis Originais							
FC	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	
Janeiro	35.67	7.80	18.00	50.00	31.00	38.00	48.85	33.50	5.51	14.03	49.21	30.09	33.84	42.00	
Fevereiro	26.21	9.05	8.00	42.00	20.50	28.00	38.85	23.90	5.48	0.20	37.95	20.31	24.26	32.43	
Março	19.12	8.43	5.00	35.00	12.25	21.00	31.85	16.08	5.60	-5.44	31.29	12.36	16.42	24.72	
Abril	22.18	9.45	5.00	43.00	13.50	23.00	35.00	16.35	5.48	-7.02	32.74	12.88	16.41	25.05	
Maio	30.91	7.51	14.00	44.00	25.75	31.00	43.85	27.39	5.75	5.93	46.43	23.68	27.66	36.24	
Junho	41.12	4.99	28.00	49.00	38.75	42.00	48.70	38.24	10.82	2.82	74.61	30.83	38.07	55.63	
Julho	46.09	4.98	34.00	54.00	42.00	47.00	53.00	46.10	9.92	15.84	80.25	39.31	45.99	62.77	
Agosto	52.15	3.47	46.00	60.00	49.75	51.00	57.00	50.72	10.69	8.87	97.73	43.78	50.62	68.34	
Setembro	54.45	3.09	48.00	62.00	52.00	55.00	60.55	54.25	8.51	22.47	85.94	48.49	54.16	68.27	
Outubro	54.15	2.24	50.00	59.00	53.00	54.00	57.85	54.66	6.10	35.36	80.58	50.64	54.73	64.56	
Novembro	52.64	2.69	47.00	58.00	51.00	53.00	56.85	50.94	5.35	34.69	69.10	47.33	50.86	59.64	
Dezembro	46.64	4.85	32.00	54.00	45.00	47.00	53.85	43.74	5.86	24.32	62.04	39.87	43.87	53.24	

Tabela 7: Análise Cenários Simulados FC - 2015 - Variáveis Originais.

Estatísticas Descritivas			Período C	Observado (1	976-2008)			Simulações Vz 2015 Variáveis Originais							
Vz	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	
Janeiro	106.06	30.69	61.00	179.00	77.75	105.00	167.85	129.66	24.04	67.60	231.61	112.92	127.54	173.63	
Fevereiro	111.94	45.36	50.00	270.00	76.75	108.00	200.15	122.70	25.61	48.93	227.63	105.13	120.56	168.01	
Março	96.09	32.76	49.00	209.00	75.00	93.00	169.75	106.85	22.50	50.77	199.50	90.37	106.01	144.69	
Abril	79.70	26.29	42.00	143.00	57.75	77.00	129.35	85.09	19.13	24.57	154.98	71.78	84.33	118.00	
Maio	61.76	18.93	31.00	111.00	48.75	57.00	104.05	63.67	22.74	-2.92	144.64	47.87	62.51	101.66	
Junho	54.52	22.76	27.00	149.00	39.00	52.00	92.45	56.70	33.31	-60.33	161.59	34.37	56.69	110.32	
Julho	47.70	14.71	26.00	95.00	39.00	43.00	82.25	46.35	51.17	-131.16	236.34	10.87	46.97	130.76	
Agosto	40.30	11.55	23.00	75.00	31.75	38.00	64.95	40.24	29.46	-51.66	159.55	20.57	39.93	88.06	
Setembro	48.45	20.16	21.00	130.00	35.00	46.00	86.05	44.22	27.03	-40.48	141.14	26.68	44.92	88.47	
Outubro	52.30	15.32	24.00	89.00	42.00	49.00	86.20	52.21	19.27	-3.15	140.17	39.13	51.74	85.07	
Novembro	59.85	13.98	30.00	87.00	48.00	60.00	83.40	64.95	17.73	10.41	148.17	52.85	64.11	94.15	
Dezembro	77.70	24.64	40.00	149.00	59.50	76.00	121.55	89.05	21.05	29.43	167.03	74.18	89.20	123.27	

Tabela 8: Análise Cenários Simulados Vz - 2015 - Variáveis Originais.

Estatísticas Descritivas			Período (Observado (1	976-2008)			Simulações FC 2015 Variáveis Transformadas							
FC	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	
Janeiro	35.67	7.80	18.00	50.00	31.00	38.00	48.85	42.24	10.00	16.81	69.83	36.94	42.70	58.65	
Fevereiro	26.21	9.05	8.00	42.00	20.50	28.00	38.85	24.24	8.69	5.67	50.61	17.75	23.60	38.97	
Março	19.12	8.43	5.00	35.00	12.25	21.00	31.85	15.28	7.16	2.28	46.46	9.91	14.20	28.50	
Abril	22.18	9.45	5.00	43.00	13.50	23.00	35.00	18.36	7.76	3.26	47.10	11.95	17.53	32.22	
Maio	30.91	7.51	14.00	44.00	25.75	31.00	43.85	28.29	6.37	10.86	49.65	23.74	27.94	39.33	
Junho	41.12	4.99	28.00	49.00	38.75	42.00	48.70	39.16	5.81	21.12	59.83	35.05	38.79	49.66	
Julho	46.09	4.98	34.00	54.00	42.00	47.00	53.00	43.66	5.19	29.09	59.01	39.90	43.96	52.02	
Agosto	52.15	3.47	46.00	60.00	49.75	51.00	57.00	48.21	3.91	34.99	60.94	45.62	48.37	54.30	
Setembro	54.45	3.09	48.00	62.00	52.00	55.00	60.55	52.83	3.07	41.75	62.45	50.82	52.89	57.87	
Outubro	54.15	2.24	50.00	59.00	53.00	54.00	57.85	53.19	2.82	43.75	63.07	51.25	53.15	57.86	
Novembro	52.64	2.69	47.00	58.00	51.00	53.00	56.85	50.02	3.44	39.28	61.99	47.70	50.00	55.86	
Dezembro	46.64	4.85	32.00	54.00	45.00	47.00	53.85	46.21	5.68	29.29	64.99	42.22	46.34	55.84	

Tabela 9: Análise Cenários Simulados FC – 2015 – Variáveis Transformadas.

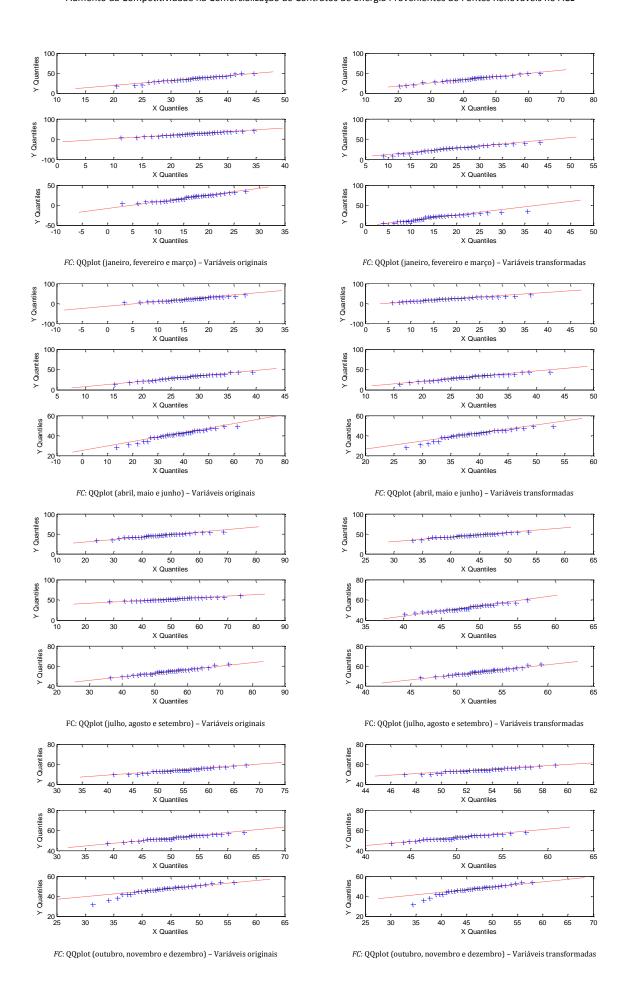
Estatísticas Descritivas			Período C	Observado (1	976-2008)			Simulações Vz 2015 Variáveis Transformadas							
Vz	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	Média	Desvio	Minimo	Máximo	Q.25%	Mediana	Q.95%	
Janeiro	106.06	30.69	61.00	179.00	77.75	105.00	167.85	127.52	31.61	42.14	220.35	104.51	126.02	181.25	
Fevereiro	111.94	45.36	50.00	270.00	76.75	108.00	200.15	138.97	45.23	35.17	288.60	106.75	136.59	212.56	
Março	96.09	32.76	49.00	209.00	75.00	93.00	169.75	112.73	31.25	41.55	249.70	91.31	109.71	169.72	
Abril	79.70	26.29	42.00	143.00	57.75	77.00	129.35	92.84	28.44	26.24	235.94	71.55	89.85	144.17	
Maio	61.76	18.93	31.00	111.00	48.75	57.00	104.05	67.14	17.11	22.18	172.82	55.19	66.07	98.39	
Junho	54.52	22.76	27.00	149.00	39.00	52.00	92.45	56.06	17.71	12.59	140.51	43.63	54.08	87.91	
Julho	47.70	14.71	26.00	95.00	39.00	43.00	82.25	45.08	14.00	11.69	117.97	34.85	43.44	70.37	
Agosto	40.30	11.55	23.00	75.00	31.75	38.00	64.95	38.94	10.69	13.59	85.23	31.10	38.06	57.72	
Setembro	48.45	20.16	21.00	130.00	35.00	46.00	86.05	43.03	15.46	8.23	102.07	31.65	42.04	70.52	
Outubro	52.30	15.32	24.00	89.00	42.00	49.00	86.20	51.16	17.82	9.16	130.40	38.45	49.63	83.76	
Novembro	59.85	13.98	30.00	87.00	48.00	60.00	83.40	61.33	19.59	18.55	148.70	47.10	58.24	98.14	
Dezembro	77.70	24.64	40.00	149.00	59.50	76.00	121.55	76.03	23.39	22.30	194.79	58.73	73.70	117.21	

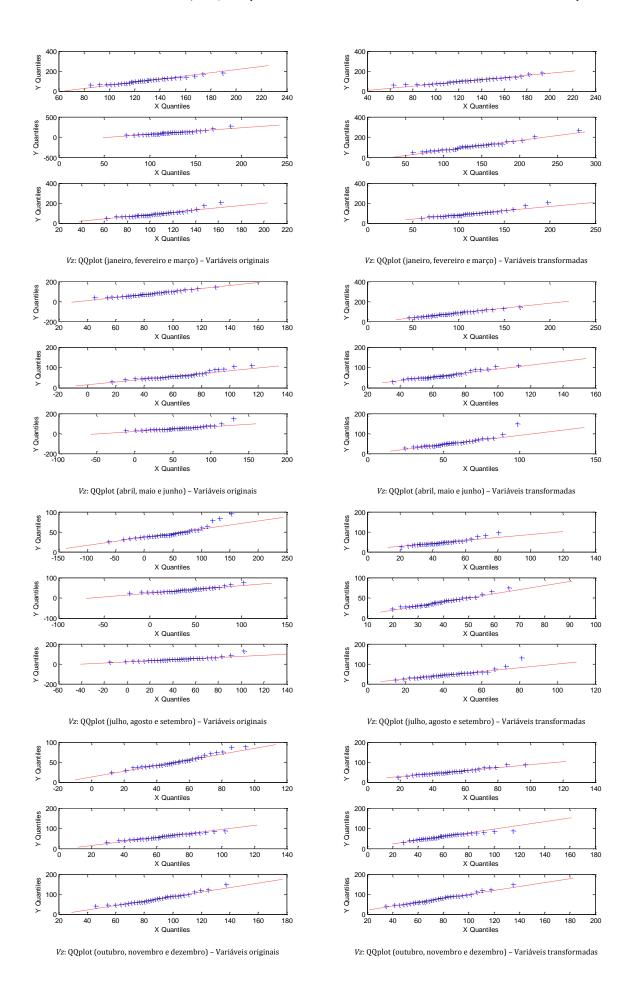
Tabela 10: Análise Cenários Simulados Vz – 2015 – Variáveis Transformadas.

A comparação entre os modelos quanto à forma das variáveis de entrada, indica que ambos apresentam boa qualidade de ajuste e simulação. Além da correção do problema de geração de valores negativos, o modelo com o uso de variáveis transformadas ainda apresentou alguma melhoria nos itens: (i) mínimo e desvio-padrão para a simulação de FC e (ii) mínimo e Q.95% para a simulação de Vz.

O gráfico quantil-quantil plot ou QQplot é utilizado para determinar se dois conjuntos de dados pertencem à mesma distribuição de probabilidades. É um método gráfico para comparar duas distribuições de probabilidade traçando seus quantis uns contra os outros. Se as duas distribuições são similares, os pontos no gráfico QQ estarão aproximadamente sobre a linha y = x.

Um gráfico QQ é usado para comparar as formas de distribuição, proporcionando uma visualização gráfica de como propriedades tais como localização, escala e assimetria são semelhantes ou diferentes nas duas distribuições. Esse é o caso dos gráficos a seguir, que comparam as formas de distribuição dos dados históricos das séries *FC* e *Vz* com a distribuição das séries sintéticas geradas pelos modelos citados. O principal objetivo dessa validação é garantir que os pressupostos e as simplificações adotadas do sistema real sejam razoáveis e resultem em cenários simulados confiáveis.





Como podemos observar, os gráficos da esquerda, relativos às variáveis transformadas, corrigem alguns desvios mais pronunciados observados nos gráficos da direita, principalmente nos extremos. Uma possível exceção para o mês de setembro onde houve uma amplificação do desvio com relação à reta x=y para valore s altos.

III. PLATAFORMA DE COMERCIALIZAÇÃO

Neste segundo quadrimestre, iniciamos o desenvolvimento da plataforma de comercialização, foco desta seção. Antes de mais nada, na Subseção A, definimos os critérios de risco que serão implementados no modelo de otimização de portfólio, contextualizando a sua importância e mostrando diferentes formas de representação do risco para o comercializador. Em seguida, na Subseção B, fazemos uma breve revisão dos contratos de comercialização de energia que foram extensivamente descritos no relatório anterior [7] e apresentamos uma nova formulação do Contrato de Disponibilidade. Na Subseção C, definimos alguns dos aspectos mais importantes da plataforma, integrando o que já foi desenvolvido no primeiro quadrimestre ao que relatamos aqui. Ainda nessa subseção, apresentamos um esquema do processo de otimização realizado por essa mesma plataforma e discorremos sobre as ferramentas computacionais que serão utilizadas em seu desenvolvimento. Por fim, na Subseção D, apresentamos alguns exemplos para ilustrar a funcionalidade da plataforma, mostrando como inserir dados de entrada e obter alguns dos resultados da otimização.

A. Definição dos critérios de risco a serem implementados no modelo de otimização de portfolio

O problema de seleção da carteira ótima de contratos de energia consiste na escolha de ativos que desencadearão receitas futuras estocásticas. Essa natureza aleatória acarreta um problema nada trivial, pois cada possibilidade de carteira proporciona muitos, se não infinitos, cenários de fluxos de caixa futuros. Tais cenários podem ser caracterizados por uma sequência de distribuições de probabilidade, uma para cada período de contrato, que, em geral, são dependentes entre si. Dessa forma, a utilização de um problema de otimização a fim de encontrar a melhor carteira de ativos exige que seja possível expressar a preferência entre elas de maneira analítica.

Tradicionalmente, os economistas abordam esse problema através da axiomatização de propriedades que as preferências devem ter para serem consideradas racionais. Em função desses axiomas, é possível estabelecer formas funcionais que as preferências podem exibir. O caso mais clássico é a Teoria da Utilidade Esperada [4]. Na prática, porém, essa teoria pouco contribuiu para a tomada de decisão de agentes financeiros, pois é difícil para empresas especificarem uma função utilidade. Destacamos [10] para uma discussão relevante em torno da aplicabilidade da Teoria de Utilidade Esperada e medidas de risco em decisões financeiras. Algumas maneiras práticas de resolver esse problema são apresentadas em [9] e [11].

Em busca de uma solução pragmática e consistente, a análise de risco ganhou espaço entre os agentes financeiros, que passaram a defini-lo em termos de perdas financeiras ou a distância em relação a uma determinada meta. Nesse sentido, o uso de medidas de risco passou a caracterizar a abordagem preferencial desses agentes e voltou os holofotes da academia para o estudo das suas propriedades e para as escolhas decorrentes do seu uso. Muitas medidas de risco foram utilizadas desde o trabalho inicial de Markowitz [5]. Originalmente, esse trabalho recorria ao desvio padrão da distribuição dos retornos de uma carteira de ativos financeiros para expressar o risco que ela continha. Posteriormente, muitas outras medidas de risco foram propostas com diversos intuitos. A semivariância [6], por exemplo, foi a primeira tentativa de levar em conta a assimetria das distribuições e caracterizar como risco apenas os desvios negativos; posteriormente, surgiu o VaR (Value at Risk) [2], que visa quantificar o valor da perda financeira que não é excedida por um determinado nível de significância; mais recentemente, foi criado o CVaR (Conditional Value-at-Risk) [8][12], que expressa o valor esperado das perdas condicional aos eventos de perdas que superam o VaR.

Em especial, o CVaR tem recebido bastante atenção na última década, tanto pelos acadêmicos quanto pela indústria. Os principais motivos para esse recente interesse são: (i) a sua interpretação econômica intuitiva, que permite que o CVaR, com uma ligeira redefinição, possa ser entendido como medida de valor [12], (ii) o seu enquadramento como medida coerente de risco, caracterizada por quatro propriedades desejáveis [1] e, por fim, (iii) a sua forma funcional escrita como um problema de programação matemática convexo, o que proporciona uma grande vantagem algorítmica, pois não interfere na convexidade de problemas convexos ao considerarmos tal medida como métrica de otimização [8].

O CVaR, por ser uma medida de risco, é tradicionalmente definido como a média dos $(1-\alpha)100\%^1$ piores (maiores) cenários de perdas financeiras [8]. Entretanto, assim como em [12], vamos considerá-lo um funcional de valor para distribuições de renda ou lucro, já que o lucro da comercialização de energia é o foco do nosso estudo neste projeto. Nesse sentido, podemos definir o CVaR como a média dos $(1-\alpha)100\%$ piores (menores) cenários de renda ou lucro. Na figura a seguir, ilustramos o CVaR para uma distribuição contínua de renda líquida.

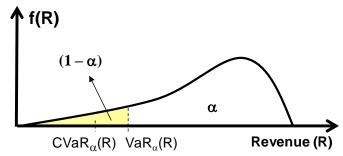


Figura 23: CVaR e VaR redefinidos para uma densidade de probabilidade de receita.

Assim, para uma distribuição de renda líquida genérica R, caracterizada pelos respectivos pares de cenários e probabilidades $\{R_s, p_s\}_{s=1}^S$, o CVaR de $\alpha 100\%$ pode ser obtido através do seguinte problema de programação linear:

$$CVaR_{\alpha}(\tilde{R}) = \max_{z,\delta} z - \frac{1}{(1-\alpha)} \sum_{s=1}^{s} p_{s} \delta_{s}$$
 (6)

sujeito a:
$$\delta_{s} \geq z - R_{s}, \quad \forall s = 1, ..., S$$

$$\delta_{s} \geq 0, \quad \forall s = 1, ..., S.$$
 (8)

$$\delta_s \ge 0, \quad \forall s = 1, \dots, S.$$
 (8)

Como leitura complementar, destacamos a referência [12]. Nesse artigo, o Remark 3 apresenta uma interpretação bastante pragmática e objetiva para a preferência de um agente que busca otimizar o CVaR. O principal conceito que deve ser extraído desse trecho, para justificar o uso do CVaR como medida de risco, pode ser descrito da seguinte forma: em um contexto onde uma variável aleatória que tenha o significado do valor de um projeto é analisada, o CVaR é a medida do pior valor que esse projeto pode ter. Assim, um investidor avesso a risco que aposte em tal projeto cria um valor pessimista de referência para o seu resultado - VaR ou quantil de 5%, por exemplo - e somente se arrepende do investimento caso o futuro que se realize proporcione um valor pior do que a referencia com a qual contava. Nesse caso, para cada unidade abaixo da referência, tal investidor exibe um decréscimo marginal de satisfação de (1- α)⁻¹. Entretanto, para os casos em que o futuro se realize de maneira satisfatória, ou seja, acima do resultado de referência, o investidor não conta com tal sorte para especificar, ou precificar, o projeto e, portanto, utiliza o mesmo valor de referência para fins de tomada de decisão.

Em vista das mencionadas virtudes do CVaR, julgamos que esse funcional, definido conforme (6)-(8), é a melhor opção hoje disponível na literatura para medir o valor pessimista de segurança de um determinado projeto. Assim, ao limitarmos o CVaR da receita a um recebimento mínimo, é possível garantir uma alta probabilidade (definida pelo usuário através do parâmetro α , tipicamente entre 0.95 e 0.99) de que esse limite não seja ultrapassado.

No caso multiperíodo, foco deste relatório, o controle do risco deve ser realizado não somente em relação ao total acumulado do resultado financeiro, mas também sobre cada período. Isso porque as empresas têm capacidade de endividamento finita para cobrir resultados negativos. Nesse sentido, diversas abordagens podem ser utilizadas a fim de controlar o risco financeiro quando as decisões apresentam consequências em mais de um período. Essas abordagens serão listadas a seguir supondo um horizonte de tempo de T períodos em que uma função de renda líquida estocástica genérica, dada por $\{\tilde{R}_t(x)\}_{t=1}^T$, é decorrente das decisões de comercialização representadas pelo vetor de decisões x. Em todos os exemplos a seguir, assumiremos que o processo estocástico (sequência temporal de variáveis

15

¹ Tendo como valor típico entre 1% e 5%.

aleatórias) realiza um conjunto de cenários discreto e finito com probabilidades conhecidas: $\{R_{ts}(\mathbf{x}), p_s\}_{t,s=1}^{T,S}$.

a) Restrição de CVaR mínimo por período

Este caso se justifica toda vez que a política de risco da empresa não deseja contar com os lucros acumulados de períodos anteriores para garantir o resultado mínimo por período exigido. Assim, aplicamos uma restrição de CVaR para cada período da seguinte forma:

$$CVaR_{\alpha}\left(\tilde{R}_{t}(\mathbf{x})\right) \geq R_{t}^{min}, \quad \forall t = 1, ..., T.$$
 (9)

b) Restrição de CVaR acumulado mínimo por período

Este caso se justifica toda vez que a política de risco da empresa deseja contar com os lucros acumulados, já descontados os dividendos distribuídos no início de cada período (\widetilde{D}_t) , para garantir o resultado mínimo exigido por período. Essa política deve ser aplicada ao caixa da empresa ou da área de comercialização. Assim, utilizamos uma restrição de CVaR sobre o caixa (\widetilde{C}_t) para cada período da seguinte forma:

$$\tilde{C}_t = \tilde{C}_{t-1} + \tilde{R}_t(x) - \tilde{D}_t, \qquad \forall \ t = 1, \dots, T$$
(10)

$$CVaR_{\alpha}(\tilde{C}_t) \ge R_t^{min}, \quad \forall t = 1, ..., T.$$
 (11)

Neste caso, faz-se necessário definir uma política de distribuição de dividendos para definir o valor \widetilde{D}_t de cada período.

c) Restrição de CVaR no pior resultado dentro do período

Esta política é a mais pessimista em relação às anteriores, pois restringe o pior resultado dentro do horizonte temporal. Ela pode ser conjugada com as anteriores, mas o resultado mínimo exigido deve ser calibrado de maneira diferenciada, pois consiste no pior caso dentro do horizonte e não mais no resultado de cada período. Nesse caso, teremos apenas uma restrição que envolverá todos os períodos.

$$CVaR_{\alpha}\left(\min_{\mathbf{t}\in\{1,\dots,T\}}\{\tilde{R}_{t}(\mathbf{x})\}\right) \ge R^{min}, \qquad \forall \ t=1,\dots,T.$$

$$\tag{12}$$

Outro meio de considerar a aversão a risco na tomada de decisão é incluir o CVaR na função objetivo. Nesse caso, a relevância do CVaR na função objetivo pode ser conjugada com a do valor esperado incondicional por meio de uma combinação convexa entre ambos. De acordo com [12], se um agente toma suas decisões de modo a maximizar o CVaR da decisão resultante, este pode ser entendido como o Equivalente Certo (EC) do agente. O EC de uma distribuição de renda pode ser definido como o menor valor financeiro (determinístico) que um agente estaria disposto a trocar por essa distribuição, ou seja, o valor determinístico de indiferença com o fluxo incerto. Como o CVaR de um montante determinístico assume o valor do próprio montante, então, o Equivalente Certo (EC(\widetilde{R}) em R\$) de uma distribuição de renda genérica, \widetilde{R} , pode ser encontrado através da seguinte relação: $\text{CVaR}_{\alpha}\left(\text{EC}(\widetilde{R})\right) = \text{CVaR}_{\alpha}(\widetilde{R})$, que resulta em $\text{EC}(\widetilde{R}) = \text{CVaR}_{\alpha}(\widetilde{R})$. Como a combinação convexa entre o CVaR e o valor esperado da renda líquida possui unidade monetária, a seguinte métrica pode ser utilizada como função objetivo:

d) Métrica de otimização baseada no Valor Presente das combinações entre CVaR e valor esperado de cada período

$$EC(\{\tilde{R}_t(\boldsymbol{x})\}_{t=1}^T) = \sum_{t=1}^T \left[\frac{\lambda \cdot CVaR_\alpha(\tilde{R}_t(\boldsymbol{x})) + (1-\lambda) \cdot \mathbb{E}(\tilde{R}_t(\boldsymbol{x}))}{(1+K)^t} \right]. \tag{13}$$

Esta medida, valor presente do fluxo de equivalentes certos ao longo do horizonte, envolve o custo de capital livre de risco K (em % equivalente por período) do agente e o parâmetro de aversão a risco

 $\lambda \in [0,1]$. Esse parâmetro define a proporção da função objetivo que será destinada ao CVaR e ao valor esperado de cada período, onde $\lambda = 1$ significa 100% avesso a risco e $\lambda = 0$, totalmente neutro a risco. Essa métrica pode ser entendida como o Equivalente Certo do fluxo financeiro e, assim, a expressão (13) pode ser otimizada e conjugada com os critérios de restrição de risco anteriormente descritos.

A plataforma de comercialização ótima de energia renovável contemplará todas essas opções, (a)-(d). O usuário poderá selecionar o valor de λ , os valores de resultado mínimo de cada período R_t^{min} e os critérios que deseja utilizar. Diferentes conjugações dos parâmetros e critérios definem diferentes perfis de risco. A plataforma permitirá que o usuário verifique as estatísticas dos resultados financeiros após a otimização para que seja possível constatar os efeitos de cada critério.

B. Revisão dos contratos de comercialização de energia

Apresentamos a seguir uma breve revisão das expressões de renda dos contratos de comercialização de energia que foram discutidos no Relatório 1.

Contratos de Quantidade Padrão

$$R_{i,t,s}^Q = P_{i,t,s} \cdot Q_{i,t,s}. \tag{14}$$

Sendo:

 $Q_{i,t,s}$ – Quantidade de energia do contrato i sazonalizada no período t no cenário s (em MWh); $P_{i,t,s}$ – Preço da energia contratada através do contrato i no período t no cenário s (em R\$/MWh).

Contratos de Quantidade com cláusulas de Take or Pay (ToP)

Mesma expressão de renda dos contratos de quantidade padrão, porém a quantidade a ser entregue é decisão do consumidor, que pode escolher consumir entre um Q^{max} e um Q^{min} . Como um consumidor pode também comprar e vender energia no curto prazo, a decisão de consumo passa a ser função do preço de liquidação de diferenças (PLD). Isso porque toda vez que o PLD $(\pi^{sub_i}_{t,s})$ estiver acima do preço de contrato $(P^{TOP}_{i,t})$, o consumidor ganha dinheiro consumindo o máximo e, eventualmente, revendendo o excesso no curto prazo a um preço superior ao de compra. Caso contrário, o consumidor minimiza seus custos comprando no curto prazo um eventual déficit a um preço inferior ao de contrato.

$$Q_{i,t}(\pi_{t,s}^{sub_i}) = \begin{cases} Q_{i,t}^{max}, & \pi_{t,s}^{sub_i} \ge P_{i,t}^{ToP}; \\ Q_{i,t}^{min}, & \pi_{t,s}^{sub_i} < P_{i,t}^{ToP}. \end{cases}$$
(15)

Sendo:

 $\pi^{sub_i}_{t,s}$ – Preço spot (em R\$/MWh) do submercado onde está localizado o contrato i no período t;

 $Q_{i,t}^{max}$ – Quantidade de energia máxima contratada (MWh) em contratos de venda de quantidade ToP do contrato i no período t;

 $Q_{i,t}^{min}$ – Quantidade de energia mínima contratada (MWh) em contratos de venda de quantidade ToP do contrato i no período t;

 $P_{i,t}^{ToP}$ – Preço da energia contratada (R\$/MWh) por meio do contrato i, no contrato de venda de quantidade ToP, no período t;

Contratos de Quantidade baseados no PLD com piso e teto

Mesma expressão de renda dos contratos de quantidade padrão, porém o preço a ser pago pela energia a ser entregue é função do preço de liquidação de diferenças (PLD).

$$P_{i,t}(\pi_{t,s}^{sub_i}) = \begin{cases} \pi_{i,t}^{max}, & \pi_{t,s}^{sub_i}(1+a_i) \ge \pi_{i,t}^{max}; \\ \pi_{t,s}^{min}, & \pi_{t,s}^{sub_i}(1+a_i) \le \pi_{i,t}^{min}; \\ \pi_{t,s}^{sub_i}(1+a_i), & \pi_{i,t}^{min} \le \pi_{t,s}^{sub_i}(1+a_i) \le \pi_{i,t}^{max}. \end{cases}$$
(16)

 a_i – Valor do ágio aplicado sobre o preço spot (em %) do submercado onde foi firmado o contrato i. $\pi_{i,t}^{max}$ – Preço *spot* teto (R\$/MWh) do contrato *i* no período *t*; $\pi_{i,t}^{min}$ – Preço *spot* piso (R\$/MWh) do contrato *i* no período *t*.

Contratos de Disponibilidade

Contratos de disponibilidade funcionam como contratos de aluguel em que o comprador paga um valor mensal a uma dada usina geradora pelo direito de comercializar todo ou parte do seu lastro. No caso de usinas térmicas, nas ocasiões em que o preço spot supera o valor do custo variável unitário (CVU) estabelecido no contrato, o comprador deve reembolsar o gerador pelo custo variável incorrido com a geração acima de G_i^{min} . Contudo, em contratos com renováveis, o CVU é considerado zero e o custo do contrato para o comprador passa a ser apenas o custo fixo mensal. Além disso, existe a possibilidade de limitar a entrega de energia por meio de um piso e um teto definidos em contrato. Assim, o gerador assume o risco de ir ao mercado de curto prazo caso a sua geração seja menor que o piso. Em contrapartida, nos casos em que a geração é maior que o teto, o excedente aparece como renda extra, pois o gerador o liquida no mercado spot. Devido a essa característica particular das fontes renováveis, o contrato de disponibilidade foi modificado em relação ao relatório anterior a fim de adequá-lo melhor aos tipos de fonte a que este trabalho se dedica. Inicialmente, vamos considerar que os contratos de disponibilidade estão disponíveis apenas para compra. Nesse caso, a compra de um contrato i de disponibilidade proporciona um custo no período t e cenário s de:

$$C_{its}^D = Q_{it}^D \cdot P_{it}^D. \tag{17}$$

E o comprador então recebe a energia gerada pela usina, limitada por um máximo e mínimo:

$$G_{i,t,s}^{D,F} = \begin{cases} G_i^{max}, & G_{i,t,s}^{D,F} > G_i^{max} \\ G_i^{min}, & G_{i,t,s}^{D,F} < G_i^{min} \\ G_{i,t,s}^{D,F}, & G_i^{min} \le G_{i,t,s}^{D,F} \le G_i^{max}. \end{cases}$$
(18)

Sendo:

 $Q_{i,t}^D$ – Quantidade de energia do contrato i, no período t, na modalidade disponibilidade (em MWh); $P_{i,t}^D$ – Preço do contrato i no período t na modalidade disponibilidade (em R^*/MWh); $G_{i,t,s}^{D,F}$ – Geração da usina (em MWh) associada ao contrato i de disponibilidade no instante t e cenário s; G_i^{max} – Teto de entrega de energia associado ao contrato i (em R^*/MWh); G_i^{min} – Piso de entrega de energia associado ao contrato i (em R^*/MWh);

C. Especificação do modelo de otimização de portfolio geral

O principal objetivo deste projeto é criar uma metodologia de comercialização ótima de energia de fontes renováveis. Para tanto, é necessário desenvolver um modelo de otimização a fim de definir a quantidade ótima dos contratos candidatos a serem comercializados. A compra/venda de novos contratos deve considerar os contratos existentes da comercializadora e o tempo de vigência de cada um.

Além desse modelo matemático de otimização, é essencial especificar uma metodologia estatística capaz de capturar a correlação existente entre as duas principais fontes de incerteza de energia renovável, Vento e Vazão, relacionando-as com o preço spot. Com essa metodologia, a comercializadora é capaz de gerar cenários de Fator de Capacidade Eólico e Vazão associados às empresas de geração relacionadas aos contratos e combinar os resultados com os fatores de risco de modo a utilizá-los na otimização do portfolio. Em [7], apresentamos um modelo estatístico multivariado com variáveis externas que é capaz de capturar a correlação desejada entre Vento e Vazão, relacionando-os com o preço spot através das ENAs. Séries simuladas desses fatores de risco foram construídas, ilustrando a sazonalidade de cada uma e a

complementaridade existente entre elas. Neste relatório, na Seção II, realizamos uma bateria de testes de robustez a fim de avaliar a metodologia sob diferentes ambientes, comparando os resultados obtidos com outros modelos tradicionais utilizados atualmente.

De posse das expressões matemáticas dos contratos, da definição do critério de risco a ser adotado pela comercializadora e da simulação de cenários conjuntos de FC e VZ casados com o preço spot, o modelo de programação matemática pode, de maneira geral, ser representado da seguinte maneira:

maximizar [medida de valor (EC) aplicada à renda líquida de comercialização (Subseção A)] sujeito a:

"Conjunto de Restrições de Risco (Subseção A)"

"Conjunto de Restrições que define a renda líquida da comercialização de contratos [7]"

"Restrição de Balanço de Energia [7]"

A plataforma de comercialização terá telas distintas, em que o usuário poderá manipular todos os parâmetros necessários para a otimização e formação ótima da carteira. Após o término da otimização, a plataforma vai gerar resultados financeiros e energéticos, além de gráficos temporais da evolução dos contratos e do portfólio da comercializadora, entre outros resultados relevantes para a tomada de decisão do agente comercializador.

D. Testes do modelo de otimização para validação

Visando facilitar o acesso do usuário à plataforma de comercialização, propomos desenvolver a interface em MS Excel®/VBA. Em apenas uma pasta de trabalho, o usuário será capaz de inserir quantos contratos desejar, manipulando os parâmetros dos diferentes tipos de contrato, ou carregá-los de um endereço especificado; alterar os parâmetros de risco e o tipo de critério que será adotado na otimização; escolher o período e o número de cenários da análise; além de definir outros parâmetros importantes. Na Figura 24, apresentamos uma proposta da interface a ser utilizada pela plataforma.



Figura 24: Tela inicial da plataforma para otimização de contratos.

O registro dos dados de contratos se faz por tipo de contrato, separando-se os contratos de compra e venda de cada tipo, tanto para contratos existentes (já firmados) quanto para contratos candidatos (oportunidades de compra/venda antes da tomada de decisão). A Figura 25 ilustra dados de dois contratos candidatos de compra de Quantidade Padrão.



Figura 25: Tela de contratos candidatos de Quantidade Padrão de compra.

Após a otimização, serão apresentados, em outra planilha, todos os resultados dessa otimização, entre eles: a quantidade ótima a ser comercializada de contratos candidatos em conjunto com os contratos existentes, resultados financeiros e energéticos da otimização, gráficos das decisões da comercializadora ao longo do período de análise e outras saídas importantes para a tomada de decisão do agente.

A título de exemplo, foram realizados alguns experimentos de compra e venda de contratos. Em todos os casos, tanto os valores de preços de contratos e de PLD quanto os valores de quantidades de contratos foram considerados *flat*, isto é, não existe sazonalização desses valores ao longo do período de análise. Dessa forma, ficam mais intuitivos os resultados gerados pelo otimizador.

Vale ressaltar também que, em todos os exemplos, consideramos os preços dos contratos de disponibilidade menores do que os preços dos contratos de venda e PLD a fim de viabilizar as oportunidades de compra dos contratos de disponibilidade. Outro ponto importante é que os contratos de disponibilidade só existem para compra, pois partimos do princípio que a comercializadora não possui geração própria. Foram utilizados 3 cenários de geração para cada contrato de disponibilidade (em percentual da quantidade contratada): série 1, 70%; série 2, 70% e série 3, 130%.

Para todos os estudos de caso realizados, foram fixados os tipos de contratos (oportunidades de compra/venda), variando apenas os preços e quantidades, a fim de analisar o resultado em cada experimento. Além disso, em cada um deles, recorremos a variações da medida de risco utilizada, o EC, considerando somente o $CVaR_{\alpha}[\cdot]$ com $\alpha=95\%$ ou o valor esperado $(E[\cdot])$.

Estudo de Caso 1

No Estudo de Caso 1, foram utilizados um contrato de Disponibilidade e um contrato de Quantidade Padrão de venda, ambos candidatos. Para o contrato de disponibilidade, 3 cenários de geração foram utilizados, conforme mencionado anteriormente. A Tabela 11 apresenta os dados de entrada e resultados (saídas) do otimizador.

	Dados de Entrada												
	Contr. Dispo	nibilidade	Contr. Padrão		PLD	PLD	PLD	PLD					
Experimento	•		P (R\$/MWh)	Q (MWméd)	EC	1	2	3	médio	x ^{Disp}	x_v^P		
1.1	1	1	5	1	E[.]	4	4	7	5.00	100%	100%		
1.2	1	1	5	3	E[.]	4	4	7	5.00	100%	33%		
1.3	1	1	5	1	E[.]	4	4.1	7	5.03	100%	0%		
1.4	1	1	5	1	CVaR	4	4.1	7	5.03	100%	100%		

Tabela 11: Experimento com um Contrato de Disponibilidade e um Contrato de Quantidade Padrão de Venda.

Para o experimento 1.1, podemos observar que o otimizador indica a contratação de 100% da oportunidade de compra, tendo em vista que o preço do contrato de Disponibilidade é menor que os preços do contrato de venda e do PLD. Como o PLD médio é igual ao preço do contrato padrão de venda, o otimizador indica a contratação de 100% da oportunidade de venda.

No experimento 1.2, em função do aumento da quantidade de oportunidade de venda (de 1 para 3) e da manutenção da quantidade de compra (1), há uma limitação da quantidade a ser vendida, pois só é permitido vender energia através de contratos se a comercializadora possuir contratos de compra suficientes para honrar a quantidade de energia a ser vendida. Assim, o resultado indica a contratação de

apenas 33% dos 3 MWméd que ela poderia vender, já que só teve a oportunidade de comprar 1 MWéd (através do contrato de Disponibilidade).

No experimento 1.3, variamos o PLD de forma a termos um PLD médio de 5.03 [R\$/MWh] e, considerando que o preço da oportunidade de venda se manteve igual a 5, o otimizador indica a preferência por liquidar a energia ao PLD.

Finalmente, no experimento 1.4, consideramos $EC(R) = CVaR_{95\%}[R]$, o que sugere um perfil mais avesso a risco. Assim, o otimizador indica uma contratação de 100% da oportunidade de venda, tendo em vista que os 5% piores cenários de PLD possuem preços mais baixos que o preço do contrato de venda.

Estudo de Caso 2

No Estudo de Caso 2, utilizamos um contrato de Disponibilidade e um contrato de Quantidade ToP de venda. A Tabela 12 apresenta os dados de entrada e resultados (saídas) do otimizador.

	Contr. Disponibilidade Contr. ToP de Venda						PLD	PLD	PLD	PLD	D/	x^P
Experiment	P (R\$/MWh)	Q (MWméd)	Qmax (MWméd)	Qmin (MWméd)	P (R\$/MWh)	EC	1	2	3	médio	x ^{Disp}	x_v^P
2.1	1	1	1	0.5	5	CVaR[.]	4	4	7	5.00	100%	100%
2.2	1	1	1	0.5	2	CVaR[.]	4	4	7	5.00	100%	0%

Tabela 12: Experimento com um Contrato de Disponibilidade e um Contrato de Quantidade ToP de Venda.

Os experimentos 2.1 e 2.2 diferem entre si apenas na relação entre o preço de contrato de venda e o PLD. Quando o preço da oportunidade de venda está mais alto que o PLD (experimento 2.1), a opção de venda será automaticamente exercida, com o otimizador indicando uma contratação de 100% do contrato de ToP de venda. Em contrapartida, quando o preço da oportunidade de venda está mais baixo que o PLD (experimento 2.2), o otimizador sugere liquidar a energia proveniente do contrato de disponibilidade no mercado de curto prazo, que proporcionaria maior receita de venda.

Estudo de Caso 3

No terceiro estudo de caso, foram utilizados um contrato de Disponibilidade e um contrato de Quantidade atrelado ao PLD de venda. Considerando um ágio de 10%, a Tabela 13 apresenta os dados de entrada e resultados (saídas) do otimizador.

Experimento	Contr. Disponibilidade		Contr. PLD de Venda				PLD	PLD	PLD	PLD		
	P (R\$/MWh)	Q (MWméd)	Teto PLD (R\$/MWh)	Piso PLD (R\$/MWh)	Q (MWméd)	EC	1	2	3	médio	x ^{Disp}	x_v^P
3.1	1	1	6	5	3	CVaR[.]	7	7	7	7.00	100%	0%
3.2	1	1	6	5	1	E[.]	4	6.1	7	5.7	100%	0%
3.3	1	1	6	5	1	CVaR[.]	4	4	7	5.00	100%	100%
3.4	1	1	6	5	1	E[.]	4	4	7	5.00	100%	100%

Tabela 13: Experimento com um Contrato de Disponibilidade e um Contrato de Quantidade atrelado ao PLD de Venda

Quando os cenários de PLD formam um PLD médio acima do teto do contrato de Venda (experimentos 3.1), o otimizador sugere não contratar a energia através da oportunidade de venda e sim liquidar toda a sua energia ao PLD.

No experimento 3.2, os maiores cenários de geração atrelados à usina que proporciona o contrato de disponibilidade ocorrem justamente quando o PLD está maior que o teto do contrato de venda, sendo as séries de cenários de geração 0.7 / 0.7 / 1.3 e as séries de preço 4 / 6.1 / 7. Portanto, a energia vendida através da oportunidade de venda proporcionaria uma receita de $0.7 \cdot 5 + 0.7 \cdot 6 + 1.3 \cdot 6 = 19.7$ contra $0.7 \cdot 4 + 0.7 \cdot 6.1 + 1.3 \cdot 7 = 19.8$ da receita de venda ao PLD, justificando a indicação do otimizador de não contratar a energia através da oportunidade de venda.

Nos experimentos 3.3 e 3.4, 100% da energia deve ser contratada através das oportunidades de venda, pois o PLD médio é igual ao piso do contrato. Assim, ao aplicar o mesmo raciocínio do experimento 3.2, observamos uma renda maior quando a energia é vendida através das oportunidades de venda em contratos de quantidade atrelados ao PLD do que através da liquidação da mesma quantidade de energia no mercado de curto prazo (ao PLD). O raciocínio vale para o EC como valor esperado ou como CVaR.

Estudo de Caso 4

No quarto e último estudo de caso foram utilizados um contrato de Disponibilidade e um contrato de Quantidade Padrão de compra, além de três contratos de venda: um de Quantidade Padrão, um de ToP e outro de PLD de venda.

Experimento	Contr. Disp	oonibilidade	Contr. Padrão de Compra			
	P (R\$/MWh)	Q (MWméd)	P (R\$/MWh)	Q (MWméd)		
4.1	1	2.5	3	4		
4.2	1	3	3	4		

Tabela 14: Dados do experimento 4 para os contratos de compra

Considerando um ágio de 10% para o contrato de venda da forma piso e teto, os dados utilizados nos experimentos foram:

Experimento	Contr. Padrã	io de Venda	C	ontr. ToP Ven	da	Contr. PLD Venda			
	P (R\$/MWh)	Q (MWéd)	P (R\$/MWh)	Qmax (MWméd)	Qmin (MWméd)	Piso PLD (R\$/MWh)	Teto PLD (R\$/MWh)	Q (MWméd)	
4.1	5	3	6	3	0.5	5	6	3	
4.2	5	3	6	3	0.5	5	6	3	

Tabela 15: Dados do experimento 4 para os contratos de compra

Experimento	EC	PLD 1	PLD 2	PLD 3	PLDmédio	x^{Disp}	x_c^P	x_v^P	x_v^{ToP}	x_v^{PLD}
4.1	CVaR[.]	4	4	7	5.00	100%	100%	17%	100%	100%
4.2	CVaR[.]	7	5	7	6.33	100%	100%	0%	100%	100%

Tabela 16: Dados de PLD e Resultados do experimento 4

Esse último estudo de caso, mais geral e abrangente na medida em que possui mais oportunidades de contratação, tanto para compra quanto para venda, mostra a coerência das opções do otimizador.

No experimento 4.1, os preços das oportunidades de contratos de venda, em ordem decrescente são:

- 1. Contrato de ToP Venda \$6
- 2. Contrato de PLD Venda entre \$5 e \$6
- 3. Contrato de Quantidade Padrão Venda \$5

Assim, é de se esperar que o otimizador indique a contratação do máximo possível do contrato de ToP Venda, depois o máximo possível do contrato de PLD Venda e, por último, o máximo possível do contrato Padrão de Venda, desde que o PLD esteja abaixo de cada um deles. De fato, no cenário 4.1 o PLD é mais baixo que todos os preços das oportunidades de venda, portanto, o otimizador indica contratar o máximo possível na ordem acima, desde que satisfaça a restrição de balanço:

```
100\% \cdot 2.5 \ \textit{Disp.} + 100\% \cdot 4 \ \textit{Padr\~ao}^{\textit{Compra}} \geq 100\% \cdot 3 \ \textit{ToP}^{\textit{Venda}} \ + \ 100\% \cdot 3 \ \textit{PLD}^{\textit{Venda}} \ + \ 17\% \cdot 3 \ \textit{Padr\~ao}^{\textit{Venda}}.
```

Por fim, no experimento 4.2, o contrato Padrão de venda, por estar com o preço abaixo do PLD, foi indicado para ser excluído do portfólio pelo otimizador.

IV. CONCLUSÃO E PRÓXIMOS PASSOS

Neste relatório, foram apresentados a especificação e o avanço no desenvolvimento do modelo Vento\Vazão, definidos os critérios de risco utilizados no otimizador de contratos de comercialização de energia e, ainda, exibidos os resultados dos primeiros testes do otimizador. Os próximos passos do projeto, esquematizado no fluxograma da Figura 26, serão:

- finalização do simulador de vento e vazão (bloco 5);
- desenvolvimento da parte de contratos existentes no otimizador (finalização do bloco 6);
- desenvolvimento do módulo de análise de resultados financeiros e energéticos do otimizador (bloco 9);
- desenvolvimento da interface com os dados de saída do otimizador (blocos 7 e 8); e
- realização do curso de comercialização de energia (mais detalhes em anexo, ao final deste relatório).

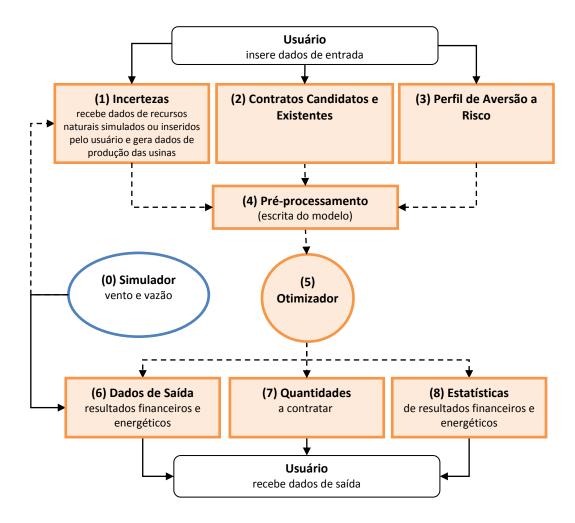


Figura 26: Fluxograma da Plataforma de Apoio à Decisão.

Sendo:

 $\widetilde{\mathbf{G}}$ – Matriz de cenários de geração de energia;

 $\widetilde{\pi}$ – Matriz de cenários de preço spot de energia;

 Q_C – Vetor de contratos de energia candidatos;

 Q_E – Vetor de contratos de energia existentes; x^* – Vetor de quantidades ótimas da energia a ser contratada em cada contrato candidato.

REFERÊNCIAS

- [1] ARTZNER, P.; DELBAEN, F.; EBER, J. M.; e HEATH, D. "Coherent measures of risk". **Mathematical Finance**, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.
- [2] JORION, P. Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk. 3 ed. McGraw-Hill, 2006.
- [3] KENNEDY, P. A guide to econometrics. 3. ed. Massachusetts: The MIT Press, 1992.
- [4] LUENBERGER, DAVID. Investment Science. New York: Oxford University Press, 1997.
- [5] MARKOWITZ, H.M. "Portfolio Selection". The Journal of Finance, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- [6] MARKOWITZ, H.; TODD, P., XU, G.; e YAMANE, Y. "Computation of mean-semivariance efficient sets by the Critical Line Algorithm". **Annals of Operations Research**, v. 45, n. 1, p 307-317, 1993.
- [7] P&D UTE Norte Fluminense/PUC-Rio. **Relatório 1: Modelo Estatístico de Vento e Vazão e Especificação de Contratos de Energia**. Jun. 2011.
- [8] ROCKAFELLAR, R. T. e URYASEV, S. P. "Optimization of conditional Value-at-Risk". **Journal of Risk**, v. 2, p. 21-41, 2000.
- [9] STREET, A. **Estratégia de Oferta de Geradoras em Leilões de Contratação de Energia Elétrica**. Rio de Janeiro, 2004. 103p. Dissertação de Mestrado Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [10] STREET, A. **Equivalente Certo e Medidas de Risco em decisões de Comercialização de Energia Elétrica**. Rio de Janeiro. 2008. 174p. Tese de Doutorado Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- [11] STREET, A.; BARROSO, L. A.; GRANVILLE, S.; e PEREIRA, M. V. "Bidding Strategy under Uncertainty for Risk-Averse Generator Companies in a Long-Term Forward Contract Auction". **Power & Energy Society General Meeting**, 2009. PES'09. IEEE, p. 1-8, jun. 2009.
- [12] STREET, A. On the Conditional Value-at-Risk Probability Dependent Utility Function. **Theory and Decision**, v. 68, p. 49-68, 2010.

ANEXO I: CURSO DE GESTÃO DE RISCOS NA COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA

O Curso de Gestão de Riscos na Comercialização de Energia, desenvolvido neste segundo quadrimestre, será ministrado aos funcionários da Norte Fluminense com intuito de contextualizar os futuros usuários da plataforma acerca da teoria que está por trás do projeto: os riscos, os problemas e as ferramentas que a comercialização de energia abrange; os tipos de contrato considerados e como funcionam; a estatística que dá suporte ao modelo Vento\Vazão; e a teoria de programação matemática que será utilizada para resolver o problema de contratação ótima.

A. Programa do curso

O curso foi dividido em 11 módulos de duas horas cada.

1. Overview dos problemas de comercialização de energia

- . Motivação: problemas relevantes na área de comercialização
- . As principais ferramentas necessárias para tratar os problemas da área: estatística e séries temporais, otimização, teoria de decisão e finanças
- . Ferramentas computacionais

2. Inferência Estatística

- . Introdução à Inferência estatística
- . Estimação de parâmetros
- . Intervalo de confiança
- . Teste de hipótese

3. Regressão e séries temporais

- . Estimação e análise de modelos de regressão linear
- . Processos estocásticos autorregressivos
- . Estimação e análise de aderência

4. Simulação

- . Geração de números aleatórios
- . Simulação de modelos de regressão
- . Simulação de processos autorregressivos
- . Uso de simulação para estimar funções complicadas

5. Modelagem e de problemas de PL

- . Modelagem de problemas
- . Interpretação geométrica
- . Exercícios

6. Propriedades das Soluções e o Método Simplex

- . Soluções básicas viáveis e suas interpretações
- . Método simplex
- . Exercícios

7. Teoria de dualidade

- . Introduzir o conceito de problema primal e dual
- . Exemplos e interpretações
- . Teorema da dualidade fraca e forte: implicações e utilidade prática
- . Análise de sensibilidade com relação aos recursos: custo marginal e viabilidade primal

. Aplicações práticas de dualidade em problemas do setor elétrico: custo de oportunidade da água ("valor da água")

8. Decisão sob incerteza

- . Incerteza e risco
- . Preferências e perfil de risco
- . Utilidade esperada
- . Equivalente certo
- . Medidas de risco

9. Otimização estocástica

- . Modelo de dois estágios com recurso
- . Representação das incertezas
- . O problema do jornaleiro
- . Valor da solução estocástica e o valor da informação perfeita
- . O problema da curva de disposição a contratar de um gerador
- . Estudo de caso: portfólio ótimo de ativos de energia com aversão a risco

10. Comercialização de energia

- . Contratos de quantidade
- . Contratos de disponibilidade
- . Contratos baseados em spot (com piso, teto e ágio)
- . Perfil de risco
- . Valor de um ativo (contrato)
- . Estudo de caso: portfólio ótimo de fontes renováveis no ACL

11. Comercialização de energia: pesquisas em andamento

. Contratação robusta ao preço spot