



Escuela de Ciencias
Maestría en Matemáticas Aplicadas
Técnicas robustas y no paramétricas

Examen 1

NOTA: _____

NOMBRE: _____ CÓDIGO: _____

GRUPO: _____ PROFESOR: Henry Laniado FECHA: Agosto 27 de 2018

1. Abra un fichero word y punto por punto escriba los resultados y pegue las gráficas en el fichero. El fichero de datos son los tiempos de vida en horas de componentes electrónicos durante 10 años.

- a) [10 %] Grafique en un mismo plano las funciones de distribución empíricas de los tiempos de vida de los 10 años. Explique con base en las gráficas de las funciones, si es observable un efecto de mejoría en los tiempos de vida a través del tiempo. Interprete los intervalos donde la función del primer año es mayor a la del último
- b) [10 %] Calcule y grafique las bandas de confianza a un 90 % de confianza para la función de distribución empírica del primer año.
- c) [10 %] Grafique en un mismo plano la distribución empírica del último año y la distribución teórica de una exponencial de parámetro 10. Considere usted que hay un buen ajuste?. Determine computacionalmente si se cumple en este par de distribuciones el Teorema de Glivenko Cantelli.
- d) [10 %] Enuncie y demuestre la desigualdad de Markov y Chebyshev.
- e) [10 %] Suponga que X es una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[a, b]$. Calcule

$$P(|X - \mu| > k\sigma),$$

para $k > 1$. Compare el resultado con la cota obtenida de la desigualdad de Chebyshev.

- f) [10 %] Considere X_1, X_2, \dots una sucesión de variables aleatorias. Pruebe que X_n converge en probabilidad a b si

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n) = b \quad y \quad \lim_{n \rightarrow \infty} V(X_n) = 0$$

- g) [10 %] Considere X_1, X_2, \dots, X_n una sucesión de variables aleatorias I.I.D. con media μ Pruebe que \bar{X}_n converge en probabilidad a μ
- h) [10 %] Considere los tiempos de vida del último año. Calcule un intervalo de confianza no paramétrico para la el tiempo de vida máximo. Calcule el sesgo de $T_{[n]}$ y la varianza
- i) [10 %] Considre U_1, U_2, \dots, U_n una muestra de una distribución exponencial de parámetro 1. Calcule la distribución teórica de $U_{[n]}$, su media y sesgo. Genere la muestra y utilice bootstrap para calcular la varianza de $U_{[n]}$. Calcule el sesgo por Jackknife y compárelo con el sesgo teórico.
- j) [10 %] Explique una forma no paramétrica y/o robusta de calcular la distancia de Mahalanobis. En un conjunto de datos multivariantes simulados haga un comparativo de ésta distancia en ambas versiones (la habitual y la explicada). Contamine los datos con datos de otra distribución y realice el ejercicio nuevamente. Haga un análisis comparativo bien elaborado.