Seja o problema $\min_Q \mathbb{E}[\alpha \max\{0, X-Q\} + (1-\alpha)\max\{0, Q-X\}]$.
Podemos reescrever a função que queremos minimizar como:

$$\Psi(Q) = \alpha \int_Q^{\infty} (x-Q)\, dF_x + (1-\alpha)\int_{-\infty}^{Q} (Q-x)\, dF_x$$

$$= \alpha \int_Q^{\infty} x\, dF_x - \alpha Q \int_Q^{\infty} dF_x + Q\int_{-\infty}^{Q} dF_x - \int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x - \alpha Q \int_{-\infty}^{Q} dF_x + \alpha \int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x$$

$$= \alpha \int_Q^{\infty} x\, dF_x - \alpha Q(1-\cancel{F_x(Q)}) + Q F_x(Q) - \int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x - \cancel{\alpha Q F_x(Q)} + \alpha\int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x$$

$$= \alpha \int_Q^{\infty} x\, dF_x - \alpha Q + Q F_x(Q) - \int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x + \alpha \int_{-\infty}^{Q} x\, dF_x$$

Pela condição de otimalidade de 1ª ordem temos que $\frac{d\Psi(Q)}{dQ} = 0$. Assim:

$$\cancel{-\alpha Q^* f(Q^*)} - \alpha + F_x(Q^*) + \cancel{Q^* f(Q^*)} - \cancel{Q^* f(Q^*)} + \cancel{\alpha Q^* f(Q^*)} = 0$$

$$F_x(Q^*) = \alpha$$

E, portanto:

$$\boxed{Q^* = F_x^{-1}(\alpha)}$$