

Incorporação de usinas termelétricas com suprimento dedicado de gás natural no planejamento da operação do sistema hidrotérmico

Alexandre Velloso¹, André Lawson¹, Alexandre Steet¹, Davi M. Valladão²

Laboratory of Applied Mathematical Programming and Statistics (LAMPS)

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio)

Agosto de 2017

Resumo: A Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) é atualmente um dos métodos mais utilizados para determinar o planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos. Essa metodologia tem como objetivo obter o planejamento de custo mínimo esperado da operação, levando em conta o impacto de recorrer ao recurso hídrico imediatamente ou conservá-lo para uso futuro. Nos modelos utilizados atualmente, usinas termelétricas com suprimento dedicado de gás natural (isoladas da malha de suprimento de gás natural), denominadas *gas-to-wire* ou *well-to-wire*, são incorporadas ao modelo de maneira simplificada considerando uma quantidade ilimitada de suprimento. Essa discrepância entre planejamento e realidade leva a uma política operativa temporalmente inconsistente, visto que pode ser impossível implementar decisões planejadas para o futuro caso a reserva de gás tenha sido totalmente consumida. O objetivo deste trabalho é 1) medir o impacto dessa inconsistência e 2), diante da relevância desse impacto para o sistema, propor uma modificação na PDDE de forma a considerar um reservatório finito de gás natural. O benefício para o sistema de se adotar uma política mais realista no planejamento hidrotérmico com relação a esse tipo de usina foi medido através de um estudo de caso baseado no Sistema Integrado Nacional (SIN). Dentro das limitações e hipóteses adotadas, o estudo demonstra que o GAP de inconsistência devido à simplificação das reservas de gás cria um sobrecusto de 2.82 bilhões de reais ao longo de 25 anos de operação, e a metodologia proposta neste trabalho permite reduzir 53.2% desse custo apenas com o planejamento otimizado das reservas de gás em termelétricas com poços dedicados.

¹ Departamento de Engenharia Elétrica & LAMPS, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rio de Janeiro, Brasil

² Departamento de Engenharia Industrial & LAMPS, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), Rio de Janeiro, Brasil

1. Introdução

Tipicamente, as principais características desejadas para sistemas de potência são: segurança energética, universalização do acesso e razoabilidade de custo. Para alcançar esses objetivos são necessários regulação e planejamento adequados. A regulação do setor elétrico engloba dimensões complexas como sociais, políticas, legais e comerciais, além de estabelecer as diretrizes de Planejamento do sistema elétrico.

O planejamento da operação de sistemas elétricos de grande porte é tarefa complexa, pois além de lidar com a gestão ótima do recurso energéticos ao longo dos meses de forma a permitir uma operação segura e a mínimo custo, a operação diária requer uma série de atividades adicionais, tais como balanceamento contínuo entre oferta e demanda, agendamento de reservas, programação de geradores para atendimento à demanda de ponta, gestão das restrições de estabilidade elétrica do sistema de transmissão, redespacho decorrente de falhas de equipamentos etc. Esses pontos produzem grande impacto na sociedade e no longo prazo são responsáveis pelos sinais econômicos que vão ou não atrair investimentos privados para o setor. Assim, em função do alto grau técnico necessário para se realizar tais tarefas de maneira independente e coerente, a figura de um operador independente, exercida no Brasil pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), é indispensável. Os sistemas com forte participação hídrica trazem dificuldades adicionais, tendo em vista os múltiplos usos para água e o efeito cascata do despacho de diferentes usinas em um mesmo rio.

Além disso, o funcionamento de centrais hidrelétricas depende da afluência de água, que é um importante elemento de incerteza. Dessa forma, o operador do sistema deve decidir a cada momento sobre a quantidade de água a ser utilizada para geração e a quantidade de água que deve permanecer armazenada nos reservatórios para uso futuro. Por um lado, quando uma grande quantidade de água é utilizada para geração antes de um cenário de baixa afluência, pode ser que as usinas térmicas, que possuem maior custo de operação que as usinas hidrelétricas, tenham que ser despachadas a fim de garantir o atendimento à demanda de energia. Por outro, se pouca quantidade de água é utilizada para geração antes de um cenário de alta afluência, é possível que seja necessário verter água dos reservatórios, o que representa um desperdício de recursos baratos.

Nesse sentido, em sistemas com operação centralizada, o operador realiza estudos de médio a longo prazo para planejar a operação futura e, assim, levar em conta a incerteza na afluência dos rios. O principal objetivo do planejamento futuro³ é quantificar o valor da água,

³ Os estudos de planejamento da operação fornecem também indicação de risco de déficit de energia e sinalização econômica para necessidade de expansão dos sistemas de geração e transmissão.

ou custo de oportunidade do uso da água, para embasar, ou guiar, uma decisão operativa realizada hoje. Essa decisão deve ser tal que garanta o equilíbrio entre o custo imediato e o custo futuro de operação, pois ambos dependem da quantidade de água utilizada no presente e da quantidade de água deixada para uso no futuro.

Uma vez que o problema de planejamento é sujeito a incertezas, sua natureza é essencialmente estocástica. Além disso, os sistemas de potência têm comumente um grande número de plantas de geração e o problema de planejamento da operação pode compreender um grande número de períodos. A quantidade de períodos varia de sistema para sistema e depende do número necessário para se caracterizar o impacto na operação futura decorrente de uma unidade de água que se armazena hoje para ser utilizada nos meses subsequentes. Esse problema pode ser caracterizado como um processo de decisão dinâmico sob incerteza modelado por programação dinâmica estocástica.

O tamanho do problema cresce exponencialmente com o número de períodos e cenários, e se torna computacionalmente intratável para solução via técnicas usuais de programação linear. O algoritmo de PDDE [1] e suas variantes [2-4], se valendo de importantes características do problema como convexidade, independência da função de custo futuro com o estado do sistema e validade do princípio de *Bellman* [1], têm sido aplicados com sucesso para mitigar a questão da dimensionalidade dessa classe de problemas em diversas áreas da engenharia.

1.1. O caso brasileiro

O sistema elétrico brasileiro é o maior da América Latina e é caracterizado como hidrotérmico com predominância de geração hidrelétrica. Segundo dados do ONS, 98,3% do sistema é interconectado, sendo formalmente denominado de Sistema Interligado Nacional (SIN). O SIN é subdividido em quatro subsistemas: Sudeste/Centro-Oeste, Sul, Nordeste e Norte, e os preços de energia podem diferir entre eles. A complexidade do planejamento advém do grande número de usinas, da disposição em cascata de muitas usinas hidrelétricas, das incertezas das afluições nas distintas bacias hidrográficas e da grande extensão territorial. A tabela e a figura a seguir ilustram a dimensão e indicam a complexidade de planejamento da operação no SIN. A Tabela 1 apresenta a quantidade de unidades geradoras por tipo de geração e respectivas potências fiscalizadas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). A Figura 1, indica as regiões dos subsistemas do SIN, as principais bacias hidrográficas, bem como as principais interconexões.

Tabela 1 – Fontes energéticas do SIN (Fonte: ANEEL [5])

Empreendimentos em Operação no SIN – 20/09/2016			
Tipo	Quantidade	Potência Fiscalizada (kW)	%
Central Geradora Eólica	385	9.393.830	6,36
Pequena Central Hidrelétrica (PCH e CGH)	1007	5.279.055	3,30
Central Geradora Solar Fotovoltaica	40	22.962	0,02
Usina Hidrelétrica	220	90.465.984	61,21
Usina Termelétrica	2.923	42.641.352	28,85
Total	4.575	147.803.183	100

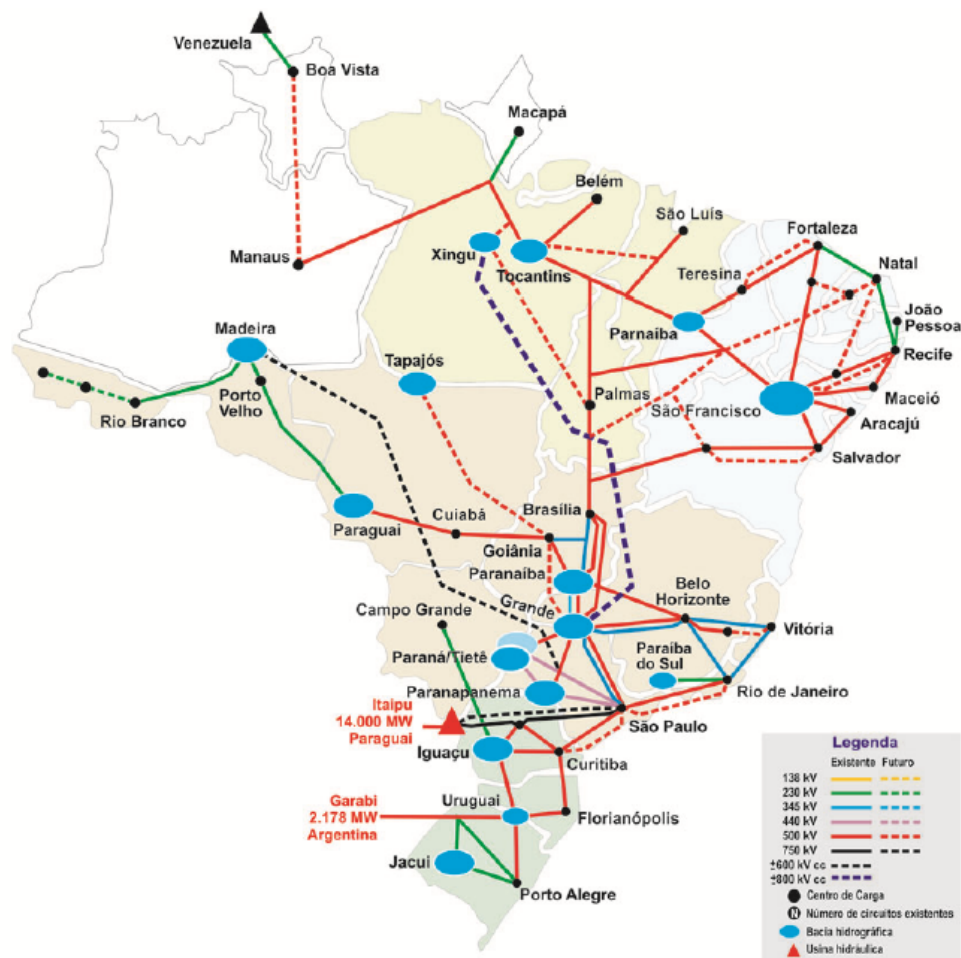


Figura 1 – Integração eletro-energética do SIN (Fonte: ONS [6])

1.2. Exploração das reservas de gás através de termelétricas com poços dedicados

Em contraste com a Figura 1 acima, a malha de transporte de gás é pouco desenvolvida no Brasil. As Figuras Figura 2 e Figura 3 exibem as malhas de transporte de gás (esquerda) e de eletricidade (direita). O ponto de exploração na área amarela é rico em reservas de gás; em contrapartida, essa mesma região é deficiente em termos de infraestrutura de transporte de gás, conforme ilustra a Figura 2. Assim, recorrer à infraestrutura já instalada de

transporte de eletricidade (Figura 3) é um meio de monetizar essas reservas e, ao mesmo tempo, evitar altos custos de desenvolvimento da infraestrutura de gás. Nesse desenho, o recurso que tem sido adotado é o uso de termelétricas instaladas próximo aos campos de exploração de gás com poços dedicados. Contudo, o planejamento da operação do sistema elétrico brasileiro não enxerga uma realidade relevante desse desenho comercial, a natureza finita das reservas de gás, de 5 a 10 anos, quando comparadas aos horizontes adotados no planejamento da operação e à vida útil das termelétricas, de 20 a 30 anos.



Figura 2 – Malha de transporte de gás
(Fonte: XXXX)



Figura 3 – Rede de transmissão de energia elétrica (Fonte: XXXX)

A regulação atual considera, para efeitos do planejamento da operação, que todas as termelétricas possuem reservatório infinito. Essa discrepância entre realidade e planejamento cria um GAP de inconsistência temporal dentro dos modelos de despacho hidrotérmico. Esse GAP se materializa em um sobrecusto de operação quando as decisões planejadas de acionamento das termelétricas com poços dedicados, normalmente mais baratas em termos de custo variável unitário (justamente por não pagar a infraestrutura de transporte), não podem ser implementadas em função do esgotamento não previsto das reservas. Nesses casos, o sistema pode, inclusive, ficar em risco caso não tenha recursos alternativos dentro das limitações de rede e segurança. Na prática, o que acontece é a utilização sistemática de um recurso mais caro. Entretanto, o efeito mais danoso é o da desotimização energética global. O planejamento da operação poderia ter economizado esse recurso ao longo dos anos anteriores para evitar i) acionamentos de emergência caríssimos e ii) preparado os níveis dos reservatórios para operar com segurança após o esgotamento desses recursos.

1.3. Objetivo e contribuições

O objetivo deste artigo é propor uma metodologia que considere, dentro da PDDE, o limite de recursos de termelétricas abastecidas por poços dedicados. As contribuições relativas ao estado da arte da literatura sobre o tema são:

- 1) Trazer ao conhecimento da comunidade científica o potencial impacto da desotimização energética decorrente das simplificações adotadas nos modelos oficiais com relação aos limites de recursos de gás atualmente utilizados e explorados pelo planejamento hidrotérmico no Brasil.
- 2) Apresentar uma metodologia capaz de incorporar na PDDE as restrições de limite dos reservatórios de gás explorados de maneira dedicada por termelétricas.
- 3) Apresentar um estudo de caso quantitativo onde estimamos o sobrecusto incorrido pelo descolamento entre o planejamento e a realidade operativa do sistema elétrico brasileiro ao simplificarmos as restrições de limite dos reservatórios de gás. Nesse mesmo estudo de caso, o benefício da metodologia proposta neste artigo é calculado em termos de redução do sobrecusto.

Este artigo está organizado da seguinte forma. Na seção 2, apresentamos o *background* teórico da PDDE; na seção 3, desenvolvemos a metodologia proposta para a inclusão das restrições de limite dos reservatórios de gás; na seção 4, realizamos um estudo de caso com dados realistas do sistema elétrico brasileiro; por fim, na seção 5, apresentamos as principais conclusões deste trabalho.

2. Background teórico: Programação dinâmica dual estocástica (PDDE)

2.1. Modelo básico

O problema de planejamento da operação para múltiplos períodos, supondo afluências determinísticas e conhecidas, pode ser modelado por um problema multiperíodo de programação linear, conforme as equações (1)(2)(3)(4) a seguir:

$$\min_{g,s,u,v,d,\theta,f} \sum_{t=1}^T c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t \quad (1)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + P u_t = D_t - d_t \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (3)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t) \in X_t \quad \forall t \in \{1, \dots, T\}, \quad (4)$$

onde $u_t, v_t, s_t, g_t, f_t, \theta_t, d_t$ são os vetores de variáveis de decisão do problema no período t conforme descrito abaixo:

u_t : vetor de turbinamento das usinas hídrelétricas, expresso em hm^3 ;

v_t : vetor de armazenamento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3 ;

s_t : vetor de vertimento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3 ;

g_t : vetor de geração térmica, expresso em MWh ;

f_t : vetor de fluxos em linhas, expresso em MWh ;

θ_t : vetor de ângulos de fase, expresso em radianos; e

d_t : vetor de déficit, expresso em MWh .

A, B, P e H , por sua vez, representam:

A : matriz de incidência (barras-linhas).

B : matriz de localização nodal dos geradores termelétricos (barras-geradores).

P : matriz nodal de localização das usinas hídricas (barras-usinas). Os valores diferentes de zero representam as produtividades médias das usinas, expressas em MWh/hm^3 . Por simplicidade, supõe-se que a produtividade das usinas hídricas seja uma função linear.

H : matriz (reservatórios-usinas hídricas) que indica a disposição das usinas hídricas com relação aos reservatórios. Em outras palavras, o elemento H_{ij} indica a magnitude do impacto do turbinamento da usina hídrica j sobre o nível de armazenamento do reservatório i . Essa formulação permite representar usinas em cascata.

Outros dados do problema são:

c_t : vetor de custos de geração térmica, expressos em $R\$/MWh$ (dimensão igual a de g_t).

c^{def} : custo do déficit, expresso em $R\$/MWh$.

w_t : vetor de afluências no período t , expresso em hm^3 .

D_t : vetor de demandas no período t , expresso em MWh .

\mathbb{I} : vetor de números 1 com dimensão adequada à multiplicação vetorial em questão.

A função objetivo do problema (1) é o somatório dos custos de geração térmica (multiplicado pela geração dos respectivos geradores) para cada período mais o custo do déficit de energia (multiplicado pelo déficit). As restrições (2) endereçam o balanço nodal de energia em cada barra do sistema. O vetor de variáveis duais dessas restrições, definido como π_t^D , indica, a taxa de variação da função objetivo, em seu ponto ótimo, com relação a uma

variação infinitesimal do lado direito das respectivas restrições. Em outras palavras, ele indica o aumento de custo operativo se a demanda em cada for marginalmente elevada. Essa sensibilidade é conhecida como o custo marginal e é a base para a teoria marginalista onde o preço da energia de curto prazo representa justamente o custo marginal de operação. As restrições (3) representam as equações de transição de estado do sistema. O estado de interesse para esse problema, quando decomposto em um problema de múltiplos estágios, é o armazenamento de cada reservatório (v_t). O vetor dual dessas restrições, definido como π_t^v , indica a taxa de variação da função objetivo, em seu ótimo, com a variação do lado direito das respectivas equações. Em outras palavras, ele informa o quanto o custo se altera com a decisão de armazenar marginalmente mais água em cada reservatório (e não gerar energia). Por fim, a restrição (4) representa o conjunto viável decorrente de todas as demais restrições relevantes para caracterizar a rede elétrica, bem como os limites dos elementos do sistema, tais como limites de potência máximos dos geradores, limites de turbinamento, limites de fluxo em linhas, limites dos reservatórios e segunda lei de Kirchhoff.

A solução do problema (1) pode ser obtida por um algoritmo de solução de problemas de programação linear, como o Simplex ou Pontos Interiores, por exemplo.

2.2. Decomposição do Modelo básico

Tendo em vista que o princípio da otimalidade de Bellman é válido⁴ para o problema da subseção anterior, é possível decompor o problema multietágio em diversos problemas, cada um com apenas um único estágio (período). O problema pode ser resolvido a partir da recursão (5), pelo método da programação dinâmica (PD), respeitando as restrições (6) a (8), conforme dispostas a seguir:

$$Q_t(v_{t-1}) = \min_{g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, \theta_t, v_t} c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + Q_{t+1}(v_t) ; \quad \text{fixando } Q_{T+1}(\cdot) = 0 \quad (5)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + P u_t = D_t - d_t \quad (6)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad (7)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t) \in X_t \quad (8)$$

A função $Q_{t+1}(v_t)$ é denominada função de custo futuro (FCF) e a parcela $c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t$, denominada função de custo imediato (FCI). A FCI representa o custo das decisões

⁴ a) Separabilidade da função objetivo F , conforme a seguir:

$F[C_1(v_1, x_1), \dots, C_T(v_T, x_T)] = H\{C_1(v_1, x_1), h[C_2(v_2, x_2), \dots, C_T(v_T, x_T)]\}$; onde (C_t) é a função custo em t ; (v_t) é armazenamento em t ; e (x_t) são as demais variáveis de decisão em t .

b) a função H , que é uma soma, é monotônica não-decrescente.

operativas em t e a FCF representa o valor do custo de operação futura, entre $t + 1$ e T . A Figura 4 a seguir ilustra o comportamento das funções FCF e FCI, expressas em unidade monetária, em função do armazenamento ao final do período corrente. O valor da água em (t) é o módulo da derivada da FCF com relação ao armazenamento final do estágio.

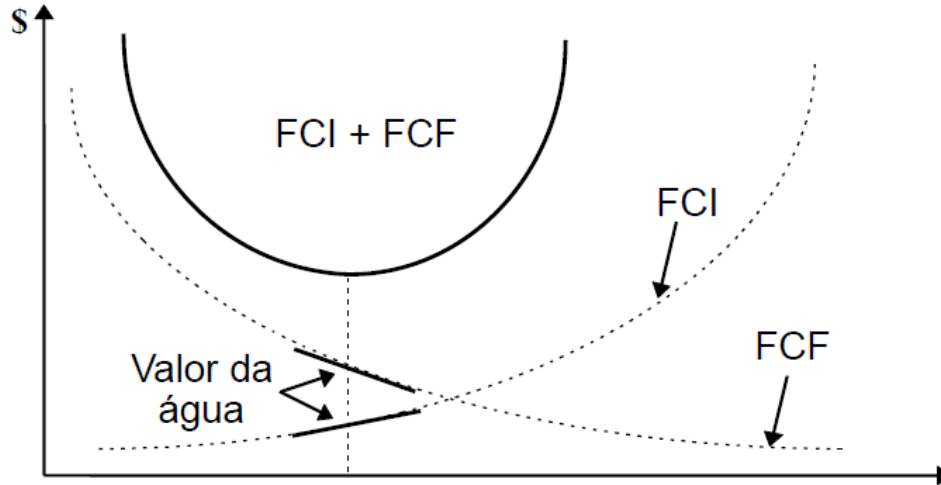


Figura 4 – FCF e FCI

2.3. Solução via Programação Dinâmica Dual – PDD

Uma das formas de resolver o problema da subseção anterior é fazer um grid de pontos do estado de interesse e resolvê-lo recursivamente. No entanto, para situações com muitos estados de interesse, muitos estágios e/ou incerteza nas variáveis (como afluência), o problema pode se tornar computacionalmente intratável. A Programação Dinâmica Dual é uma técnica que visa contornar essa dificuldade. Para a descrição do método, supõe-se, por simplicidade, o caso determinístico. A ideia central é incluir restrições (ou cortes definidos por hiperplanos) de forma iterativa no problema de um dado estágio para se aproximar inferiormente as funções de custo futuro. Os cortes são aproximações de primeira ordem da FCF, que, por sua vez, é uma função convexa. A prova da convexidade da FCF se apoia no fato de que o valor ótimo de um problema de minimização (função objetivo no ótimo) em função de seu vetor de lado direito é uma função convexa, ou seja, $f(b) = \left\{ \min_x c'x \mid Ax = b, x \geq 0 \right\}$ é convexa em toda direção de (b) .

De forma simplificada, em cada iteração do método, é executada uma etapa *forward* que consiste na geração de um caminho, ou cenário com diversos períodos temporalmente coerentes, de estados do sistema. No caso do problema de despacho hidrotérmico, esse cenário se caracteriza por um conjunto de pontos de armazenamento do sistema ao longo dos períodos: $\{v_t^m\}_{t=1}^T$. Para a simulação do cenário, a aproximação inferior da FCF é utilizada. Inicialmente, na primeira iteração, a função de custo futuro é considerada igual a

zero para todos os períodos (métodos de inicialização podem acelerar bastante o método). Posteriormente, o algoritmo realiza uma etapa *backward*, na qual um corte, ou uma aproximação de primeira ordem inferior à função, para Q_{t+1} é definido para cada estágio, $t = T - 1, \dots, 1$, e inserido como nova restrição. Assim, obtém-se uma melhor aproximação⁵, \tilde{Q}_{t+1}^m , da função de custo futuro a cada iteração m do método. Mais especificamente, em cada iteração m do algoritmo, a recursão em (5), para $t + 1$, tem seu termo $\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m)$ substituído por uma variável de decisão auxiliar α_{t+1} , e o seguinte plano de suporte é adicionado como restrição do problema:

$$\alpha_{t+1} \geq \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,m} \cdot (v_t - v_t^m). \quad (9)$$

Nesse caso, a função \tilde{Q} recebe um til para indicar que é uma aproximação, inferior, dada pelos planos cortantes obtidos em iterações passadas. O mesmo se aplica a $\tilde{\pi}$, que é o vetor de variáveis duais obtido a partir da solução dos problemas que utilizam a aproximação, \tilde{Q} , e não a função real, Q .

O número de cortes aumenta com as iterações e o modelo, em sua iteração m , pode ser reescrito como exposto a seguir:

$$\tilde{Q}_t^m(v_{t-1}) = \min_{\alpha_{t+1}, g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, \theta_t, v_t} c_t' g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + \alpha_{t+1}; \quad (10)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + P u_t = D_t - d_t \quad (11)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad (12)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t) \in X_t \quad (13)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \tilde{Q}_{t+1}^k(v_t^k) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,k} \cdot (v_t - v_t^k) \quad ; \text{fixando } Q_{T+1}(\cdot) = 0 \quad (14)$$

O valor da função objetivo do problema (10)-(14) de primeiro estágio, denominado \underline{z} , é um limite inferior (*lower bound*) para o valor ótimo do problema real (sem a aproximação). Neste trabalho, o estimador \bar{z} para o custo total de operação é definido como a soma dos custos de operação térmica e de déficit para cada período: $\sum_{t=1}^T (c_t' g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t)$. Como o sistema é simulado para um conjunto de FCFs aproximadas, as soluções de custo a cada período são apenas soluções viáveis e, consequentemente, subótimas. Assim, \bar{z} é um limite superior (*upper bound*) para o valor ótimo do problema real. A literatura sobre o tema apresenta extensa discussão sobre esses algoritmos e sua convergência. Para mais detalhes, veja [1],[2],[7],[8],[9],[10],[11],[12],[13].

⁵ O máximo entre esses hiperplanos, ou cortes, é uma função (convexa) multivariada linear por partes. De forma que cada novo corte inserido aproxima (por baixo) a função de custo futuro.

2.4. Programação Dinâmica Dual Estocástica – PDDE

Uma das principais fontes de incerteza do problema de despacho hidrotérmico é a afluência de água em cada período (w_t). Adaptando-se o método da subseção anterior tem-se:

$$Q_t(v_{t-1}, w_{t,\omega}) = \min_{g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, \theta_t, v_t} c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + Q_{t+1}(v_t) ; \quad \text{fixando } Q_{T+1}(\cdot) = 0, \quad (15)$$

sendo $w_{t,\omega}$ a afluência do cenário ω , no período t . A função $Q_{t+1}(v_t)$ passa a ser:

$$Q_{t+1}(v_t) = \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} Q_{t+1}(v_t, w_{t+1,\omega}). \quad (16)$$

A equação (16) indica que a função $Q_{t+1}(v_t)$ é uma ponderação dada pelas probabilidades condicionais $p_{t+1,\omega}$ dos custos de cada cenário ω de afluência em $t + 1$. Novamente, assume-se $Q_{T+1}(\cdot) = 0$. É importante destacar que \tilde{Q} (ou Q) será utilizada para se referir a uma média dos valores de \tilde{Q} (ou Q) para cada cenário de afluência, $w_{t+1,\omega}$.

O mesmo algoritmo iterativo da subseção anterior é aplicado para se obter aproximações da FCF. Quando aplicado ao caso estocástico, as inequações que representam as aproximações da função de custo futuro (cortes) passam a ser escritas em função do valor esperado, ou seja:

$$\alpha_{t+1} \geq \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,m} \cdot (v_t - v_t^m), \quad (17)$$

onde

$$\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m) = \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m, w_{t+1,\omega}) \quad (18)$$

$$\tilde{\pi}_{t+1}^{v,m} = \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{v,m}. \quad (19)$$

Assim, para cada iteração m da PDDE, tem-se uma aproximação inferior da função de custo futuro para $t + 1$, dada pelo máximo de funções afins (cortes) e representada por α_{t+1} no problema aproximado a seguir. Portanto, é possível se obter uma aproximação da função de custo futuro para t através do seguinte problema de programação linear:

$$\tilde{Q}_t^m(v_{t-1}, w_{t,\omega}) = \min_{\alpha_{t+1}, g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, \theta_t, v_t} c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + \alpha_{t+1}; \quad (20)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + P u_t = D_t - d_t \quad (21)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad (22)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t) \in X_t \quad (23)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \tilde{Q}_{t+1}^k(v_t^k) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,k} \cdot (v_t - v_t^k) ; \text{ fixando } Q_{T+1}(\cdot) = 0. \quad (24)$$

As equações (18) e (19) são utilizadas para calcular $\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m)$ e $\tilde{\pi}_{t+1}^{v,m}$.

O algoritmo de simulação *forward* e *backward* é similar, bem como a definição de \underline{z} . Através de técnicas de simulação Monte Carlo, o custo do sistema para S_{UB} caminhos (cenários) simulados de afluência é avaliado. Define-se então o estimador para o limite superior como $\bar{z} = S_{UB}^{-1} \sum_{s=1}^{S_{UB}} \bar{z}_s$. Nele, qual cada parcela é definida como a soma dos custos de operação termelétrico e de déficit para cada período: $\bar{z}_s = \sum_{t=1}^T c'_t g_t^s + c^{def} \mathbb{I}' d_t^s$. O critério de parada pode ser definido utilizando o intervalo de confiança do estimador \bar{z} . Mais detalhes desse algoritmo, assim como críticas e observações sobre o critério de parada, podem ser vistas em [1],[2],[7],[8],[9],[10],[11],[12],[13].

2.5. Representação da Afluência por Modelo PAR(p)

Um modelo de série temporal independente é geralmente muito simples para representar o processo estocástico de afluência. Uma abordagem mais realista do processo estocástico subjacente é recorrer a um modelo linear, tal como um modelo autorregressivo periódico PAR(p). Esse modelo permite o cálculo de uma função de custo futuro que expresse a expectativa condicional desse custo com relação à afluência corrente⁶. Ao se incorporar a dependência temporal nas afluências, a dimensão do estado do sistema é aumentada para contemplar a dimensão associada à afluência do período anterior, de modo a preservar as propriedades de independência entre a função de custo futuro e os estados.

Assim, se o modelo que rege as afluências for, por simplicidade, autoregressivo de ordem 1, tem-se a expressão a seguir:

$$w_{t,\omega} = \phi_0 + \phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_{t,\omega} \quad (25)$$

E o modelo, condicionado à afluência do período passado, w_{t-1} , ganha a seguinte forma (para uma iteração m da PDDE):

$$\tilde{Q}_t^m(v_{t-1}, w_{t-1}, \varepsilon_{t,\omega}) = \min_{\alpha_{t+1}, g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, w_t, \theta_t, v_t} c'_t g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + \alpha_{t+1} \quad (26)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + P u_t = D_t - d_t \quad (27)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad (28)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t) \in X_t \quad (29)$$

⁶ Por exemplo, no problema do despacho hidrotérmico, observa-se que a solução torna-se mais sensível às variações nas afluências do que nos armazenamentos, tendo em vista que, com o modelo PAR(p), é introduzida uma componente de persistência nos choques do estado. Discussões sobre modelos de afluências e seus impactos podem ser vistos em [9].

$$w_{t,\omega} = \phi_0 + \phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_{t,\omega} \quad (30)$$

$$\alpha_{t+1} \geq \tilde{Q}_{t+1}^k(v_t^k, w_t^k) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,k} \cdot (v_t - v_t^k) + \tilde{\pi}_{t+1}^{w,k} \cdot (\phi_1(w_t - w_t^k)) \quad \forall k \leq m. \quad (31)$$

A segunda componente do corte em (31) é multiplicada por ϕ_1 , porque $\tilde{\pi}_{t+1}^{w,m}$ indica a derivada parcial da função de custo futuro no ótimo do problema com relação ao lado direito da equação (30). Aplicando-se a regra da cadeia no lado direito com relação à afluência no período defasado, chega-se ao termo $(\tilde{\pi}_{t+1}^{w,m})' \phi_1$. Equações análogas a (18) e (19) são utilizadas para calcular $\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m, w_t^m)$, $\tilde{\pi}_{t+1}^{v,m}$ e $\tilde{\pi}_{t+1}^{w,m}$ utilizando o operador esperança para realizar a média nos valores do ruído do modelo autoregressivo, $\varepsilon_{t,\omega}$.

2.6. Representação da Aversão a Risco CVaR(α)

O *Conditional Value at Risk* (CVaR) é uma medida de risco coerente [14]. O $CVaR_\alpha(X)$ de uma variável aleatória X que represente um custo é a esperança matemática dessa variável, condicionada ao fato de que o resultado de sua realização é superior ao $VaR_\alpha(X)$, definido como o seu quantil $(1 - \alpha)$. Mais objetivamente, $CVaR_\alpha(X) = \mathbb{E}[X|X \geq VaR_\alpha(X)]$.

Há diversas formas de se incorporar essa medida de risco em modelos de planejamento. Atualmente, o NEWAVE tem o CVaR incorporado à sua modelagem ao atribuir aos cenários de afluência mais críticos um peso maior na obtenção do custo médio utilizado para a construção dos cortes das funções de custo futuro. Uma combinação convexa entre o custo esperado e o CVaR é incorporada ao problema de maneira recursiva. Com propósito de garantir consistência temporal em um framework avesso a risco, veja [15], o seguinte modelo foi proposto:

$$Q_t(v_{t-1}, w_{t-1}, \varepsilon_{t,\omega}) = \min_{g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, w_t, \theta_t, v_t} c_t' g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + Q_{t+1}(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}), \quad (32)$$

onde, para $\lambda \in [0,1]$,

$$Q_{t+1}(v_t, w_t) = (1 - \lambda) \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} Q_{t+1}(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}) + \lambda \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t)} \left(\frac{p_{t+1,\omega}}{1 - \alpha} \right) Q_{t+1}(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}) \quad (33)$$

$$\tilde{\pi}_{t+1}^{v,m} = (1 - \lambda) \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{v,m} + \lambda \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t)} \left(\frac{p_{t+1,\omega}}{1 - \alpha} \right) \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{v,m}, \quad (34)$$

$$\tilde{\pi}_{t+1}^{w,m} = (1 - \lambda) \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{w,m} + \lambda \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t)} \left(\frac{p_{t+1,\omega}}{1 - \alpha} \right) \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{w,m}, \quad (35)$$

$$\Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t) := \{ \omega \in \Omega_{t+1} | Q_{t+1}^m(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}) \geq VaR_\alpha(Q_{t+1}^m(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega})) \}. \quad (36)$$

Logo, por (36), o conjunto $\Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t)$ pode ser obtido posteriormente ao cálculo de $Q_{t+1}(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1, \omega})$ para todos os cenários, ordenando-se do maior para o menor e selecionando-se os $(1 - \alpha)|\Omega_{t+1}|$ primeiros elementos.

3. Representação das usinas termelétricas com suprimento dedicado de gás natural

Nesta seção, é apresentada uma proposta de modelagem da operação das térmicas com suprimento dedicado de gás natural (também chamado de *gas-to-wire* ou *well-to-wire*). Essa primeira abordagem pressupõe que os reservatórios são finitos, sem possibilidade de expansão. O modelo proposto representa essas térmicas como se fossem usinas hídricas para as quais não há afluência. Definem-se então os seguintes novos vetores de decisão do modelo:

g_t^G : o vetor de estado da geração das térmicas com poços dedicados, expresso em MWh.

v_t^G : o vetor representativo dos estados de armazenamento dos reservatórios dedicados, expresso em bilhões de BTUs.

São definidos também os seguintes novos dados do modelo:

G : matriz (reservatórios de gás - usinas com poços dedicados) que representa a disposição das usinas a gás dedicado com relação aos reservatórios. Em outras palavras, o elemento G_{ij} indica a magnitude do impacto do acionamento da usina térmica a gás dedicado j sobre o nível de armazenamento do reservatório i . Essa formulação genérica, vide (40), permite representar um reservatório de gás sendo utilizado por mais do que uma usina (ou, inversamente, uma usina que utilize mais do que um reservatório como fonte de gás natural). De fato, além de G representar a arquitetura das usinas com relação aos reservatórios, os termos diferente de zero de G indicam também o fator de produtividade das usinas (expressos bilhão de BTU/MWh).

c_t^G : vetor de custos para geração expressos em R\$/MWh.

B^G : matriz (barras-geradores) de localização nodal dos geradores das usinas com poços dedicados.

Também são necessárias alterações da função de recursão (32) para: i) inclusão de termo de custo da geração das térmicas de poço dedicado ($c_t'^G g_t^G$) e ii) inclusão do vetor v_{t-1}^G como argumento da função de recursão. Faz-se necessário incluir no modelo a equação que rege a transição do vetor de estados referente ao armazenamento de gás nos reservatórios (v_t^G): $v_t^G = v_{t-1}^G - G g_t^G$. As restrições associadas aos cortes α_{t+1} também são alteradas para incluir a sensibilidade da função de recursão ao estado v_t^G .

O modelo resultante, para iteração m do período t , torna-se então:

$$\tilde{Q}_t^m(v_{t-1}, w_{t-1}, v_{t-1}^G, \varepsilon_{t,\omega}) = \min_{g_t, s_t, u_t, f_t, d_t, \theta_t, v_t, v_t^G} c_t' g_t + c^{def} \mathbb{I}' d_t + c_t'^G g_t^G + \alpha_{t+1} \quad (37)$$

s. a:

$$A f_t + B g_t + B^G g_t^G + P u_t = D_t - d_t \quad (38)$$

$$v_t = v_{t-1} - H(u_t + s_t) + w_t \quad (39)$$

$$v_t^G = v_{t-1}^G - G g_t^G \quad (40)$$

$$w_{t,\omega} = \phi_0 + \phi_1 w_{t-1} + \varepsilon_{t,\omega} \quad (41)$$

$$(g_t, f_t, \theta_t, u_t, s_t, v_t, d_t, w_t, v_t^G) \in X_t \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{t+1} \geq & \tilde{Q}_{t+1}^k(v_t^k, w_t^k, v_t^{G,k}) + \tilde{\pi}_{t+1}^{v,k} \cdot (v_t - v_t^k) + \tilde{\pi}_{t+1}^{w,k} \cdot (\phi_1(w_t - w_t^k)) \quad \forall k \leq m; \\ & + \tilde{\pi}_{t+1}^{v^G,k} \cdot (v_t^G - v_t^{G,k}) \quad \mathcal{Q}_{T+1}(\cdot) = 0, \end{aligned} \quad (43)$$

sendo $\tilde{\pi}_{t+1}^{v,m}$, $\tilde{\pi}_{t+1}^{w,m}$ conforme modelo da subseção anterior. As expressões para $\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m, w_t^m, v_t^G)$ e $\tilde{\pi}_{t+1}^{v^G,m}$ são conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t^m, w_t^m, v_t^G) = & (1 - \lambda) \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}) + \\ & \lambda \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t, v_t^G)} \left(\frac{p_{t+1,\omega}}{1-\alpha} \right) \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t, w_t, \varepsilon_{t+1,\omega}) \end{aligned} \quad (44)$$

$$\tilde{\pi}_{t+1}^{v^G,m} = (1 - \lambda) \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} p_{t+1,\omega} \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{v^G,m} + \lambda \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t, v_t^G)} \left(\frac{p_{t+1,\omega}}{1-\alpha} \right) \tilde{\pi}_{t+1,\omega}^{v^G,m} \quad (45)$$

$$\Omega_{t+1}^{*(\alpha)}(v_t, w_t, v_t^G) = \left\{ \omega \in \Omega_{t+1} \mid \tilde{Q}_{t+1}^m(v_t, w_t, v_t^G, \varepsilon_{t+1,\omega}) \geq \text{Var}_\alpha \left(\tilde{Q}_{t+1}^m(v_t, w_t, v_t^G, \varepsilon_{t+1}) \right) \right\} \quad (46)$$

4. Estudo de Caso

O objetivo deste estudo é avaliar o impacto no custo total de operação de um sistema hidrotérmico ao se considerar um reservatório finito de gás durante o planejamento da operação. Tomando como base uma versão ilustrativa do SIN, o modelo retrata um sistema composto por quatro subsistemas (SE, S, NE e N). Nesta versão, as hidrelétricas são agregadas em quatro reservatórios equivalentes, cada um deles localizado em um dos subsistemas. O sistema é composto ainda por 10 linhas de transmissão que interconectam os subsistemas, além de 95 termelétricas distribuídas pelos quatro subsistemas. Os dados utilizados para modelagem do sistema encontram-se no Anexo B e o custo de déficit é igual a R\$2300/MWh. Adicionalmente, foi incorporado ao modelo uma usina *gas-to-wire*, localizada no subsistema NE, com custo variável unitário (CVU) igual a \$100/MWh e potência de 500MW.

Para se obter a solução foi empregada a metodologia da PDDE descrita anteriormente, tomando como base 25 valores históricos de afluência mensal para cada subsistema. Assim, foram definidas 12 distribuições independentes e equiprováveis. O horizonte de simulação empregado foi de 25 anos (base mensal), com uma taxa de desconto igual a 0,5% a.m. Para a realização da simulação Monte Carlo final, foi tomada uma amostra de 3000 cenários para as afluências ao longo de todo o horizonte de planejamento. Em seguida, para comparar o efeito do planejamento na operação, foram estabelecidos três tipos de política de despacho. Na primeira delas, tanto o planejamento quanto a simulação da operação são feitos considerando-se um volume de gás infinito no reservatório. Essa política reflete aquilo que o planejador espera que seja implementado no momento da operação e será, portanto, denominada *política planejada*. Na segunda política, durante o planejamento, também assumimos que o reservatório de gás em questão é infinito, portanto, a usina estará sempre disponível para ser despachada quando acionada. No entanto, a simulação dessa política é mais realista e, uma vez que a reserva de gás for esgotada, outra usina (uma termelétrica ou uma hidrelétrica) deve ser acionada para atender à demanda inicialmente prevista para a *gas-to-wire*. Essa é a política que mais se aproxima da metodologia empregada atualmente e, devido à dissonância entre o planejamento e a operação, será denominada *política inconsistente*. Já a terceira política leva em conta o limite real do reservatório desde o início do planejamento. Para tanto, a FCF obtida pelas iterações da PDDE passa a contemplar o sobrecusto do acionamento de usinas térmicas mais caras nos casos de impossibilidade de despacho da usina *gas-to-wire*. Tal abordagem será denominada *política consistente*, uma vez que sua implementação é viável e corresponde fielmente ao que o planejador considera durante a etapa de planejamento da operação. Para mais informação a respeito da definição de inconsistência temporal decorrente de simplificações na etapa de planejamento de políticas operativas, sugerimos a leitura de [16].

A fim de mensurar o efeito do volume do reservatório, cada uma das políticas foi simulada assumindo-se uma reserva inicial de gás suficiente para operação na capacidade máxima da usina durante 5, 10, 15 e 20 anos. A Figura 5 apresenta a quantidade equivalente de energia (MWmês) disponível para geração da usina *gas-to-wire* ao longo do tempo. Para cada um dos casos simulados são apresentados tanto o volume médio quanto os quantis de 5% e 95% das políticas consistente e inconsistente. Como pode ser observado nos resultados da política inconsistente, desconsiderar o limite do reservatório de gás durante o planejamento promove um uso mais intenso da reserva disponível, o que acarreta em seu esgotamento antes do término do horizonte de estudo. Já na política consistente, o acionamento da usina *gas-to-wire* é realizado de forma mais racional, preservando o gás

disponível para momentos de maior necessidade e prolongando o período de disponibilidade da usina. Esse efeito fica mais evidente conforme se reduz o volume inicial de gás.

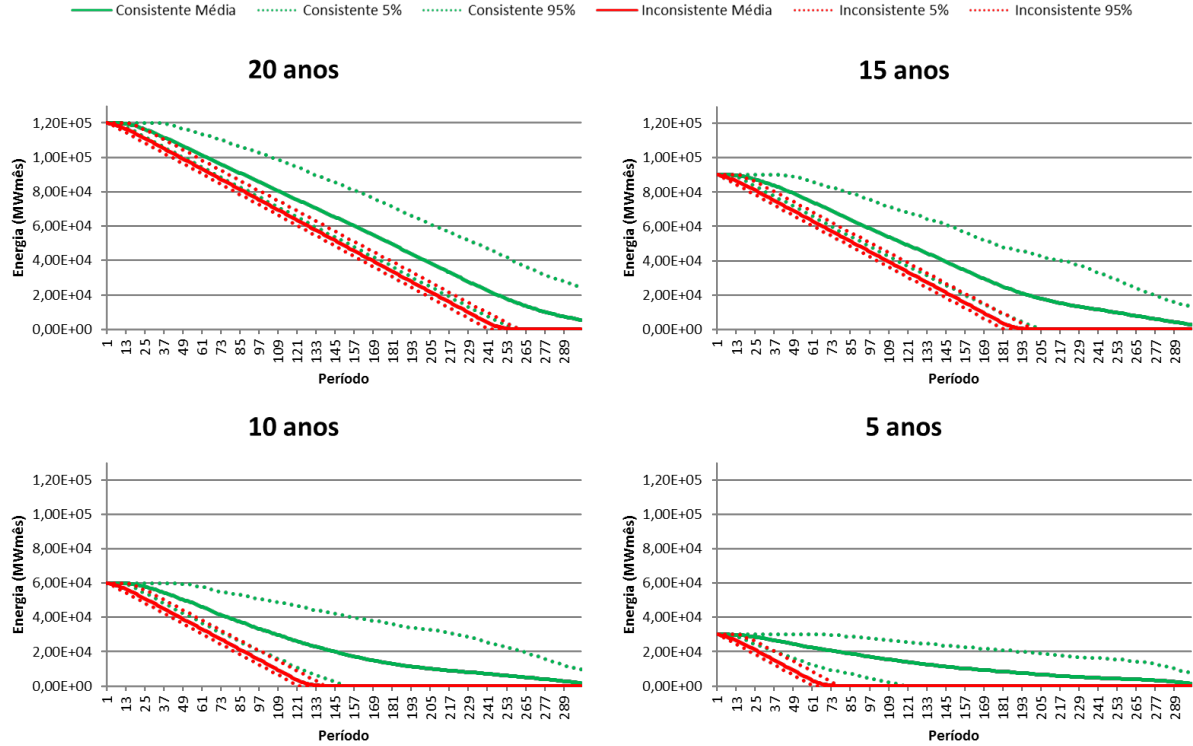


Figura 5 – Reserva de gás disponível

Conforme mencionado anteriormente, na ocasião de não haver mais gás disponível para acionamento da usina *gas-to-wire*, outro agente deve ser acionado para atender à demanda. Dado que as usinas são despachadas segundo uma ordem de mérito, a fim de minimizar o custo da operação, a indisponibilidade de uma usina qualquer leva ao despacho de outra com CVU superior ou ao uso do recurso hídrico inicialmente planejado para o futuro. Sendo assim, o acionamento de usinas que não correspondem à política planejada resulta em um custo superior de operação.

Para efeitos de comparação, utilizou-se o *GAP de Inconsistência* (definido em [15] e utilizado de maneira análoga à que utilizamos no presente trabalho em [16]), que mede a diferença de custo esperado entre a política de fato implementada (inconsistente) e a planejada. A métrica de inconsistência, definida conforme a equação (47) a seguir, considera que g^{Imp} se refere à geração das usinas térmicas obtida pela simulação da política implementada (política inconsistente) e g^{Plan} , obtida pela simulação da política planejada.

$$GAP = \frac{1}{M} \sum_{t=1}^T \sum_{\omega=1}^M c_t^T g_{t,\omega}^{Imp} - \frac{1}{M} \sum_{t=1}^T \sum_{\omega=1}^M c_t^T g_{t,\omega}^{Plan} \quad (47)$$

De forma análoga, o *Benefício da Consistência*, que mede o efeito de se adotar uma política consistente, é definido como a diferença do custo esperado entre as políticas inconsistente e consistente.

Através da simulação da política de planejamento, o valor esperado do custo total de operação, para todo o período simulado (25 anos), é de R\$45.6 bilhões. A Tabela 2 apresenta os valores esperados para o GAP de Inconsistência e o Benefício da Consistência sob um intervalo de confiança de 95% em valores percentuais do custo esperado planejado para cada um dos casos simulados.

Tabela 2 – GAP de Inconsistência e Benefício da Consistência em valores percentuais do custo esperado de planejamento

	5 anos	10 anos	15 anos	20 anos
GAP de Inconsistência (%)	6.13 – 6.23	3.70 – 3.76	1.97 – 2.00	0.71 – 0.72
Benefício da Consistência (%)	3.26 – 3.32	2.31 – 2.34	1.19 – 1.22	0.55 – 0.57

A partir dos resultados obtidos, observa-se que a implementação de uma política inconsistente acarreta em um sobrecusto da operação com relação ao inicialmente planejado. Tal efeito é potencializado conforme se reduz o volume inicial de gás disponível, chegando a um valor esperado de R\$ 2.82 bilhões no caso em que o volume inicial é suficiente para 5 anos de produção. Por outro lado, a adoção da política consistente possibilita a redução desse custo adicional. Para o mesmo cenário, a redução esperada desse sobrecusto é de R\$ 1.50 bilhão.

Os resultados do custo esperado de operação estão de acordo com os gráficos de reserva de gás apresentados na Figura 5. Como a política inconsistente tende a utilizar o gás disponível de maneira mais intensa, consumindo toda a reserva antes do fim do horizonte, termelétricas com CVU mais alto passam a ser acionadas, o que acaba por aumentar o custo de operação.

5. Conclusão

O estudo de caso conduzido neste trabalho aponta para os efeitos de uma política de planejamento de um sistema hidrotérmico que desconsidera os efeitos de uma reserva inicial de gás finita para uma usina *gas-to-wire*. Os resultados obtidos demonstram que

operar um sistema que tenha sido planejado dessa forma, leva a um aumento do custo com relação ao planejado, efeito que pode ser reduzido ao incluirmos a representação da restrição de reserva de gás na PDDE. Vale ressaltar que a adoção de uma política de planejamento consistente é sempre benéfica para o sistema. Ainda que o custo em etapa de planejamento seja elevado, o custo real incorrido é reduzido se comparado com o custo decorrente de uma operação que utiliza um sinal otimista, via FCFs mais baratas, do planejamento.

É importante destacar ainda que os resultados deste estudo foram obtidos considerando-se a presença de um único empreendimento do tipo *gas-to-wire*, com uma capacidade de geração de apenas 500MW. Em outras palavras, uma única usina térmica com capacidade de geração inferior a 1.4% do restante do sistema pode causar um impacto considerável no aumento do custo esperado de operação. A incorporação de outros empreendimentos desta natureza tende a elevar ainda mais o GAP de Inconsistência. Dessa forma, caso seja entendido que a exploração de reservas de gás via termelétricas com poços dedicados venha a aumentar, os autores deste artigo recomendam que o MME considere as restrições de limite dessas reservas no planejamento hidrotérmico.

6. Bibliografia

- [1] PEREIRA, Mario VF; PINTO, Leontina MVG. Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. **Mathematical programming**, v. 52, n. 1-3, p. 359-375, 1991.
- [2] CHEN, Zhi-Long; POWELL, Warren B. Convergent cutting-plane and partial-sampling algorithm for multistage stochastic linear programs with recourse. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 102, n. 3, p. 497-524, 1999.
- [3] DONOHUE, Christopher J.; BIRGE, John R. The abridged nested decomposition method for multistage stochastic linear programs with relatively complete recourse. **Algorithmic Operations Research**, v. 1, n. 1, 2006.
- [4] HINDSBERGER, Magnus; PHILPOTT, A. B. ReSa: A method for solving multistage stochastic linear programs. **Journal of Applied Operational Research**, v. 6, n. 1, p. 2-15, 2014.
- [5] Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, Brasil.
<http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/capacidadebrasil/capacidadebrasil.cfm>.
- [6] Operador Nacional do Sistema - ONS, Brasil. <http://www.ons.org.br/>
- [7] SHAPIRO, Alexander. Analysis of stochastic dual dynamic programming method. **European Journal of Operational Research**, v. 209, n. 1, p. 63-72, 2011.
- [8] HOMEM-DE-MELLO, Tito; DE MATOS, Vitor L.; FINARDI, Erlon C. Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming: a case study in long-term hydrothermal scheduling. **Energy Systems**, v. 2, n. 1, p. 1-31, 2011.

- [9] SOARES, Murilo Pereira; STREET, Alexandre; VALLADÃO, Davi Michel. On the solution variability reduction of Stochastic Dual Dynamic Programming applied to energy planning. **European Journal of Operational Research**. p.1 – 10, 2016.
- [10] LINOWSKY, Karsten; PHILPOTT, Andrew B. On the convergence of sampling-based decomposition algorithms for multistage stochastic programs. **Journal of optimization theory and applications**, v. 125, n. 2, p. 349-366, 2005.
- [11] PHILPOTT, Andrew B.; GUAN, Z. On the convergence of stochastic dual dynamic programming and related methods. **Operations Research Letters**, v. 36, n. 4, p. 450-455, 2008.
- [12] GIRARDEAU, Pierre; LECLERE, Vincent; PHILPOTT, Andrew B. On the convergence of decomposition methods for multistage stochastic convex programs. **Mathematics of Operations Research**, v. 40, n. 1, p. 130-145, 2014.
- [13] BARTY, Kengy. A note on the convergence of the SDDP algorithm. **Preprint, July**, 2012.
- [14] ARTZNER, Philippe et al. Coherent measures of risk. **Mathematical finance**, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.
- [15] RUDLOFF, Birgit; STREET, Alexandre; VALLADÃO, Davi M. Time consistency and risk averse dynamic decision models: definition, interpretation and practical consequences. **European Journal of Operational Research**, v. 234, n. 3, p. 743-750, 2014.
- [16] A. Brigatto; A. Street; D. M. Valladao, "Assessing the Cost of Time-Inconsistent Operation Policies in Hydrothermal Power Systems," accepted for publication in **IEEE Transactions on Power Systems**, 2017. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2672204

ANEXO A

CONJUNTO VIÁVEL

Conforme mencionado ao longo do documento, a restrição (4) representa o conjunto viável decorrente de todas as restrições relevantes para caracterizar a rede elétrica e os limites dos elementos do sistema. Segue abaixo a definição de cada uma das restrições que compõem o conjunto X_t .

- Segunda Lei de Kirchhoff

$$f_t = S \theta_t$$

f_t : vetor de fluxos em linhas, expresso em MWh

S : matriz do produto (transposto) entre a matriz de incidência e susceptância

θ_t : vetor de ângulos de fase, expresso em radianos

- Limites de potência dos geradores

$$\underline{G} \leq g_t \leq \overline{G}$$

g_t : vetor de geração térmica, expresso em MWh

\underline{G} : vetor de limite mínimo da potência dos geradores, expresso em MWh

\overline{G} : vetor de limite máximo da potência dos geradores, expresso em MWh

- Limites de fluxo nas linhas

$$f_t \leq \overline{F}$$

f_t : vetor de fluxos em linhas, expresso em MWh

\overline{F} : vetor de limite máximo de fluxo nas linhas, expresso em MWh

- Limites de ângulos nas barras

$$\underline{\theta} \leq \theta_t \leq \overline{\theta}$$

θ_t : vetor de ângulos de fase, expresso em radianos

$\underline{\theta}$: vetor de limite mínimo do ângulo de fase nas barras, expresso em MWh

$\overline{\theta}$: vetor de limite máximo do ângulo de fase nas barras, expresso em MWh

- Limites de armazenamento dos reservatórios hídricos

$$\underline{V} \leq v_t \leq \overline{V}$$

v_t : vetor de armazenamento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3

\underline{V} : vetor de limite mínimo de armazenamento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3

\overline{V} : vetor de limite máximo de armazenamento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3

- Limites de turbinamento das hidrelétricas

$$\underline{U} \leq u_t \leq \overline{U}$$

u_t : vetor de turbinamento das usinas hidrelétricas, expresso em hm^3

\underline{U} : vetor de limite mínimo de turbinamento das usinas hidrelétricas, expresso em hm^3

\overline{U} : vetor de limite máximo de turbinamento das usinas hidrelétricas, expresso em hm^3

- Limites de vertimento dos reservatórios hídricos

$$s_t \geq 0$$

s_t : vetor de vertimento dos reservatórios hídricos, expresso em hm^3

- Limites de déficit nas barras

$$0 \leq d_t \leq \overline{\delta}$$

d_t : vetor de déficit, expresso em MWh

$\overline{\delta}$: vetor de limite máximo das faixas de déficit, expresso em MWh

ANEXO B

DADOS DO ESTUDO DE CASO

Dados das termelétricas

Tabela B.1 – Dados das termelétricas para o estudo de caso

Unidade	Subsistema	CVU (R\$/MWh)	Potência (MW médio)
1	SE	145.2	657.5
2	SE	139.6	1351.2
3	SE	937.2	37.2
4	SE	208.9	251.4
5	SE	222.5	251.5
6	SE	151.6	29.6
7	SE	106.2	529
8	SE	584.6	44
9	SE	100.4	255
10	SE	120.8	235.9
11	SE	166.8	386.3
12	SE	251	387.9
13	SE	635	147
14	SE	190.9	226.3
15	SE	646.5	131.6
16	SE	153.4	87.3
17	SE	141	205.1
18	SE	294.5	924.3
19	SE	254.6	923.6
20	SE	158.9	400.4
21	SE	180	101.1
22	SE	103.2	200.3
23	SE	155.3	169.7
24	SE	183	387.9
25	SE	164	30.3
26	SE	470.5	200.9
27	SE	183.7	273.5
28	SE	525.2	30.2
29	SE	311.5	441.9
30	SE	214.5	565.1
31	SE	108.7	259.6
32	SE	141.5	258.8
33	SE	293.2	258.8
34	SE	611.6	65.7
35	SE	487.9	340.1
36	SE	130.8	1059.9
37	SE	215.7	1058.5

38	SE	1049.1	10.3
39	SE	101	198.1
40	SE	463.7	176.2
41	SE	198	207.1
42	SE	845	55.8
43	S	565.3	66.6
44	S	219.9	486.6
45	S	220.8	486.9
46	S	173.9	351.9
47	S	542.4	161.3
48	S	164.5	72.5
49	S	192.7	5.3
50	S	343.5	21.3
51	S	201.6	100.9
52	S	158.6	133.1
53	S	149.5	263.1
54	S	125.1	364.1
55	S	781.4	24
56	S	117	127.9
57	S	115.9	321.3
58	S	248.9	21.6
59	S	142.1	640.1
60	NE	537	13.6
61	NE	532.1	12.3
62	NE	647.2	34
63	NE	536.8	11.4
64	NE	836.1	348.5
65	NE	710	152.6
66	NE	709.8	151.7
67	NE	464.7	169.4
68	NE	580.7	13.6
69	NE	581.4	15.5
70	NE	188.4	220.4
71	NE	494.1	221.4
72	NE	536.1	14.1
73	NE	540.9	15.7
74	NE	189.4	138.9
75	NE	208.4	347.2
76	NE	463	150.7
77	NE	468.8	150.7
78	NE	535.3	16.7
79	NE	537.1	15.8
80	NE	449.7	169.3
81	NE	560.4	14.3
82	NE	565.8	14.9
83	NE	928.4	103

84	NE	779.8	136.4
85	NE	840.7	54.8
86	NE	836.7	66.7
87	NE	204.8	186.5
88	NE	458.9	51
89	NE	927.5	157.3
90	NE	460.9	171.5
91	NE	465.9	172.9
92	NE	190.2	533.1
93	NE	289.2	324.4
94	N	465.5	166.3
95	N	470.1	166.4

Dados das linhas de transmissão

Tabela B.2 – Dados das linhas de transmissão para o estudo de caso

Linha	Origem	Destino	Fluxo (MWmédio)
1	SE	S	7710
2	SE	S	7700
3	SE	NE	1010
4	SE	NE	1000
5	SE	Imperatriz	4010
6	SE	Imperatriz	4000
7	NE	Imperatriz	3970
8	NE	Imperatriz	3960
9	N	Imperatriz	3159
10	N	Imperatriz	3149

Dados de demanda

Tabela B.3 – Dados de demanda mensal para o estudo de caso

Mês	SE	S	NE	N
JAN	40117	11127	9248	4344
FEV	41110	11383	9020	4365
MAR	41221	11473	9257	4502
ABR	40360	11114	9302	4539
MAI	38621	10446	9049	4600
JUN	38079	10387	8701	4578
JUL	38223	10291	8680	4553
AGO	38652	10128	8492	4602
SET	39095	10102	8677	4620

OUT	39004	10151	8839	4583
NOV	38809	10431	8862	4574
DEZ	38770	10469	8781	4517

Dados das hidrelétricas

Tabela B.4 – Dados das hidrelétricas para o estudo de caso

Subsistema	Potência (MWmédio)	Limite do Reservatório (MWmês)	Volume Inicial (MWmês)
SE	45829.1	200717.6	119428.8
S	13381.8	19617.2	11535.1
NE	9780.9	51806.1	29548.2
N	7740.2	12679.9	6649.4