№ 11.2 (3)

3) $\{0, \bar{x}\}$. Отримаєм набір $\{0, 1, x, \bar{x}\}$.

Оскільки $n = 2$, то:

$$\{0, 1, x_1, \bar{x}_1, x_2, x_2\}.$$

№ 11.12 (2, 6)

2) (1001)

x	y	f(x,y)	$\bar{f}(x,y)$	$f^*(x,y)$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

Самодвоїста ф° $f_2=(1001)$:

$f_2^*=(0110)$.

6) $f_6=(0100\ 1101)$

x	y	z	f(x,y,z)	$\bar{f}(x,y,z)$	$f^*(x,y,z)$
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1

$f_6^*(x,y,z)=(0100\ 1101)$

Отже, $f_6 \in S$

№ 11.13 (2)

2) $(x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee x_3$.

$\quad\quad ||$

$(x \wedge \bar{y}) \vee z$.

$f(1,0,0) \neq f^*(1,0,0)$

x	y	z	f	$\bar{f}$	f^*
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1

$f^*=\begin{pmatrix}0100\\0101\end{pmatrix}$

$f=\begin{pmatrix}0101\\1101\end{pmatrix}$

№ 11.4(1)

1) $f(x)=\bar{x}$, $K=\{0, x_1\to x_2\}$

Отримаємо заперечення від імплікації:

$x_1\to x_2 = \bar{x}_1 \vee x_2$

заперечення від 0:

$x\to 0=\bar{x}$.

№ 11.10(2,4)

2) $f_2 = x_1 \vee x_2$

$f_2^*(x_1, x_2) = \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2} = x_1 \wedge x_2$

$f_2(0,1) \neq f_2^*(0,1)$

Отже, $f_2 \notin S$

4) $f_4=(x\vee\bar{y}\vee z)t\vee x\bar{y}z$

$f_4^* = \overline{(\bar{x}\vee y\vee\bar{z})\bar{t}\vee\bar{x}y\bar{z}} = \overline{(\bar{x}\vee y\vee\bar{z})}\vee t\wedge x\bar{y}z =$

$= x\wedge\bar{y}\wedge z \vee t\wedge\bar{y}z = x\bar{y}z\vee tx\bar{y}z = x\bar{y}z(1\vee t) =$

$= x\bar{y}z$

$f_4(1111) \neq f_4^*(1111)$.

$f_4\notin S$.

№ 11.15 (3, 7)

3) $x \to y = \bar{x} \vee y = (x \oplus 1) y \oplus (x \oplus 1) \oplus y =$

$= xy \oplus x \oplus y \oplus 1 \oplus y = xy \oplus x \oplus 1$

№ 11.16

7) $f = (1101) =$

$= 1 \oplus x_1 \oplus x_1 x_2$

x	y	f	
0	0	1	$a_0 = 1$
0	1	1	$a_0 + a_2 = 1.$ $a_2 = 0$
1	0	0	$a_1 = 1$
1	1	1	$a_0 + a_1 + a_2 + a_{12} = 1$

$1 + 1 + 0 + a_{12} = 1$

$a_{12} = 1$

№ 11.16 (8)

8) $f = (1001\ 0110)$

$1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_3.$

x	y	z	f	
0	0	0	1	$a_0 = 1$
0	0	1	0	$a_3 = 1$
0	1	0	0	$a_2 = 1$
0	1	1	1	$a_{23} = 0$
1	0	0	0	$a_1 = 1$
1	0	1	1	$a_{13} = 0$
1	1	0	1	$a_{12} = 0$
1	1	1	0	$\cancel{1+1+1+1+1}+0+0+0+1$

$a_{123} = 0$

$a_{123} = 0.$

№ 11.15 (7)

7) $(\bar{x} \vee \bar{y}) \to z$

x	y	z	f	
0	0	0	0	
0	0	1	1	z
0	1	0	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	1	1	
1	1	0	1	xy
1	1	1	1	xyz

0 1 0 1 0 1 1 1
1 1 1 1 1 0 0
0 0 0 0 1 0
0 0 0 1 1
0 0 1 0
0 1 1
1 0
1

Полином Жегалкина для $f_1 = z \oplus xy \oplus xyz$.

№ 11.18 (6)

6) (0101 0011) – монотонная функция

0101 < 0011

$01 \le 01$, $0 < 1$.

$00 < 11$. $0 \le 0$, $1 \le 1$.

13

№ 11.21 (3)

3) $f = \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_3$.

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

f(000) < (0,01)
f(000) < f(001)

(001) < (010)

f(001) > f(010)

Ответ,
f немонотонна

№ 11.31 (2, 6)

2) $\{\wedge, \oplus, 1\}$ є ФНС, адже будь-яку булеву функцію можна звести поліномом Жегалкіна, тобто суперпозицією цих функцій, а щільно 0 — формулою $1 \oplus 1$.

6) $\{\overset{f_1}{(x \Leftrightarrow y) \oplus z}, \overset{f_2}{x \wedge y}\}$

x	y	z	$\overset{I}{x \Leftrightarrow y}$	$\overset{f_1}{I \oplus z}$	$\overset{f_2}{x \wedge y}$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1

$f_1 = (x \Leftrightarrow y) \oplus z$

$f_2 = x \wedge y$

$f_2 \in T_0$, адже $f_2(0,0) = 0$

$f_1 \notin T_0$

$f_1(1,1,1) = 0$, $f_1 \notin T_1$

$f_2(1,1) = 1$, $f_2 \in T_2$

$f_1^* = \overline{(\bar{x} \leftrightarrow \bar{y}) \oplus \bar{z}}$

$f_1(0,0,0) \neq f_1^*(0,0,0)$. Отже, $f_1 \notin S$

$f_2^* = \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} = x \vee y$

Оскільки $f_2(1,0) \neq f_2^*(1,0)$, то $f_2 \notin S$

$f_1 = (1001\ 0110) \notin M$

$f_2 = (00000011) \in M$

x	y	z	
0	0	0	1
0	0	1	z
0	1	0	y
0	1	1	
1	0	0	x
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

f

1 0 0 1 0 1 1 0
1 0 1 1 1 0 1
1 1 0 0 1 1
0 1 0 1 0
1 1 1 1
0 0 0
0 0
0

$f_1 = 1 \oplus z \oplus y \oplus x \in L$

$f_2 = xy \notin L$.

Отже, за теоремою Поста, ці ф-ції образують повну систему.

№ 11.32(3)

3) $\{ f_1 = \overset{x \vee y}{(0111)} , f_2 = (1001\,0110) \}$

x	y	z		
0	0	0	1	1 0 0 1 0 1 1 0
0	0	1	z	1 0 1 1 1 0 1
0	1	0	y	1 1 0 0 1 1
0	1	1	x	0 1 0 1 0
1	0	0		1 1 1 1
1	0	1		0 0 0
1	1	0		0 0
1	1	1		0

Пол. Жег.:

$f_2 = 1 \oplus x \oplus y \oplus z$

Пол. Жег. для f_1:

$f_1 = x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2$

Отже:

$f_1 \in T_0$, $f_2 \notin T_0$

$f_1 \in T_1$, $f_2 \notin T_1$

$f_1 \in M$, $f_2 \notin M$

$f_1 \notin S$, адже $f_1(0,1) \neq f_1^*(0,1)$ $f_2 \notin S$

$f_1 \notin L$. $f_2 \in L$.

$f_2^* = \overline{0 \oplus \bar{x} \oplus \bar{y} \oplus \bar{z}}$ $f_2(0,0,0) \neq f_2^*(0,0,0)$

Отже, це ФПС.

№117(3)

3) $K = \{x_1 \to x_2,\ x_1 \oplus x_2 \oplus x_3\}$

$f_1(x_1, x_2) = x_1 \to x_2$, $f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 \oplus x_2 \oplus x_3$

$B_2 = \{\bar{x}, \wedge, \vee\}$

$\bar{x} = \cancel{\overline{x \oplus x \oplus x}} = \overline{x \oplus x \oplus x} = f_2(x, x, x)$

$x \vee y = \bar{x} \to y = f_1(\bar{x}, y) = f_1(f_2(x, x, x), y)$

$x \wedge y = f_2(f_1(x, f_2(y, y, y)), f_1(x, f_2(y, y, y)),$

$f_1(x, f_2(y, y, y))) = \overline{(x \to \bar{y}) \oplus (x \to \bar{y}) \oplus (x \to \bar{y})} =$

$= \overline{x \to \bar{y}} = \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} = x \wedge y.$

Отже, K - набір - повний (функціонально).