1ELE713 – Semana 19 – Prova 2

INSTRUÇÕES PARA A RESOLUÇÃO DA PROVA.

A prova contém 3 questões com vários itens cada. As questões e os itens devem ser resolvidos na sequencia como são mostrados no texto da prova. Cada item em cada questão DEVE estar claramente marcado.

A maior parte dos itens envolve a construção de diagramas e gráficos que devem ser confeccionados de forma CLARA e PRECISA. As demonstrações devem conter explicações suscintas, diretas e claras. Fórmulas ou equações que aparecerem “magicamente” na prova NÃO SERÃO consideradas.

O capricho e a clareza na resolução da prova são essenciais

A falha em qualquer um dos preceitos descritos irá INVALIDAR sua questão ou o item.

Cada item na prova é uma unidade que durante a correção será considerada certa ou errada, sem meio termo.

1. A Figura 1 mostra os polos da resposta de um sistema quando a ele é aplicado um impulso. Se a este mesmo sistema for aplicado um degrau, encontre:
   a) A frequência natural de oscilação, a atenuação, a frequência natural amortecida, o tempo de subida, o tempo de pico, o tempo de acomodação considerando o critério de 2% e o máximo sobressinal.
   b) A função de transferência e classifique o sistema quanto ao seu amortecimento.
   c) Se for o caso, calcule o período de oscilação da onda (T) observada. Se for o caso, calcule também a função envelope exponencial ou o decaimento exponencial.
   d) Esboce a onda gerada no tempo com precisão suficiente para mostrar em escala TODOS os parâmetros calculados anteriormente. Se for o caso, trace sobre o esboço o envelope exponencial marcando os pontos de início e fim. Calcule e mostre esses pontos no gráfico.
   e) Calcule no plano s e no tempo a resposta do sistema ao degrau.
   f) Calcule no plano s e no tempo a resposta do sistema ao impulso.

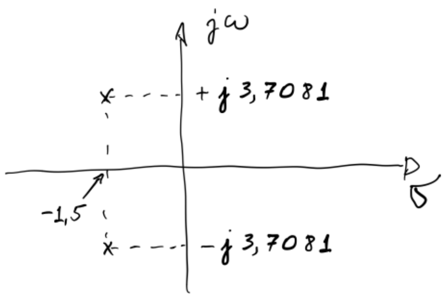

Figura 1. Dois polos no plano s, relativos à Questão 1.

2. A Figura 2 ilustra um sistema hidráulico realimentado. Este sistema é baseado em um servomotor hidráulico integral cujo eixo da válvula piloto é realimentado segundo o esquema da Figura 2. Este sistema produz um controlador cuja função de transferência Y(s)/E(s) deve ser encontrada, segundo os passos ditados pelos itens abaixo relacionados.

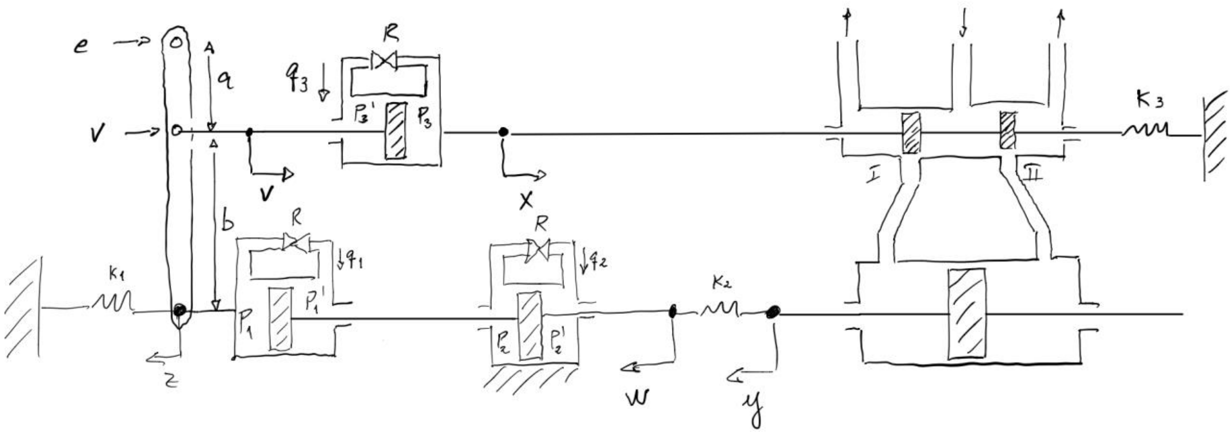

Figura 2. Sistema hidráulico relativo à Questão 2.

a) A Figura 3 mostra a parte inferior do sistema hidráulico. Este possui o atuador do servomotor, dois conjuntos pistão-cilindro (1 e 2) e duas molas com constantes K1 e K2. O pistão do atuador do servomotor está conectado ao eixo da direita, que por sua vez se conecta à mola K2. A outra extremidade da mola K2 conecta-se através do eixo do centro, que por sua vez conecta o pistão 2 e o pistão 1. O eixo da esquerda está conectado a um dos terminais da mola K1, à haste de realimentação e ao cilindro 1. A outra extremidade da mola K1 está fixa. O cilindro 1 está livre para movimentar-se e o cilindro 2 está fixo. A variável y(t) descreve o movimento do eixo da direita, a variável w(t) descreve o movimento do eixo do centro e a variável z(t) descreve o movimento do eixo da esquerda. As setas indicam a direção positiva dessas variáveis. A massa dos elementos descritos são desconsideradas.

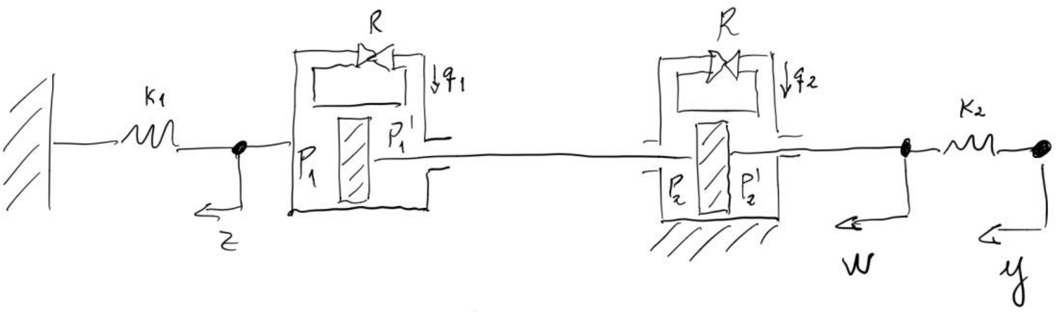

Figura 3. Parte inferior do sistema hidráulico da Figura 2.

Colocando um bloco com massa zero em qualquer lugar do eixo do centro (por exemplo sobre o ponto w) e um bloco com massa zero no eixo da direita (em y), faça um diagrama das forças que atuam na massa em (w) devido ao movimento w e y. Ao final, zere a massa e prove a relação:

$$K_2(y-w) = (P_1 - P_1')A + (P_2 - P_2')A$$

b) Coloque uma massa zero no eixo da esquerda (sobre o ponto z) e faça o diagrama de forças que atuam nessa massa, quando do movimento do pistão 1. Explique em detalhes o porquê das forças que atuam nesse ponto. Zere a massa e prove a relação:

$$(P_1 - P_1')A = K_1 z$$

c) Usando os resultados de (a) e (b), o fluxo em cada um dos cilindros sobre a restrição R e o princípio da conservação de massa deslocada pelos pistões, encontre as equações diferenciais que regem o sistema da Figura 3 e, a partir destas, encontre a função de transferência $Z(s)/Y(s)$. A densidade do óleo presente em todo o sistema hidráulico é dada por ρ. A função de transferência deve ser descrita em pelas constantes T_1 e T_2, onde $T_1 = B/K_1$ e $T_2 = B/K_2$ e $B = A^2R\rho$, onde A é a área dos pistões.

d) O servomotor hidráulico presente no sistema da Figura 2 funciona como um controlador hidráulico integral. Partindo da equação da válvula piloto e da conservação de massa no seu cilindro de potência, encontre as equações diferenciais que regem o sistema e, a partir destas, encontre a função de transferência $Y(s)/X(s)$. Para este controlador, saiba que $K_c = K/A\rho$, onde K é a constante de proporcionalidade entre o deslocamento do eixo da válvula piloto e o fluxo liberado e A é a área do pistão do cilindro de potência.

e) O conjunto pistão-cilindro 3 conecta o ponto central da haste de realimentação ao eixo da válvula piloto. Coloque um bloco com massa zero em (x) e faça o diagrama de forças que atuam nessa massa, quando do movimento do pistão 3. Explique em detalhes o porquê das forças que atuam nesse ponto. Zere a massa e do equilíbrio de forças resultante, deduza a relação entre as pressões nas câmaras do conjunto cilindro-pistão 3 e o deslocamento x.

f) Partindo do resultado encontrado no item (e), usando a relação entre o fluxo e a resistência ao fluxo e usando a conservação de massa de fluido deslocado no conjunto cilindro-pistão 3, encontre as equações diferenciais que relacionam o deslocamento x e v. Destas EDOs, encontre a função de transferência $X(s)/V(s)$ em termos da constante T_3, onde $T_3 = B/K_3$.

g) Modele a haste de ligação pelo princípio da superposição. Explique em detalhes seu modelo, incluindo figuras. Neste modelo as entradas são os deslocamentos do ponto inferior (z) e do ponto superior (e). A saída é o ponto de ligação central (v). Encontre a função no plano s que relaciona V(s) com E(s) e Z(s).

h) Faça os diagramas de bloco referentes às funções de transferência encontradas nos itens (c), (d), (f) e (g). Junte os diagramas de bloco para formar o diagrama de blocos completo do sistema da Figura 2, que relaciona Y(s) com E(s).
A partir do diagrama de blocos final, encontre a função de transferência Y(s)/E(s). Esta função deve ser um polinômio de grau 2 em s escrito em termos das constantes a, b, T_1 e T_2.

3. A Figura 4a mostra um sistema de nível de líquido. No equilíbrio, a válvula de entrada tem fluxo $\bar{Q}$, o tanque tem uma altura $\bar{H}$ e a válvula de saída tem um fluxo $\bar{Q}$. Havendo um desequilíbrio q_i na entrada o fluxo de entrada será $\bar{Q} + q_i$, a altura do tanque terá uma altura $\bar{H} + h$ e o fluxo de saída será $\bar{Q} + q_o$. A válvula de saída possui uma restrição ao fluxo R constante e o reservatório possui capacitância C.

   a) Baseado no sistema e nas variáveis e constantes descritos acima, encontre as equações no tempo que regem o sistema e que relacionam as variáveis q_i, q_oe h. Descreva as equações encontradas no plano s e desenhe o diagrama de blocos para cada uma delas.
   Combine os diagramas de blocos encontrados para produzir um diagrama com realimentação que relaciona a saída $H(s)$ com a entrada $Q_i(s)$ e que contenha explicitamente o sinal $Q_o(s)$ como sinal intermediário. A partir deste diagrama, obtenha também a função de transferência.

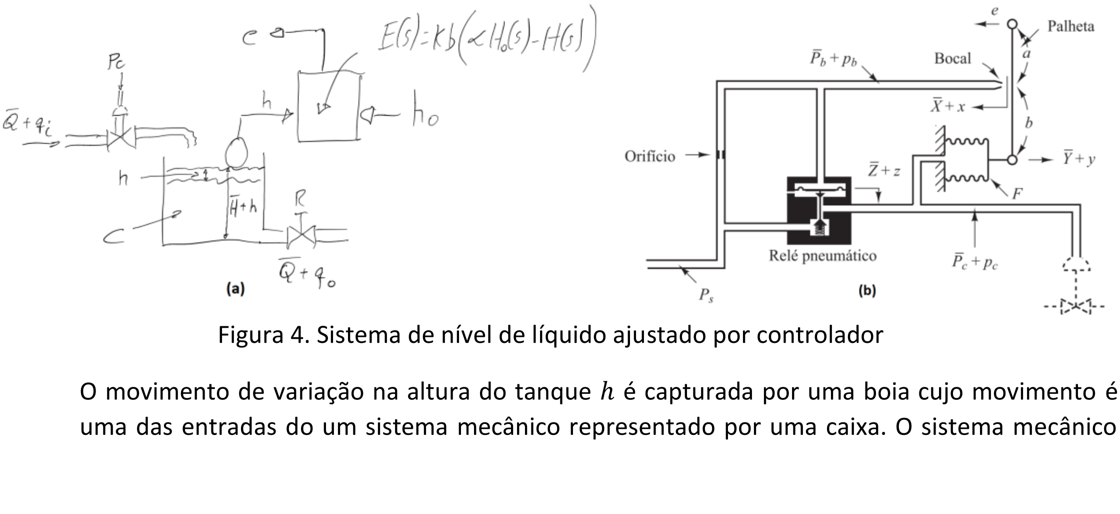

Figura 4. Sistema de nível de líquido ajustado por controlador

O movimento de variação na altura do tanque h é capturada por uma boia cujo movimento é uma das entradas do um sistema mecânico representado por uma caixa. O sistema mecânico possui uma segunda entrada que recebe um sinal de referência h_o, que é o ajuste da variação na altura do reservatório que se deseja. O sistema mecânico produz como saída um movimento com amplitude e. A função de transferência desta caixa que representa o sistema mecânico da boia é dada por

$$E(s) = K_b\big(\propto H_o(s) - H(s)\big),$$

conforme mostra a Figura 4a.

A Figura 4b ilustra um controlador que utiliza um controlador bocal-palheta e um relê pneumático para regular a variação de pressão de saída p_c, que por sua vez comanda uma válvula pneumática. O sistema é realimentado por um fole que contra atua no movimento da haste de controle da palheta. Um sinal mecânico e externo é a entrada do sistema e atua no movimento da haste de controle da palheta.

A pressão p_c é proporcional à distância x da palheta até o bocal e é dada por

$$p_c = Kx$$

b) Modele o fole que atua na haste através do movimento y de seu eixo. Monte o diagrama de forças que atuam neste sistema em um bloco com massa zero em qualquer ponto do eixo. O bloco representa a massa de todos os elementos que se movem no conjunto formado pelo fole e por seu eixo. Ao final considere a massa do bloco como zero e obtenha a equação do balanço de forças. Esta equação relaciona as variáveis p_c e y através das constantes K_f e A, que são a constante de mola do fole e a área da seção transversal do fole, respectivamente. Obtenha a função de transferência do fole, onde $P_c(s)$ é a entrada e $Y(s)$ é a saída. Faça também o diagrama de blocos deste.

   Adicionalmente, obtenha a função de transferência do sistema formado pelo controlador bocal-palheta e pelo relê pneumático, dado anteriormente por $p_c = Kx$. Faça também o diagrama de blocos deste.

c) Modele o movimento da haste de controle da palheta. Para isto, considere que o movimento y do eixo do fole e que o movimento do sinal mecânico e produzem contribuições independentes para o movimento x da palheta, que podem ser combinados por superposição para se obter o movimento completo.

   Obtenha também o modelo em s, onde $X(s)$ é a saída e as entradas são $Y(s)$ e $E(s)$. Faça também um diagrama de blocos.

d) Combine os diagramas de blocos obtidos em (b) e (c) para construir o diagrama de blocos que descreve o controlador da Figura 4b, onde $E(s)$ é a entrada e $P_c(s)$ é a saída.

   A PARTIR DO DIAGRAMA DE BLOCOS, obtenha a função de transferência do sistema. A função de transferência depende somente de uma combinação de constantes, que formam a constante K_p.

O controlador da Figura 4b, através do sinal de pressão p_c, atua na válvula de entrada do sistema de nível de líquido da Figura 4a, controlando o fluxo q_i para o tanque. Como as variações de fluxo q_i na válvula são pequenas, assume-se que a operação da válvula é linear. Desta forma, o fluxo q_i é proporcional ao sinal de pressão p_c, onde temos

$$q_i = K_v p_c$$

Na Figura 4a, a variação no nível do líquido h no reservatório produz um sinal mecânico e cujo mecanismo é acoplado diretamente à entrada e no topo da haste de controle do controlador da Figura 4b. Assim, a variação de h produz o movimento com amplitude e na entrada do controlador pneumático da Figura 4b, conforme a função de transferência repetida abaixo

$$E(s) = K_b\big(\propto H_o(s) - H(s)\big)$$

e) Usando as equações acima, encontre a função de transferência da válvula de entrada e construa seu diagrama de blocos. Adicionalmente, construa o diagrama de blocos do sistema mecânico que transforma o movimento da boia em um sinal de erro que realimenta o controlador da pneumático.

SEGUE NA PRÓXIMA PÁGINA.

f) USANDO OS DIAGRAMAS OBTIDOS para as diversas partes do sistema ilustrado na Figura 4a e na Figura 4b, monte o diagrama de blocos completo desse sistema, que relaciona a entrada $H_o(s)$ com a saída $Q_i(s)$. NÃO SIMPLIFIQUE o diagrama, use os diagramas obtidos tal como peças de um LEGO para obter o diagrama final do sistema.

g) PARTINDO DO DIAGRAMA completo do sistema, obtido no item (f), encontre a função de transferência deste sistema. Esta função de s deve estar expressa em termos das constantes $\propto$, K_b, K_p, K_v, R, C.