

Розрахункова Робота 2  
з математичної статистики  
Варіант 133

Воробйов Георгій

9 травня 2021 р.

**Зміст**

<b>1 Завдання</b>	<b>1</b>
<b>2 Розв'язок</b>	<b>2</b>
2.1 Вступ . . . . .	2
2.2 Аналіз вибірки . . . . .	2
<b>3 Вибіркові статистики</b>	<b>6</b>

**1 Завдання**

1. Проведіть первинний аналіз вибірки. Це включає статистичний ряд (для розподілів — інтервальний), емпіричну функцію розподілу (для неперервних розподілів інтервальну), її графік, полігон частот (для дискретних розподілів), гістограму (неперервних розподілів), box-and-whisker plot.
2. Знайдіть вибіркове середнє, вибірккову дисперсію, виправлену вибірккову дисперсію, вибірккову медіану, вибірккову моду, вибірккові коефіцієнти асиметрії та ексцесу.
3. Обґрунтуйте та висуньте (нову) гіпотезу про розподіл генеральної сукупності.
4. Методом моментів та методом максимальної вірогідності знайдіть оцінки параметрів розподілу. В деяких випадках це може бути не дуже просто (як, наприклад, для параметра  $N$  біноміальної генеральної сукупності). Це чудовий спосіб проявити креативність та/або вміння користуватися Google.

5. Для кожного параметра кращу з цих двох оцінок перевірте на (асимптотичну) незміщеність, консистентність та ефективність.
6. Побудуйте довірчі інтервали надійністю 0.95 для параметрів розподілу.
7. Нарешті, перевірте висунуту гіпотезу про розподіл генеральної сукупності за допомогою критерію  $\chi^2$
8. Проявіть всі свої літературні здібності та напишіть висновки

Задана вибірка:

2 1 1 4 4 3 4 3 2 7 6 1 5 3 3 1 4 3 2 3 2 3 2 3 4 5 3 5 5 1 2 3 6 3 5 5 2 5 2 2 0 3  
 0 2 6 2 3 4 3 2 4 1 4 3 4 2 4 1 4 5 5 3 3 3 2 4 3 2 4 3 3 3 4 2 3 6 1 2 3 3 4 0 3  
 5 1 4 4 3 3 1 3 3 6 2 2 3 2 5 3

## 2 Розв'язок

### 2.1 Вступ

Запишемо відсортовану вибірку:

0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3  
 3  
 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 7

### 2.2 Аналіз вибірки

Побудуємо статистичний ряд даної вибірки

елементи	Частота $n_i$	Кумулятивна частота $n_i^*$	Відносна частота $\nu_i$	Відносна кумулятивна частота $\nu_i^*$
0	3	3	0.03	0.03
1	10	13	0.1	0.13
2	20	33	0.2	0.33
3	33	66	0.33	0.66
4	17	83	0.17	0.83
5	11	94	0.11	0.94
6	5	99	0.05	0.99
7	1	100	1	1

За даними таблиці можемо побудувати полігон частот та функцію розподілу

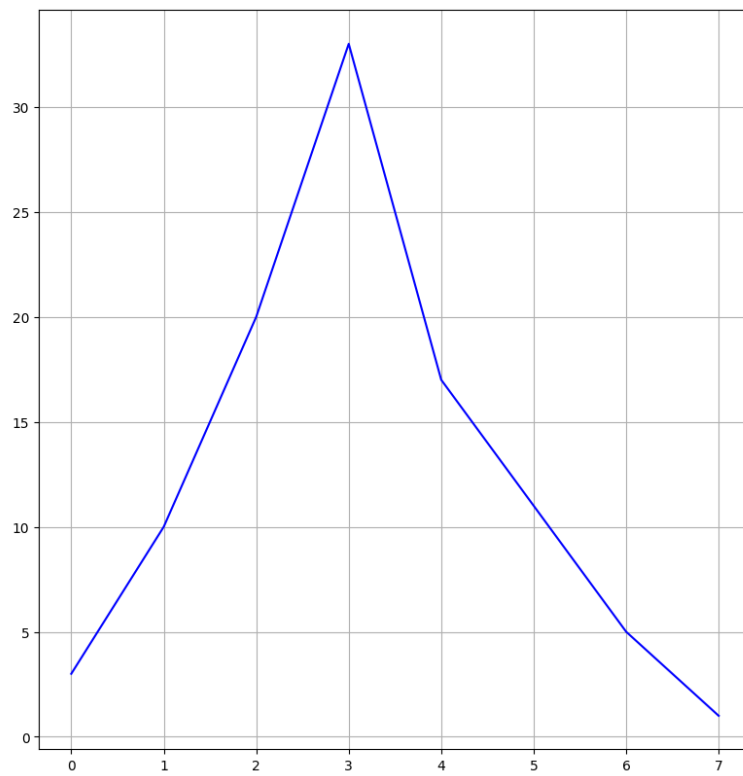


Рис. 1: Полігон частот

Маємо наступну емпіричну функцію розподілу

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 0.03 & 0 < x \leq 1 \\ 0.13 & 1 < x \leq 2 \\ 0.33 & 2 < x \leq 3 \\ 0.66 & 3 < x \leq 4 \\ 0.83 & 4 < x \leq 5 \\ 0.94 & 5 < x \leq 6 \\ 0.99 & 6 < x \leq 7 \\ 1 & x > 7 \end{cases}$$

Відповідний їй графік:

Рис. 2: Емпірична функція розподілу

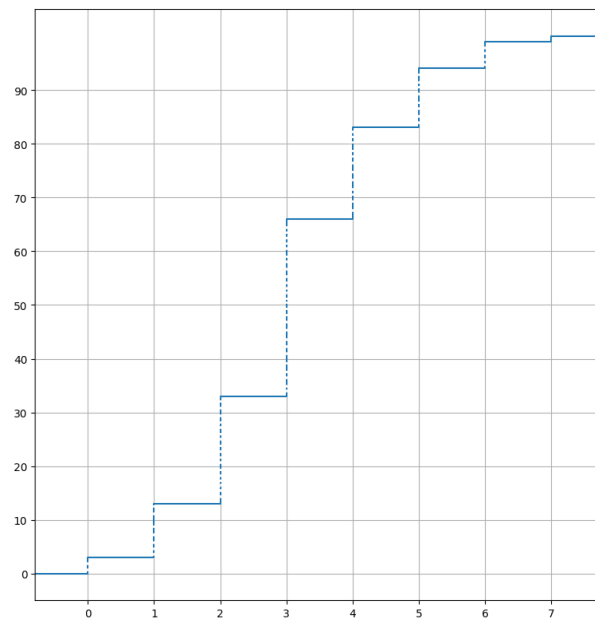
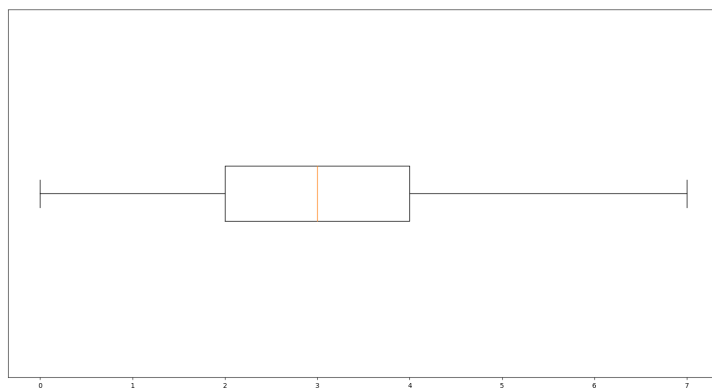


Рис. 3: Box and whisker plot



### 3 Вибіркові статистики

Порахуємо значення вибіркового середнього

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{100} \xi_i = 3.09$$

Порахуємо значення вибіркової дисперсії

$$\mathbb{D}^{**} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{100} (\xi_i - \bar{\xi})^2 = 2.08$$

Порахуємо значення виправленої вибіркової дисперсії

$$\mathbb{D}^{***} = \frac{n}{n-1} \mathbb{D}^{**} = 2.06$$